Actionneurs et systèmes électromagnétiques I

Corrigé: **Force de répulsion sur l'anneau du "Jumping ring"**

1) Les inductances L_{12} et L_{22}

Comme l'inductance L_{22} est constante pour toute position x de l'anneau, on va choisir de la déterminer pour $x = 0$ (position base). Dans cette position, l'anneau voit la même perméance magnétique Λ que la bobine. Comme $L_{11} = N^2\Lambda$ et $L_{22} = \Lambda$ (l'anneau est juste une spire), on conclut que:

$$L_{22} = \frac{L_{11}}{N^2} = 0.245\ \mu\text{H} \tag{1}$$

Le calcul de l'inductance L_{12} est plus compliqué. Lorsque la bobine est parcourue par le courant I_1, le flux totalisé capté par la bobine est:

$$\Psi_{11} = N\Phi_{11} = L_{11}I_1 \tag{2}$$

Comme l'induction B est constante sur la surface du fer, on aura:

$$\Phi_{11} = B(S_{\text{cylindre h}} + S_{\text{base}}) = B(d\pi h + \frac{d^2\pi}{4}) \tag{3}$$

La surface $S_{\text{cylindre h}}$ correspond aux vecteurs 1 et 2, et la surface S_{base} aux vecteurs 3 à la Fig. 1.

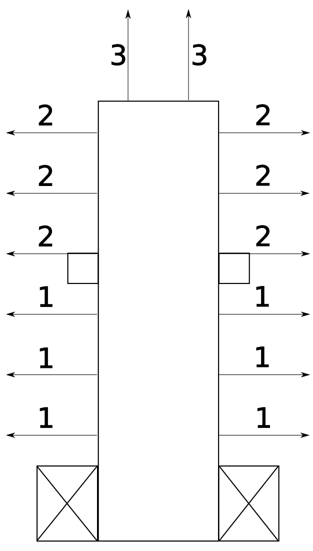

Figure 1: Calcul des flux

En combinant (2) et (3), on obtient la formule pour l'induction:

$$B = \frac{L_{11} I_1}{N(d\pi h + \frac{d^2\pi}{4})} \tag{4}$$

En même temps, le flux Ψ_{21} traversant l'anneau est:

$$\Psi_{21} = \Phi_{12} = L_{12} I_1 \tag{5}$$

Comme l'induction B est constante sur la surface du fer, on aura:

$$\Phi_{21} = B(S_{\text{cylindre h-x}} + S_{\text{base}}) = B[\,d\pi(h-x) + \frac{d^2\pi}{4}] \tag{6}$$

La surface $S_{\text{cylindre h-x}}$ correspond aux vecteurs 2 à la Fig. 1. En combinant (4), (5) et (6), on obtient:

$$L_{12} = \frac{L_{11}}{N}\left(1 - \frac{x}{h + \frac{d}{4}}\right) \tag{7}$$

2) Le courant de l'anneau I_2

L'équation de la tension de l'anneau est:

$$u_2 = 0 = Ri_2 + \frac{d}{dt}(L_{12} i_1 + L_{22} i_2) = Ri_2 + \frac{dL_{12}}{dt} i_1 + \frac{di_1}{dt} L_{12} + \frac{dL_{22}}{dt} i_2 + \frac{di_2}{dt} L_{22} \tag{8}$$

avec $R = \rho D\pi / S_r = 63.8\ \mu\Omega$ la résistance de l'anneau. Le quatrième terme est égal à zéro, car l'inductance L_{22} est constante. Le deuxième terme peut être écrit comme:

$$\frac{dL_{12}}{dt} i_1 = \frac{dL_{12}}{dx}\frac{dx}{dt} i_1 = \frac{dL_{12}}{dx} v i_1 \tag{9}$$

Il est égal à zéro, car on cherche la force statique. Dans ce cas, le régime est sinusoïdal, et le passage en domaine complexe donne:

$$0 = R\underline{I}_2 + \jmath\omega L_{12}\underline{I}_1 + \jmath\omega L_{22}\underline{I}_2 \implies \underline{I}_2 = -\frac{\jmath\omega L_{12}}{R + \jmath\omega L_{22}}\underline{I}_1 \tag{10}$$

En supposant que le courant de la bobine est $i_1 = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t)$ et, en conséquence, $\underline{I}_1 = I_1$, on obtient $i_2 = \sqrt{2} I_2 \cos(\omega t + \theta)$ avec:

$$I_2 = \frac{\omega L_{12}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L_{22}^2}} I_1 \tag{11}$$

$$\theta = \frac{3\pi}{2} - \arctan\frac{\omega L_{22}}{R} = 3.83 \tag{12}$$

3) La force statique sur l'anneau F

La force est donnée par:

$$F = \frac{1}{2}\frac{dL_{11}}{dx}i_1^2 + \frac{1}{2}\frac{dL_{22}}{dx}i_2^2 + \frac{dL_{12}}{dx}i_1 i_2 \tag{13}$$

Les deux premiers termes sont égaux à zéro, et il reste:

$$F = -\frac{L_{11}}{N}\frac{1}{h+\frac{d}{4}}\sqrt{2}I_1\cos(\omega t)\sqrt{2}I_2\cos(\omega t+\theta) \tag{14}$$

Après la transformation, la force moyenne est:

$$\overline{F} = -\frac{L_{11}}{N}\frac{1}{h+\frac{d}{4}}I_1 I_2\cos\theta \tag{15}$$

La solution numérique pour $x = 0$ est: $L_{12} = 196.13\ \mu$H, $I_2 = 2464.7$ A et $\overline{F} = 5.652$ N. La solution numérique pour $x = h$ est: $L_{12} = 10.05\ \mu$H, $I_2 = 126.3$ A et $\overline{F} = 0.290$ N.