

COMPOSANTS SEMI-CONDUCTEURS

IV) Semi-conducteur hors équilibre

P.A. Besse

EPFL

Solutions pour une structure à l'équilibre:

3 inconnues:

champ électrique E, (ou potentiel électrique ϕ)
concentration d'électrons libres n
concentration de trous p

3 équations:

1

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} q (p + N_d^+ - n - N_a^-)$$

valable hors équilibre

2

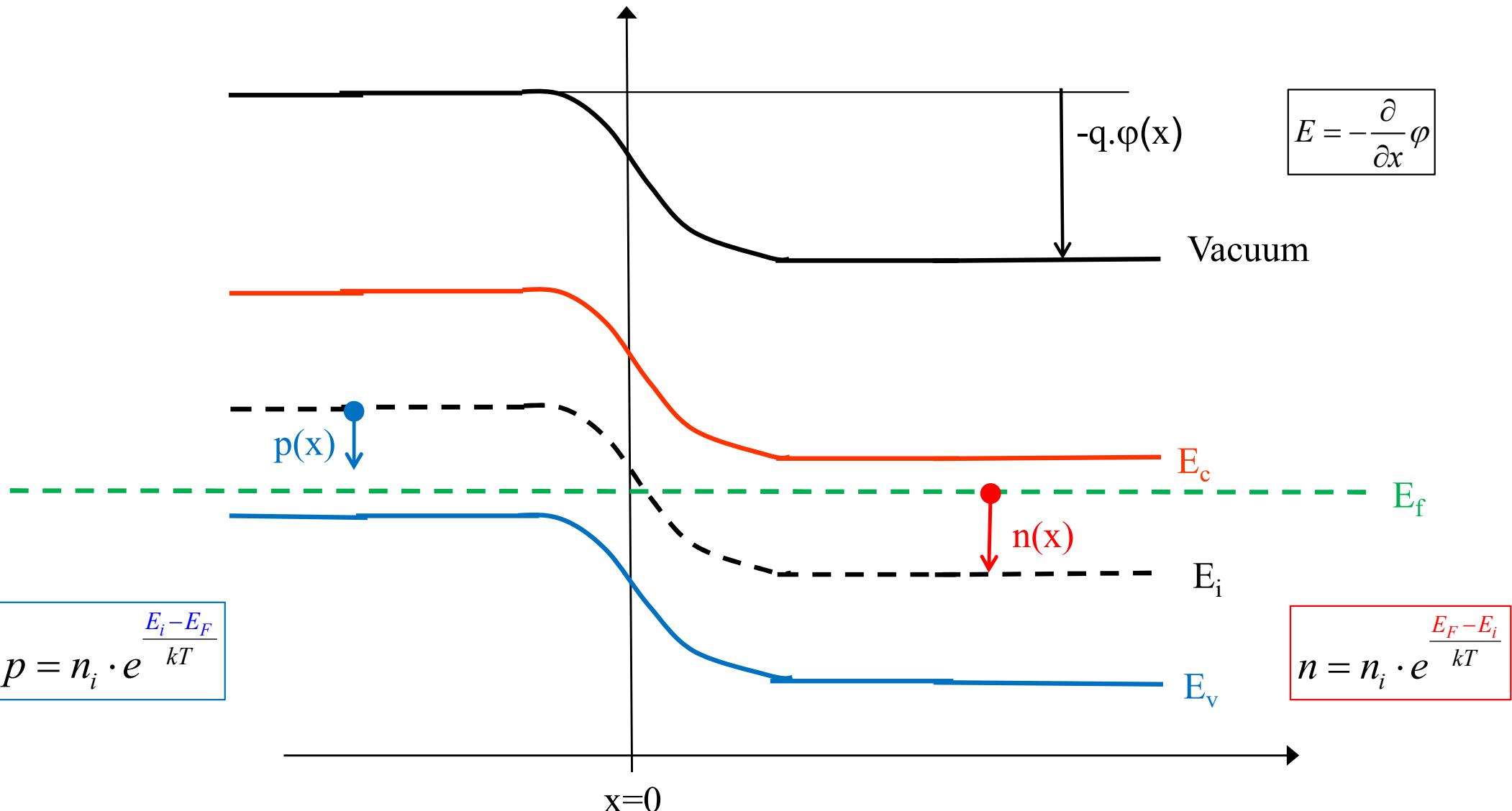
$$\vec{j}_{tot} = \vec{j}_{drift,n} + \vec{j}_{drift,p} + \vec{j}_{dif,n} + \vec{j}_{dif,p} = 0$$

3

$$n \cdot p = n_i^2$$

Pas valable hors équilibre !!!

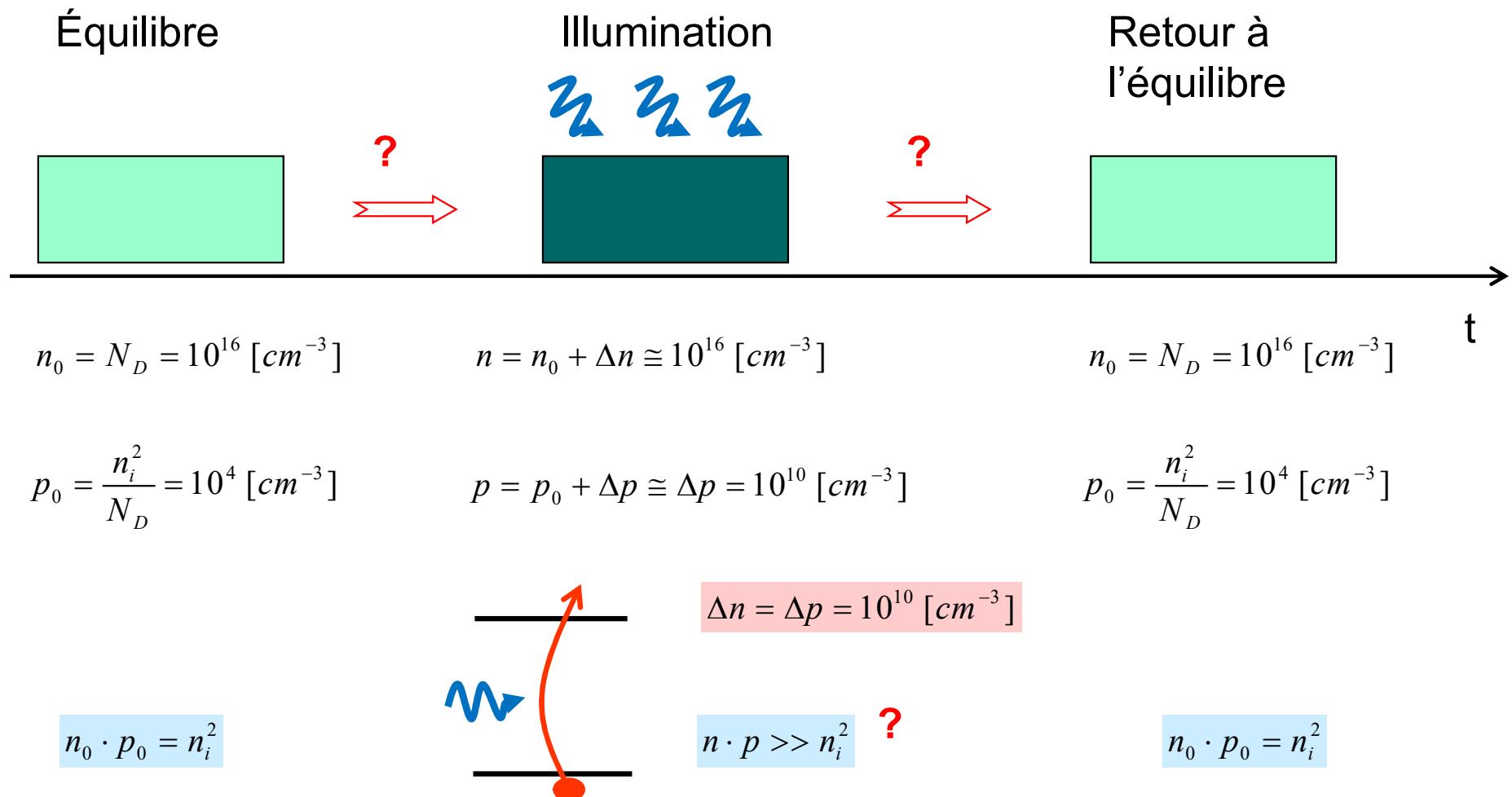
A l'équilibre:
trois inconnues: E, n et p



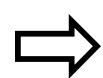
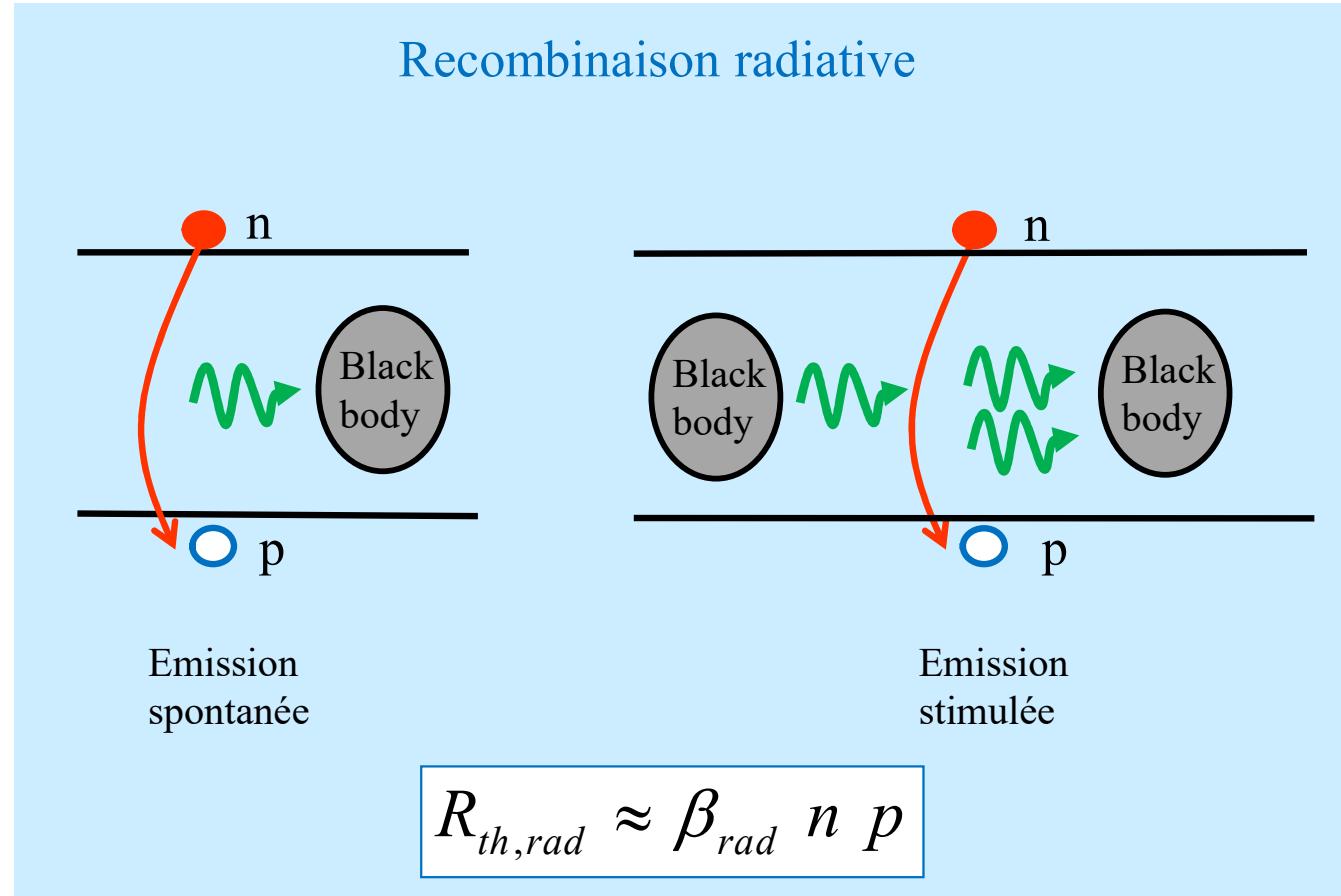
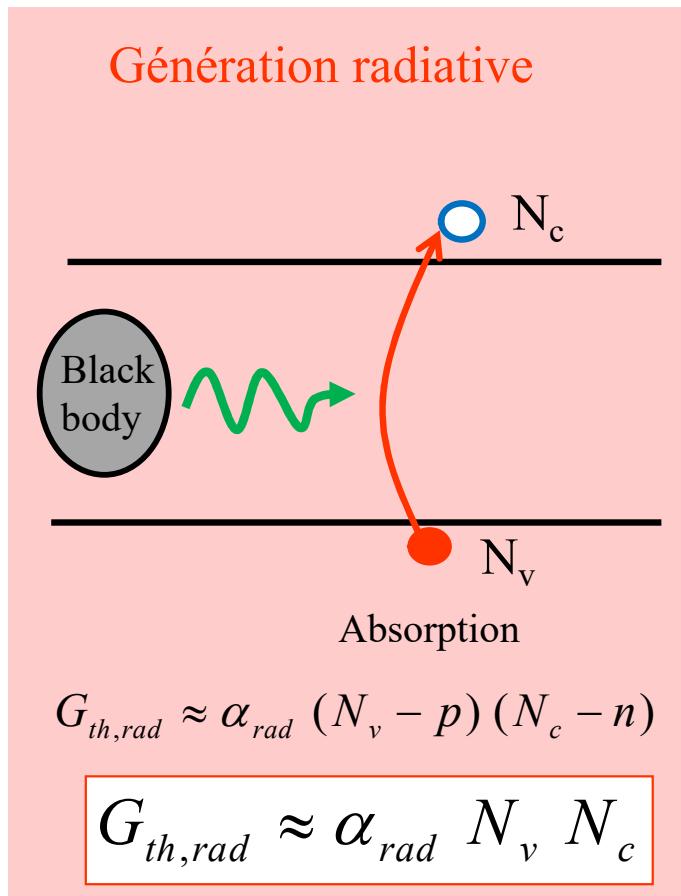
Génération / Recombinaison

→ Equations de continuité

Exemple hors équilibre: « faible injection »

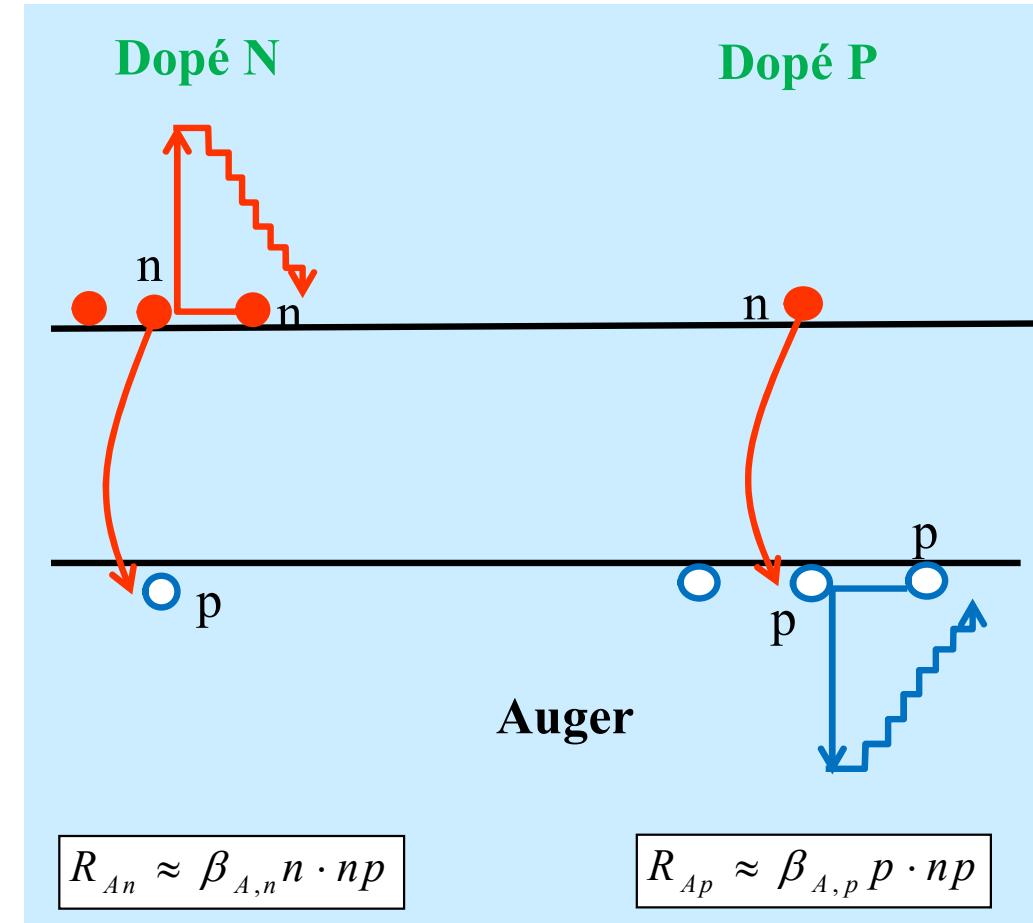
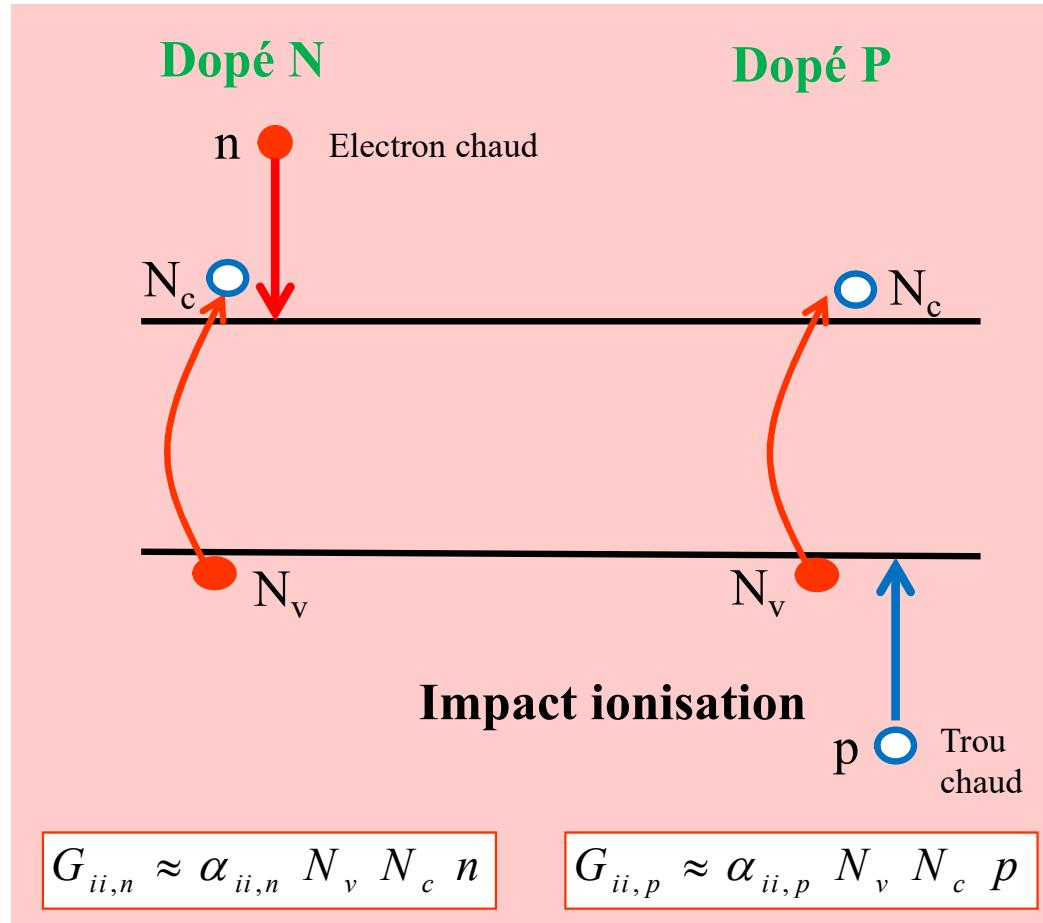


« Band-to-Band », équilibre radiatifs avec le corps noir



$$U_{th,rad} \equiv R_{th,rad} - G_{th,rad} = \beta_{rad} (n p - n_0 p_0)$$

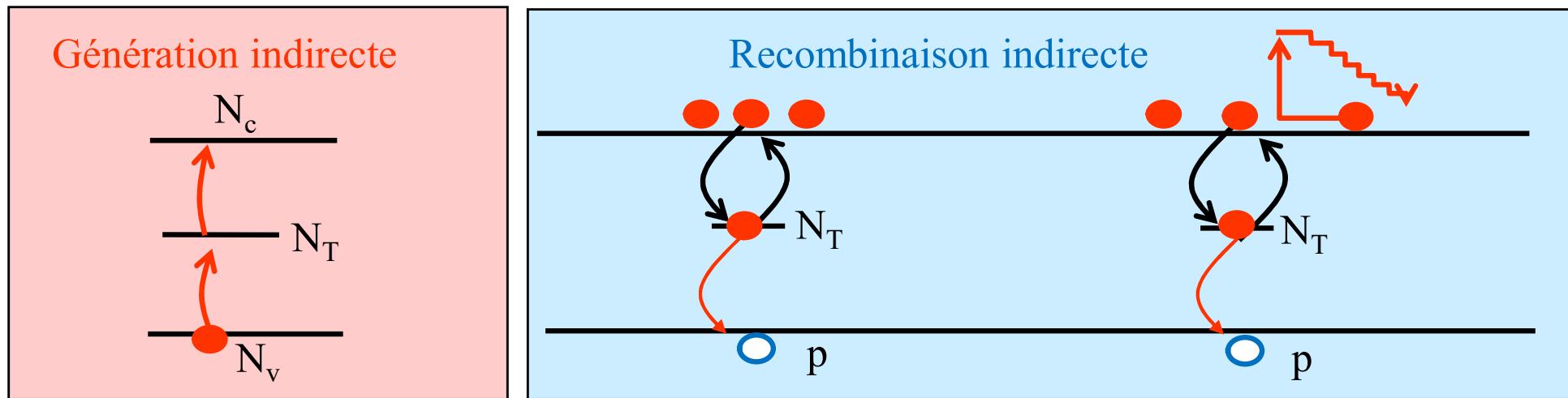
$\left[\frac{\text{nombre}}{\text{s} \cdot \text{m}^3} \right]$

« Band-to-Band », effets Auger

$$U_{th,A} = (\beta_{An} n + \beta_{Ap} p) \cdot (n_p - n_0 p_0)$$

$\left[\frac{\text{nombre}}{\text{s} \cdot \text{m}^3} \right]$

Effets thermiques indirects (« trap assisted »)



Pour un piège au milieu du gap,
avec des taux de capture identiques pour les électrons et les trous:

Taux net de recombinaison par volume

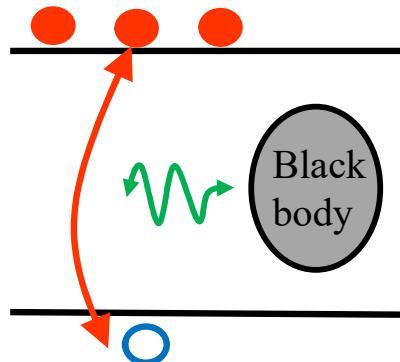
$$U_{th,i} \equiv R_{th,i} - G_{th,i} \quad \approx \quad \beta_i N_T \left(\frac{np - n_0 p_0}{n + p + 2n_i} \right)$$

↑ Densité de traps ↘ Déséquilibre

Shockley-Read-Hall theory

Taux net de recombinaison thermique total faible injection de trous

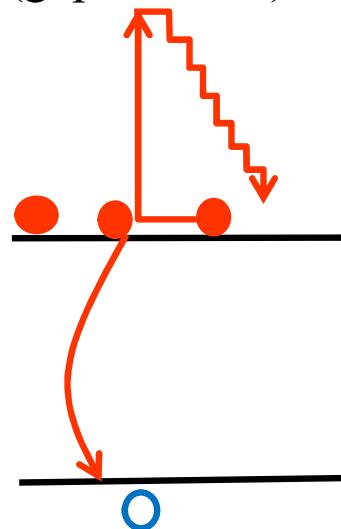
Direct «Radiatif»
(gap direct)



$$U_{th} \cong (n_p - n_0 p_0)$$

$$U_{th} \cong n_0 \cdot \Delta p \cong \frac{1}{\tau} \cdot \Delta p$$

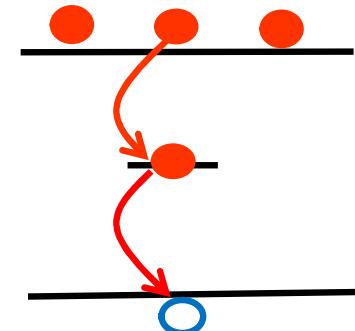
Direct «Auger»
(gap indirect)



$$U_{th} \cong n_0 \cdot (n_p - n_0 p_0)$$

$$U_{th} \cong n_0^2 \cdot \Delta p \cong \frac{1}{\tau} \cdot \Delta p$$

Indirect «trap assisted»
(basse concentration)

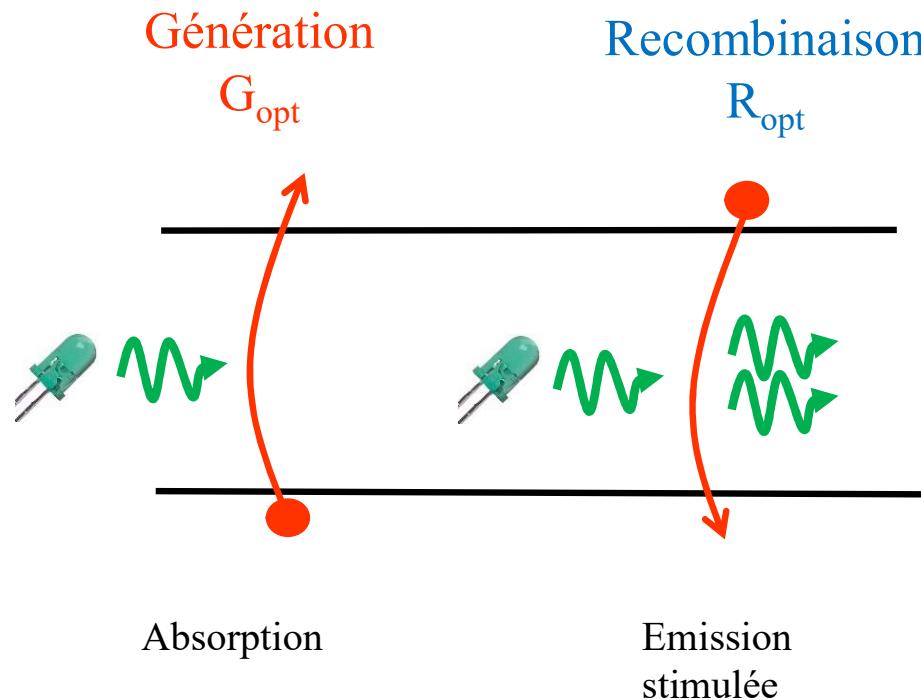


$$U_{th} \cong N_T \cdot \frac{(n_p - n_0 p_0)}{n_0}$$

$$U_{th} \cong N_T \cdot \Delta p \cong \frac{1}{\tau} \cdot \Delta p$$

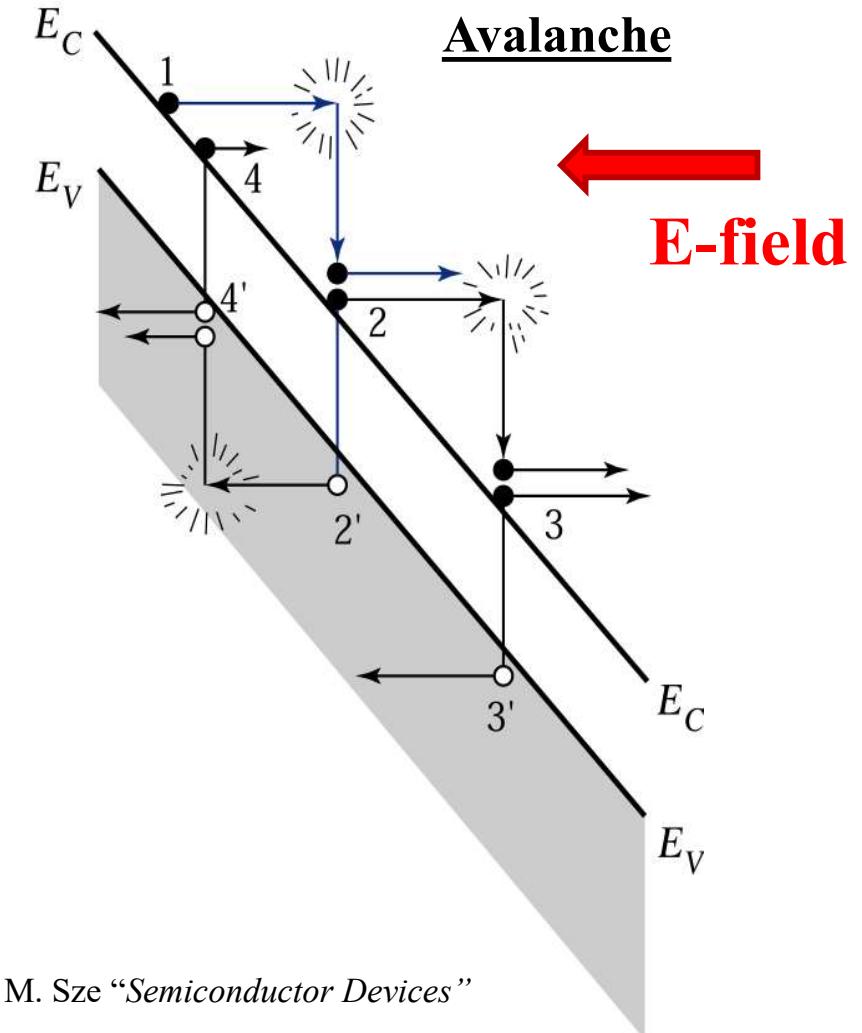
Générations et recombinaisons spécifiques: exemples

Optique

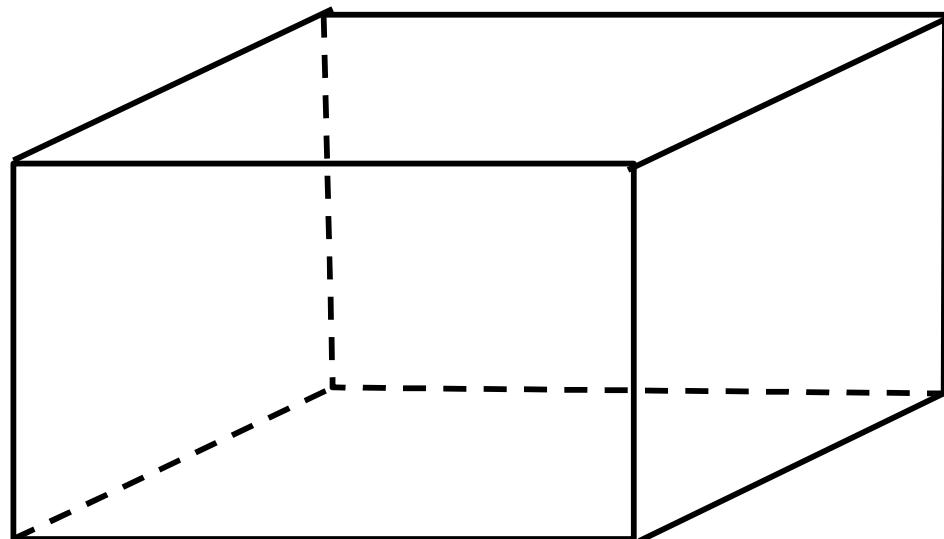


$$U_{spec} \equiv R_{opt} - G_{opt} - G_{av} \quad \dots$$

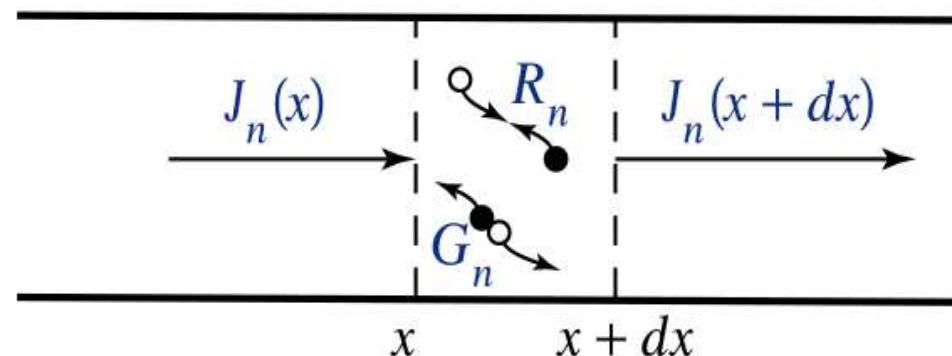
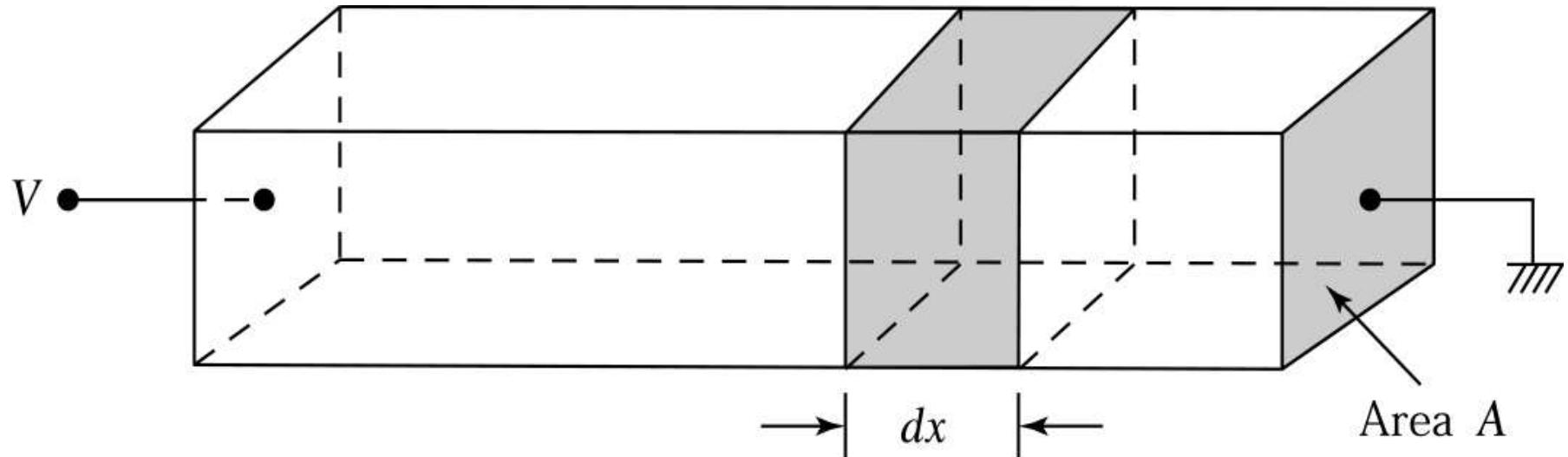
Avalanche



S. M. Sze “Semiconductor Devices”



$$\frac{\partial n}{\partial t} = \dots$$



S. M. Sze "Semiconductor Devices"

Équation de continuité et conservation des charges

Variations de charge = génération - recombinaison - (courant OUT - IN)

$$\left(-q \right) \frac{\partial n}{\partial t} = (-q) G - (-q) R - \operatorname{div}(\vec{j}_n)$$

La génération et la recombinaison sont identiques pour les électrons et les trous:
 \rightarrow

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -(U_{spec} + U_{th}) + \frac{1}{q} \operatorname{div}(\vec{j}_n)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -(U_{spec} + U_{th}) - \frac{1}{q} \operatorname{div}(\vec{j}_p)$$

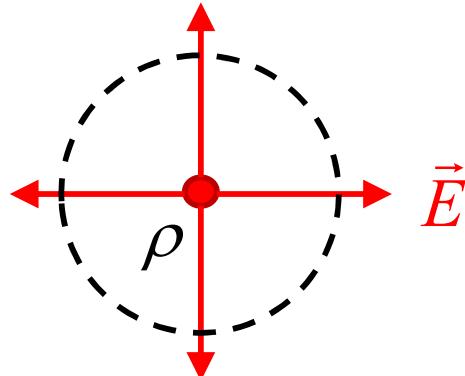
Lois de continuité

$$\rho = q(p + N_d^+ - n - N_a^-)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div}(\vec{j})$$

Conservation des charges

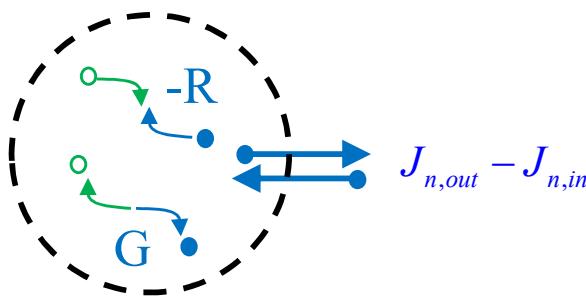
Résumé simplifié: 3 inconnues / 3 équations



3 inconnues: \vec{E} n p

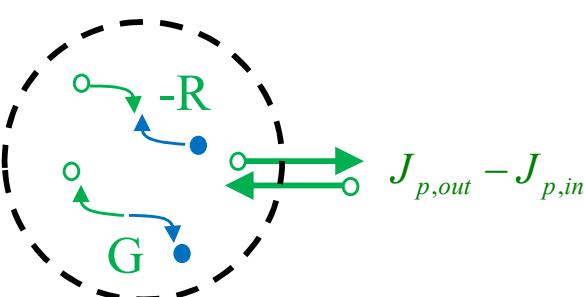
1) Equation de Maxwell:

$$\operatorname{div}(\epsilon_0 \epsilon \cdot \vec{E}) = \rho = q \cdot (p + N_D^+ - n - N_A^-)$$



2) Equation de continuité des électrons libres

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G - R - \frac{1}{(-q)} (J_{n,out} - J_{n,in}) = -U_{spec} - U_{th} + \frac{1}{q} \operatorname{div}(\vec{J}_n)$$



3) Equation de continuité des trous

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G - R - \frac{1}{(+q)} (J_{p,out} - J_{p,in}) = -U_{spec} - U_{th} - \frac{1}{q} \operatorname{div}(\vec{J}_p)$$

Approximation de faible injection

Approximation de faible injection:

« la concentration des majoritaires hors équilibre est la même qu'à l'équilibre »

Matériel de type N, à faible injection → Minoritaires p_n

Majoritaires:

$$n \cong n_0$$

$$U_{th} \cong \frac{\Delta p_n}{\tau}$$

Matériel de type P, à faible injection → Minoritaires n_p

Majoritaires:

$$p \cong p_0$$

$$U_{th} \cong \frac{\Delta n_p}{\tau}$$

Faible injection et équation de continuité des minoritaires

$$n_n = n_0$$

$$\vec{j}_{drift,p} = q\mu_p \cdot p_n \cdot \vec{E}$$

$$\vec{j}_{dif,p} = -qD_p \cdot \vec{\nabla}p_n$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -U_{spec} - U_{th} - \frac{1}{q} \operatorname{div}(\vec{j}_p)$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -U_{spec} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \mu_p p_n \operatorname{div}(\vec{E}) - \mu_p \vec{E} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}}(p_n) + D_p \cdot \nabla^2 p_n$$

Matériel de type N, à faible injection

L'équation de continuité pour la concentration des minoritaires p_n devient:

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = - U_{spec} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \mu_p p_n \operatorname{div}(\vec{E}) - \mu_p \vec{E} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}}(p_n) + D_p \cdot \nabla^2 p_n$$

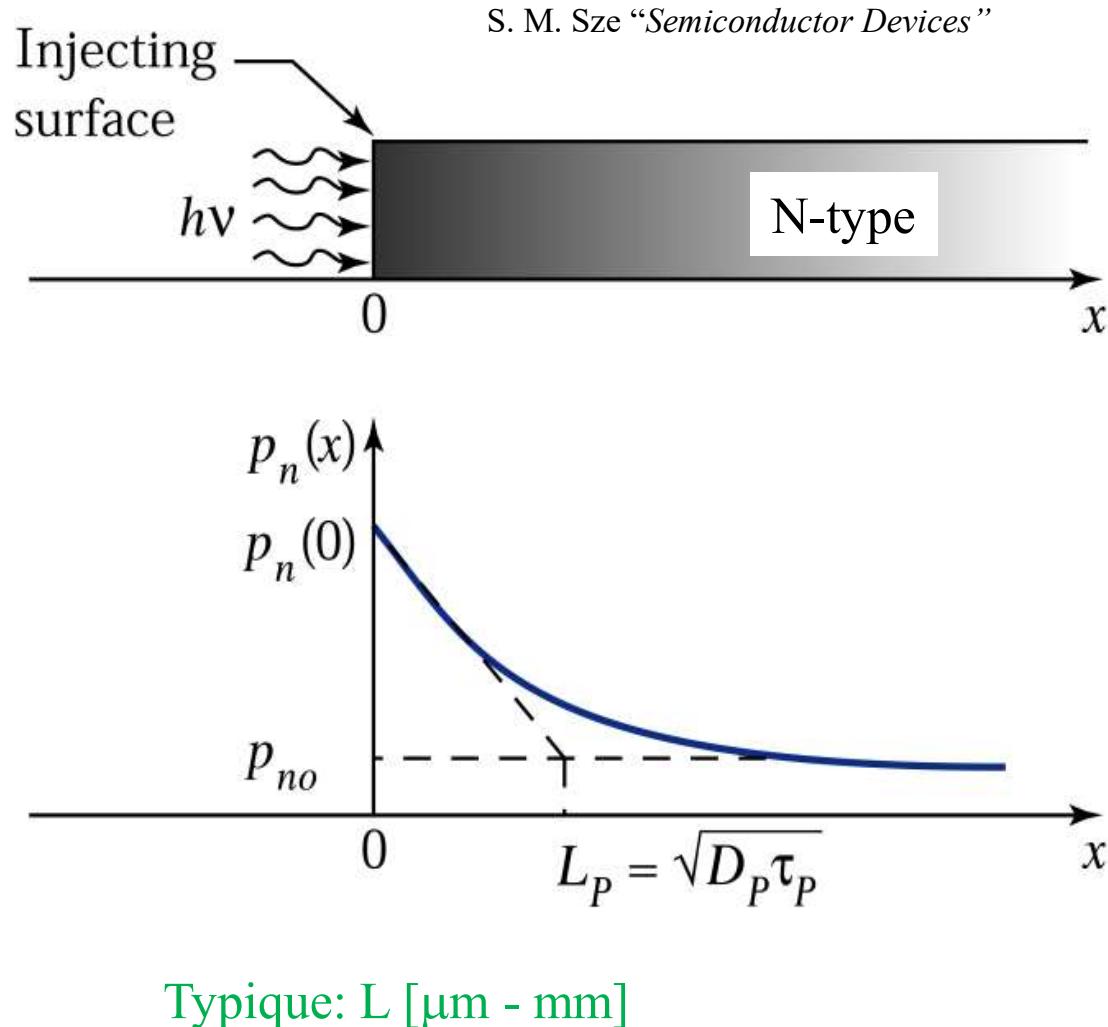
Matériel de type P, à faible injection

L'équation de continuité pour la concentration des minoritaires n_p devient:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = - U_{spec} - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} + \mu_n n_p \operatorname{div}(\vec{E}) + \mu_n \vec{E} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}}(n_p) + D_n \cdot \nabla^2 n_p$$

Exemple 1:

Longueur de diffusion



Minoritaires

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} + D_p \cdot \nabla^2 p_n = 0$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Delta p = \frac{1}{D_p \tau_p} \cdot \Delta p$$

Solution:

$$\Delta p = \Delta p_0 \cdot \text{Exp}(-x / L_p)$$

Longueur de diffusion:

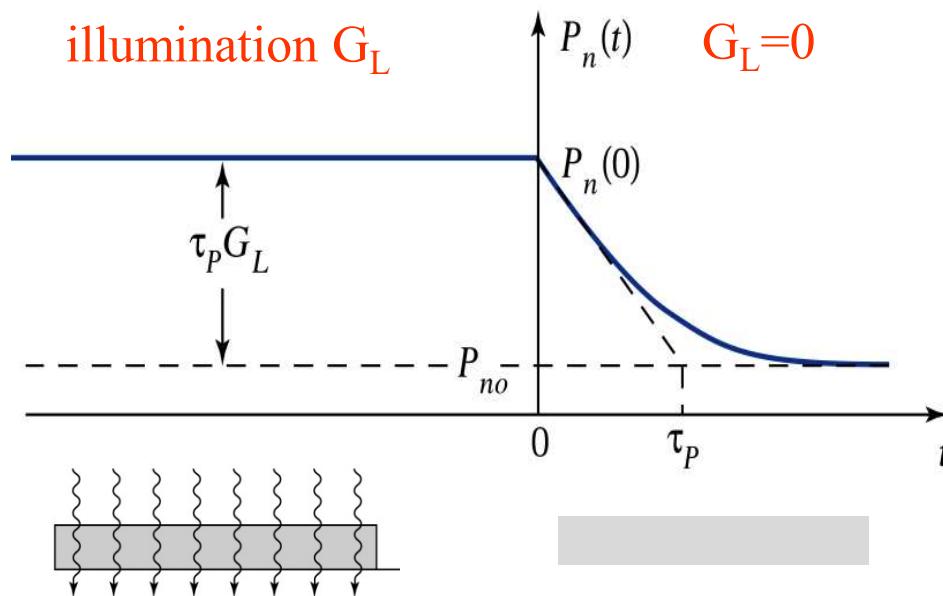
$$L_p \equiv \sqrt{D_p \tau_p}$$

Exemple 2:

Temps de vie des porteurs minoritaires

S. M. Sze "Semiconductor Devices"

Phase 1:
illumination G_L



Phase 2:
 $G_L=0$

Phase 1:

$$\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} = G_L$$

Phase 2:

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

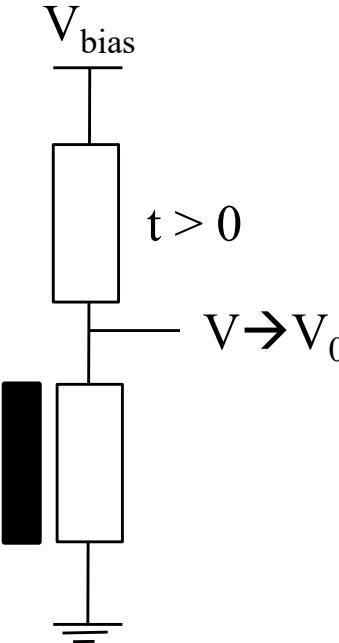
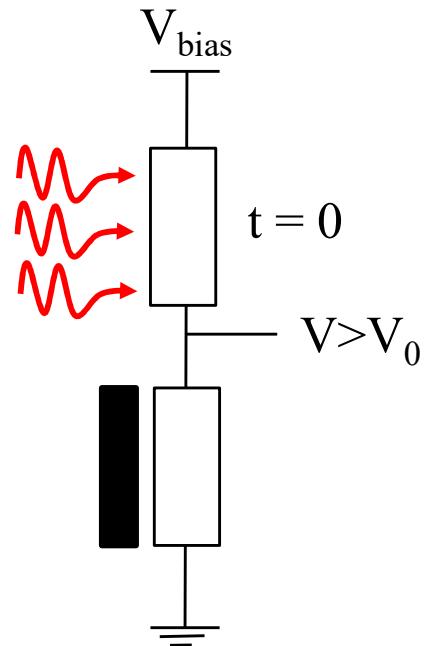
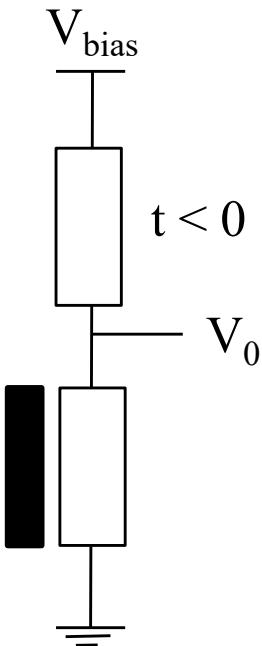
Temps de vie des minoritaires

Solution:

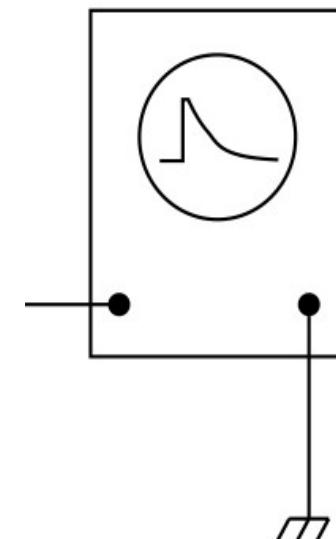
$$p_n(t) - p_{n0} = \tau_p G_L \cdot \text{Exp}(-t / \tau_p)$$

Mesure du temps de vie des minoritaires: photoconduction

Photoconducteur type N



S. M. Sze
“Semiconductor Devices”

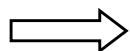


Résistance:

$$R = \frac{1}{nq\mu_n} \frac{L}{S}$$

Neutralité:

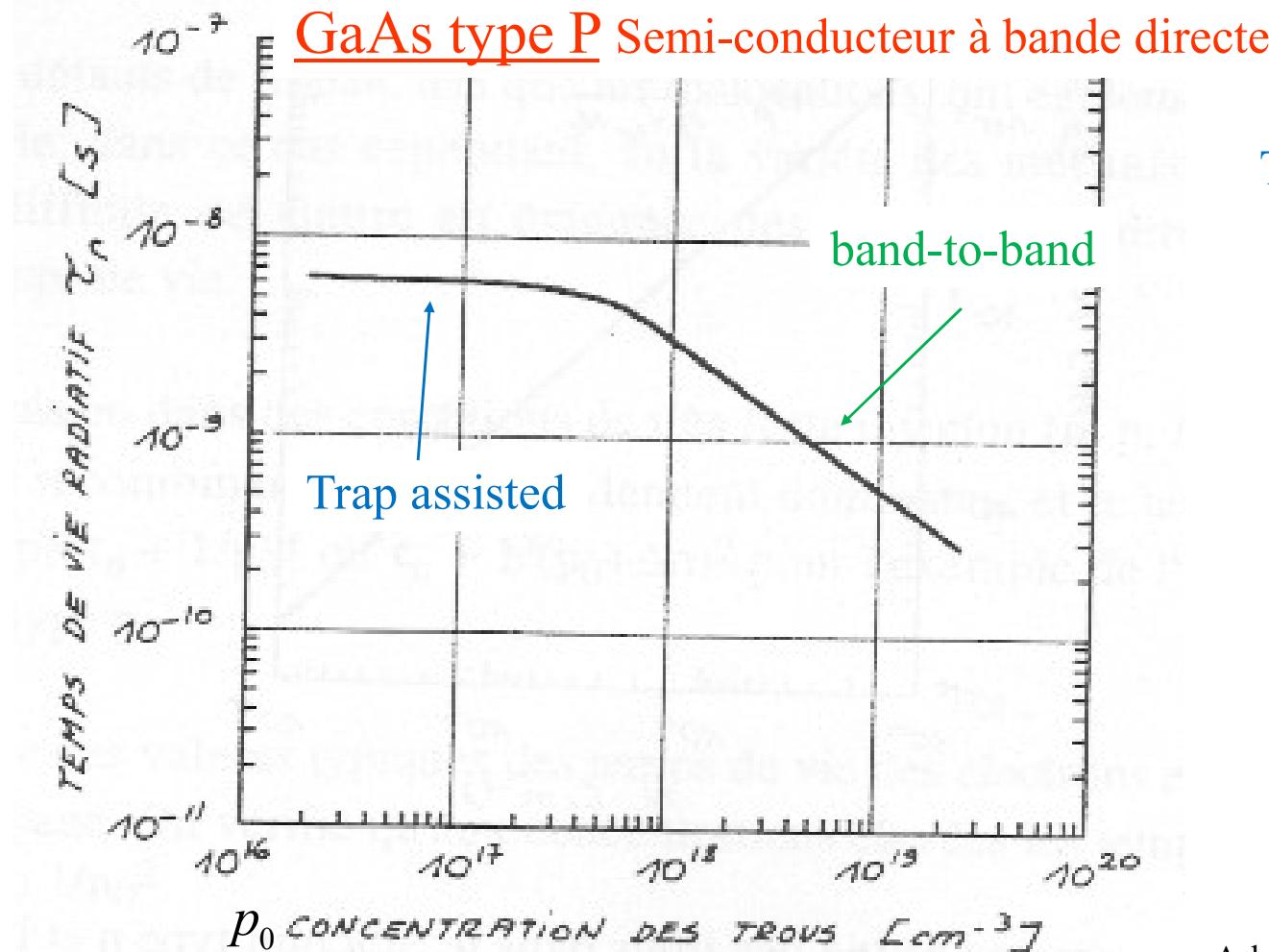
$$\Delta n = \Delta p_n$$



$$\frac{\Delta R}{R_0} = -\Delta p_n \cdot \frac{1}{n_0} = -\frac{\tau_p}{n_0} \cdot \text{Exp}(-t/\tau_p) \cdot G_L$$



Temps de vie des minoritaires (bande directe)



Trap assisted:

$$\frac{1}{\tau_n} \approx N_T$$

Band-to-band:

$$\frac{1}{\tau_n} \approx p_0$$

Ashcroft "Solid state physics"

Temps de vie des minoritaires (silicium)

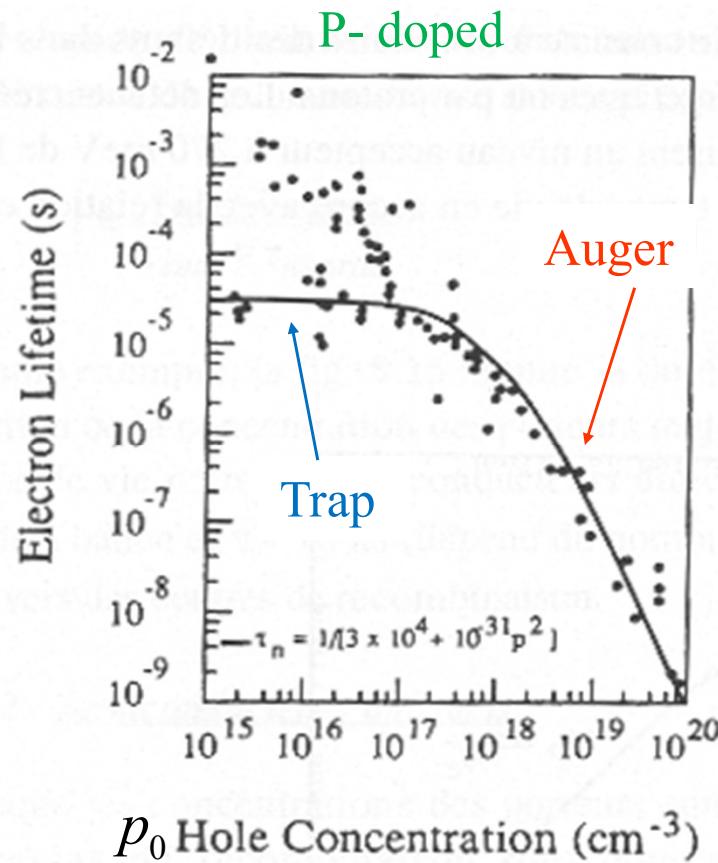
Silicium: Semi-conducteur à bande indirecte

Trap :

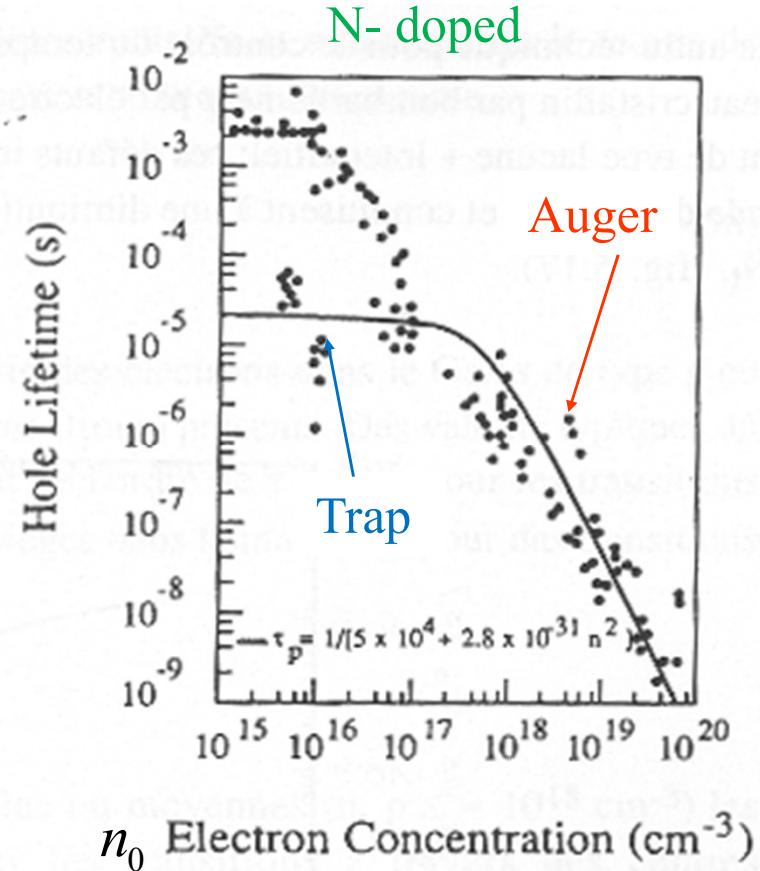
$$\frac{1}{\tau_n} \approx N_T$$

Auger :

$$\frac{1}{\tau_n} \approx p_0^2$$



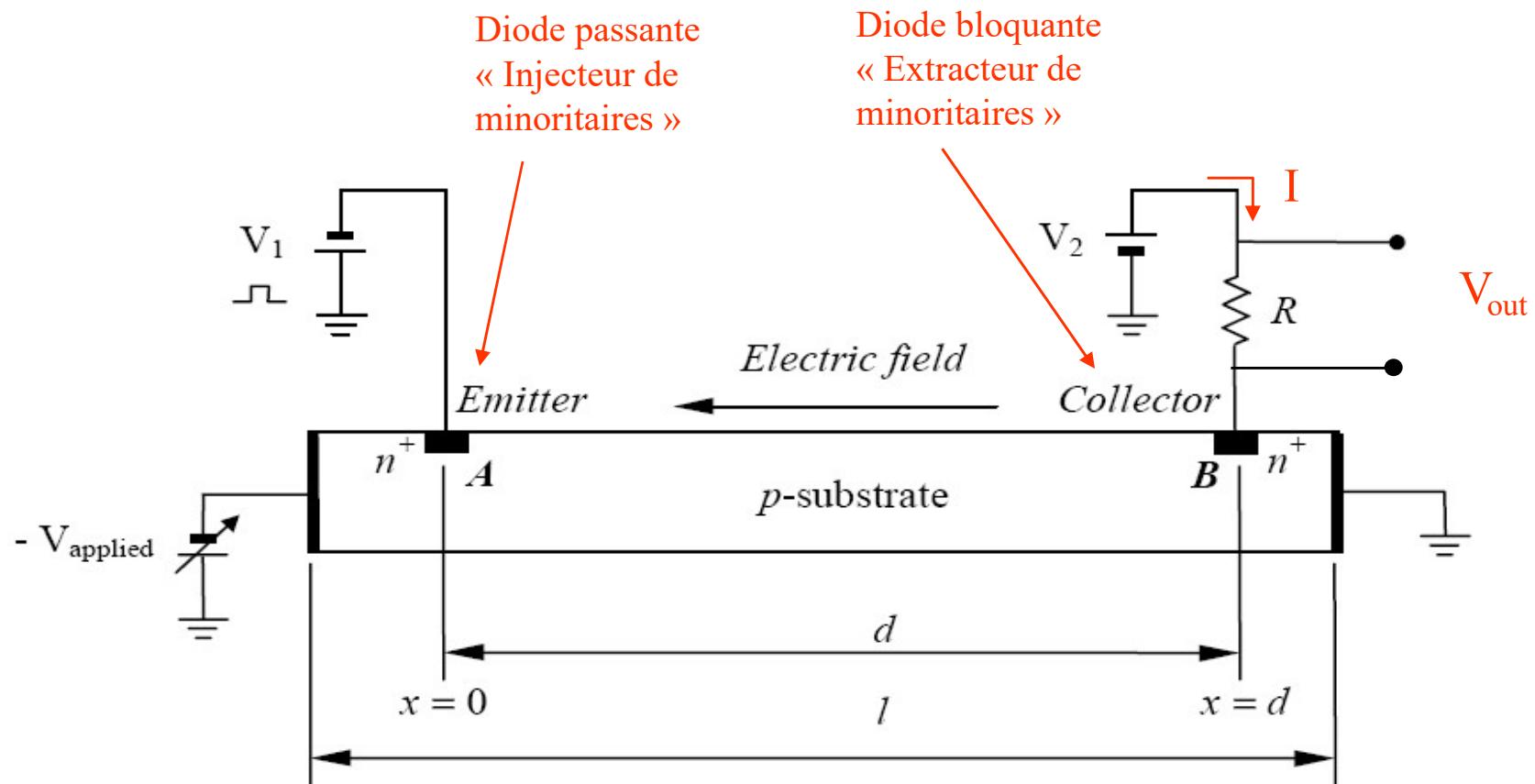
N- doped



Kittel: « introduction to solid state physics »

Exemple 3:

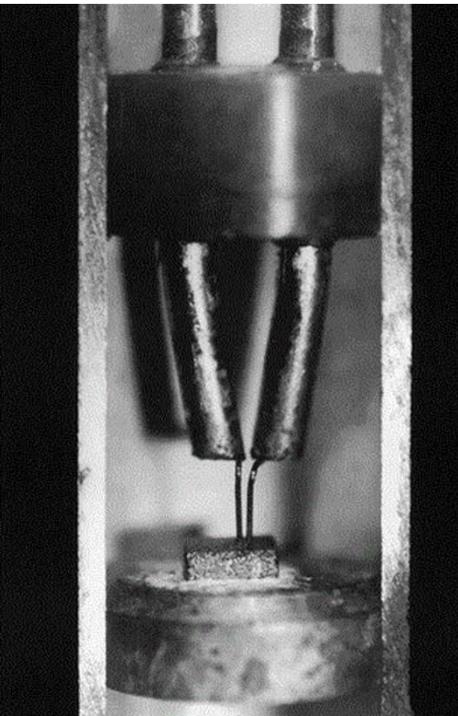
Expérience de Haynes-Shockley



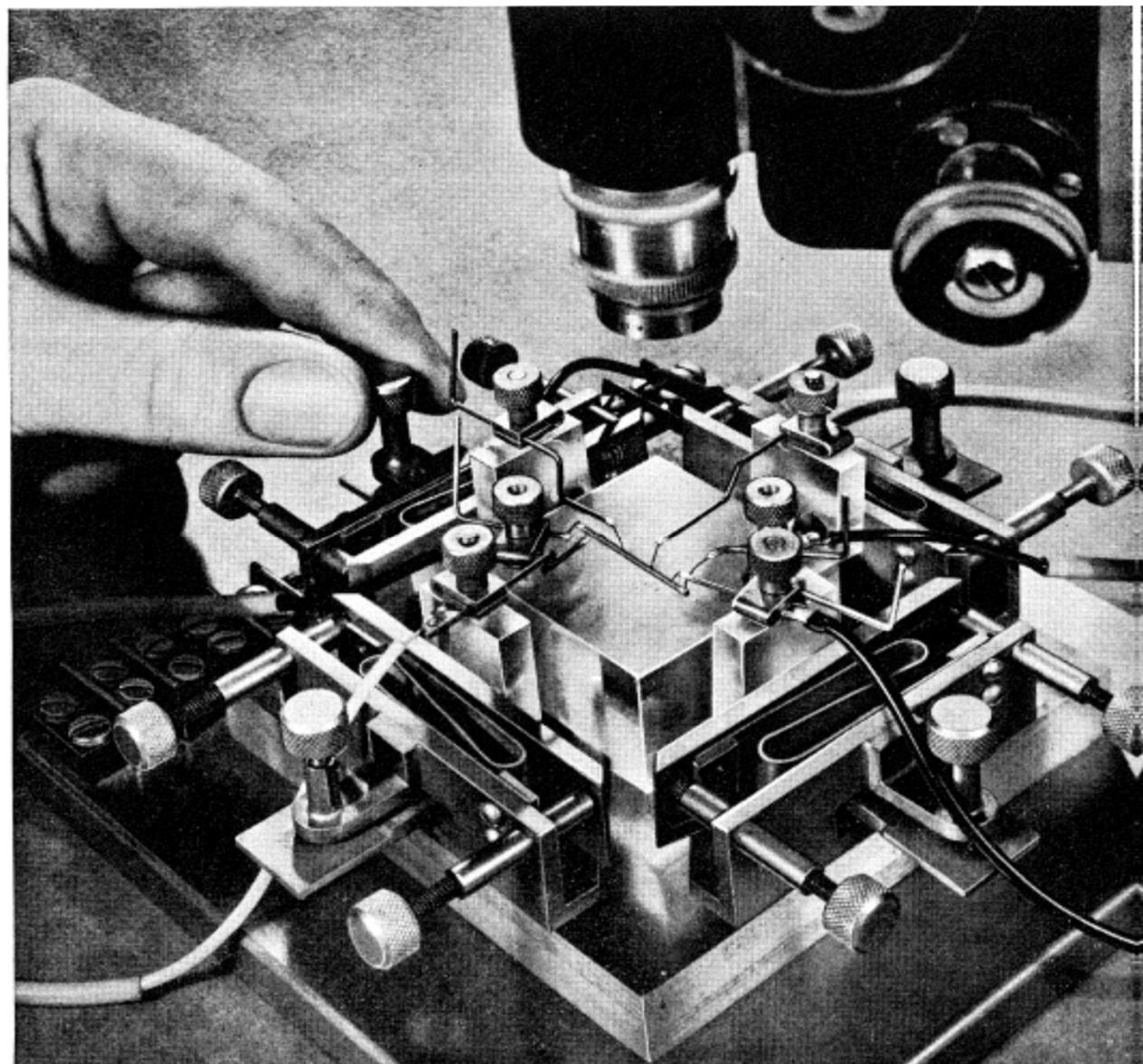
Expérience originale: Haynes, Shockley, Phys. Rev. 75, 691 (1949).

Adrian Seet,
Uni Queensland 1998

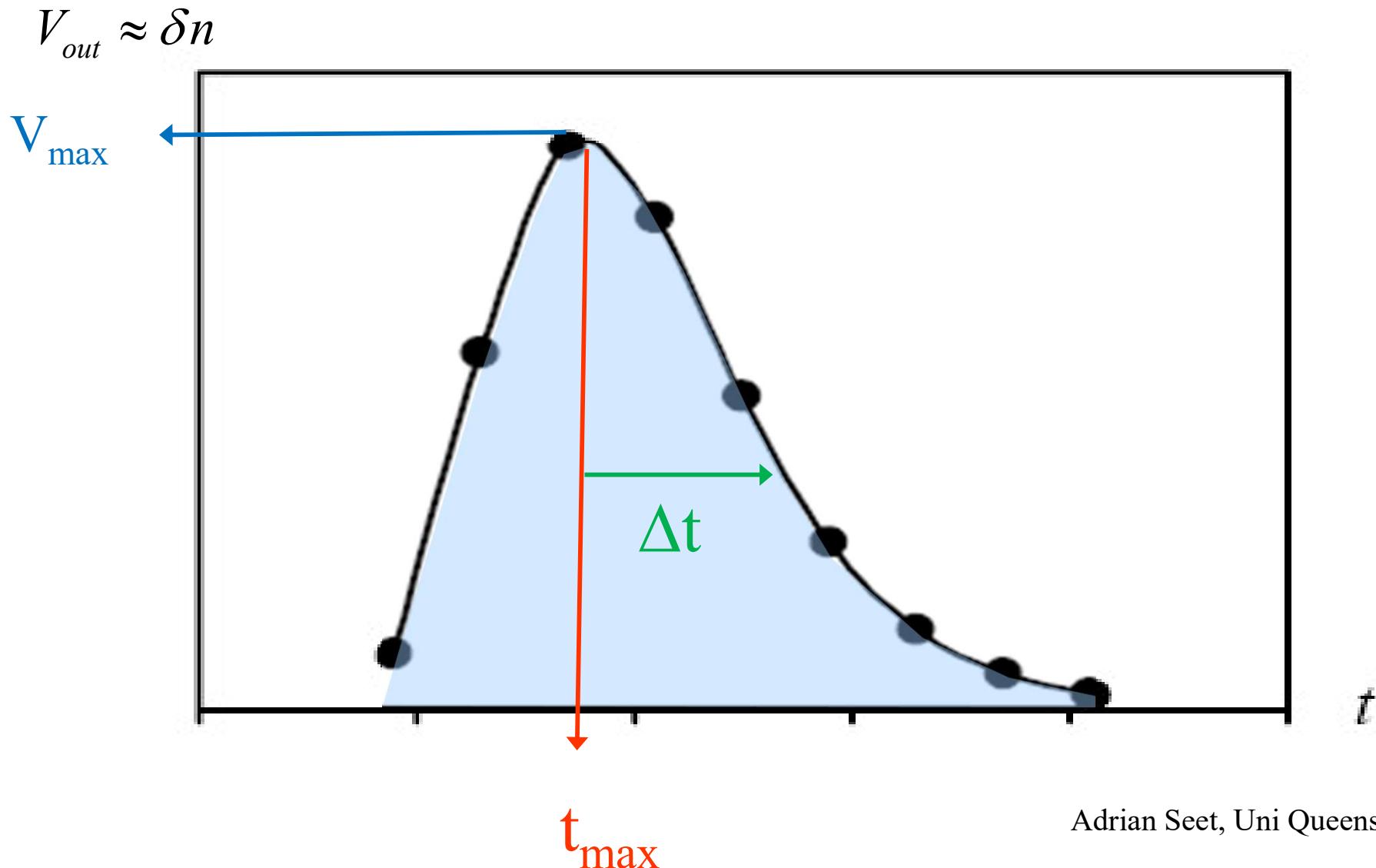
Résumé: expérience de Haynes-Shockley (1949)

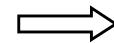


Transistor bipolaire
à point de contact
Bardeen, Brattain, Shockley
1948

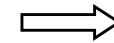


Haynes, Shockley
1949

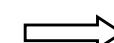


Caractéristiques des minoritaires: t_{\max} 

Drift (Mobilité) $\mu_n \cong \frac{d}{t_{\max} \cdot E}$

 Δt 

Diffusion $D_n \cong \frac{\Delta t^2 \cdot (d/t_{\max})^2}{4(t_{\max} + \Delta t)}$

 V_{\max} 

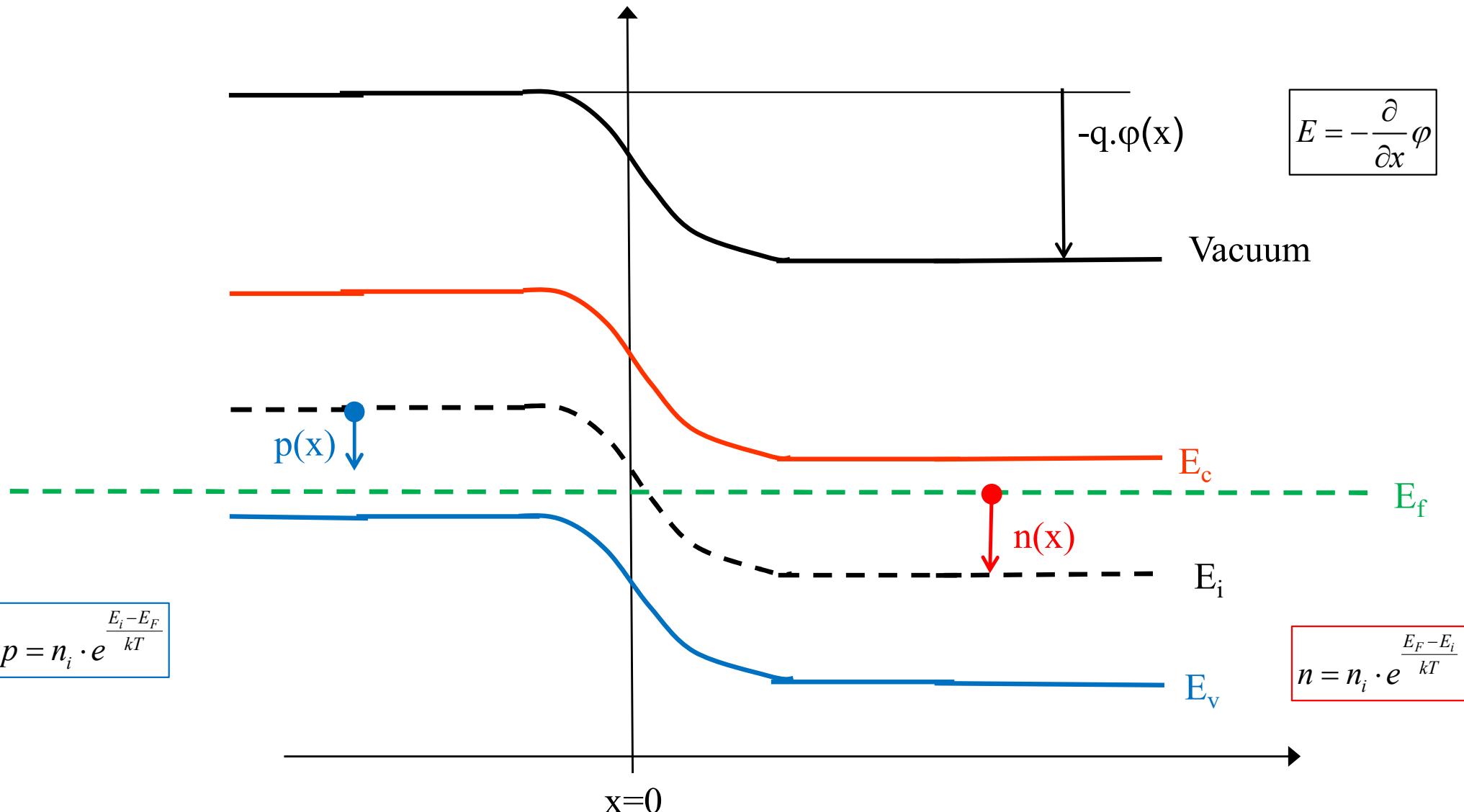
ou intégrale de la courbe

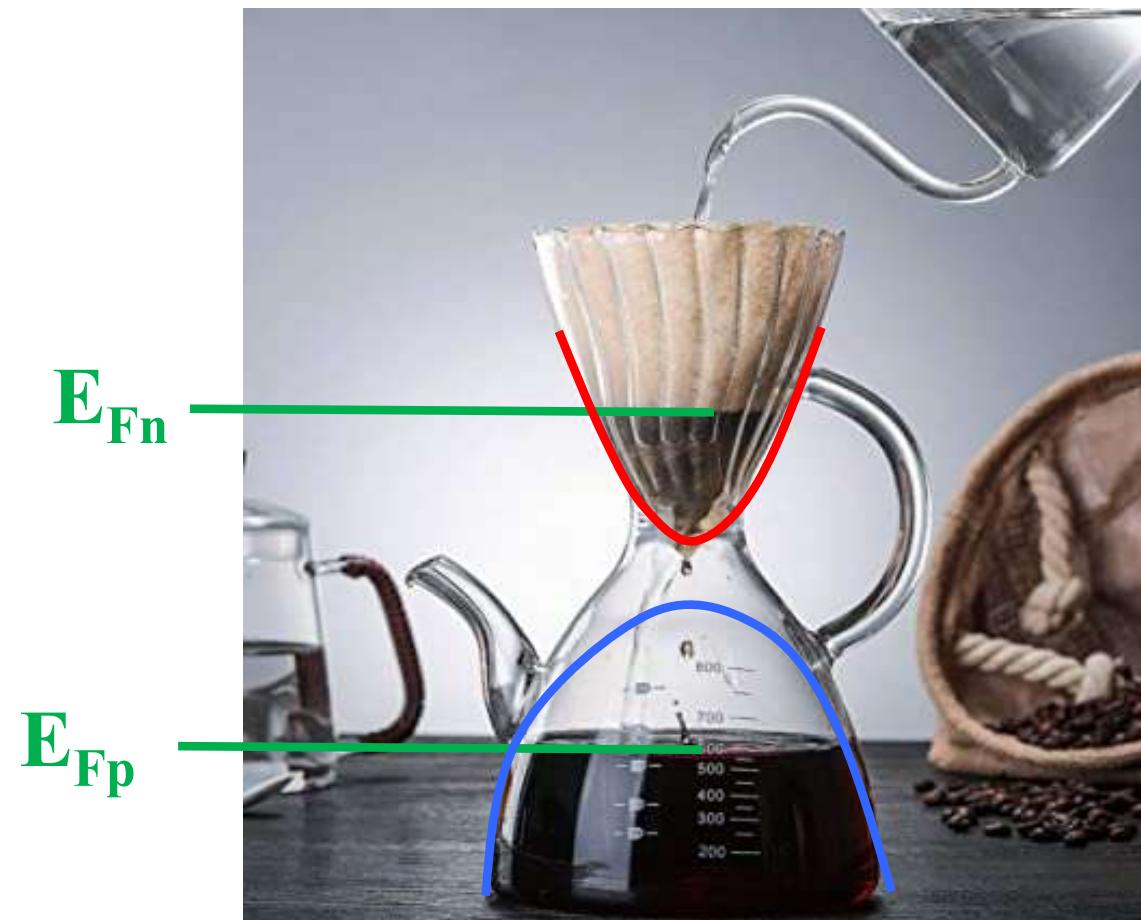
Recombinaison $\tau_n \cong \frac{t_{\max,1} - t_{\max,2}}{\ln \left(\sqrt{\frac{t_{\max,2}}{t_{\max,1}}} \cdot \frac{V_{\max,2}}{V_{\max,1}} \right)}$

Paramétrisation par Quasi-niveaux de Fermi

A l'équilibre:

trois inconnues: E, n et p





Quasi-équilibre → «quasi-niveaux de Fermi»

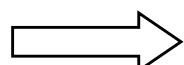
La distribution de Fermi ne s'applique plus de façon exacte !!

Néanmoins on paramétrise n et p par les « quasi niveaux de Fermi » $E_{F,n}$ et $E_{F,p}$:

$$n = n_i \cdot e^{(E_{F,n} - E_i) / kT}$$

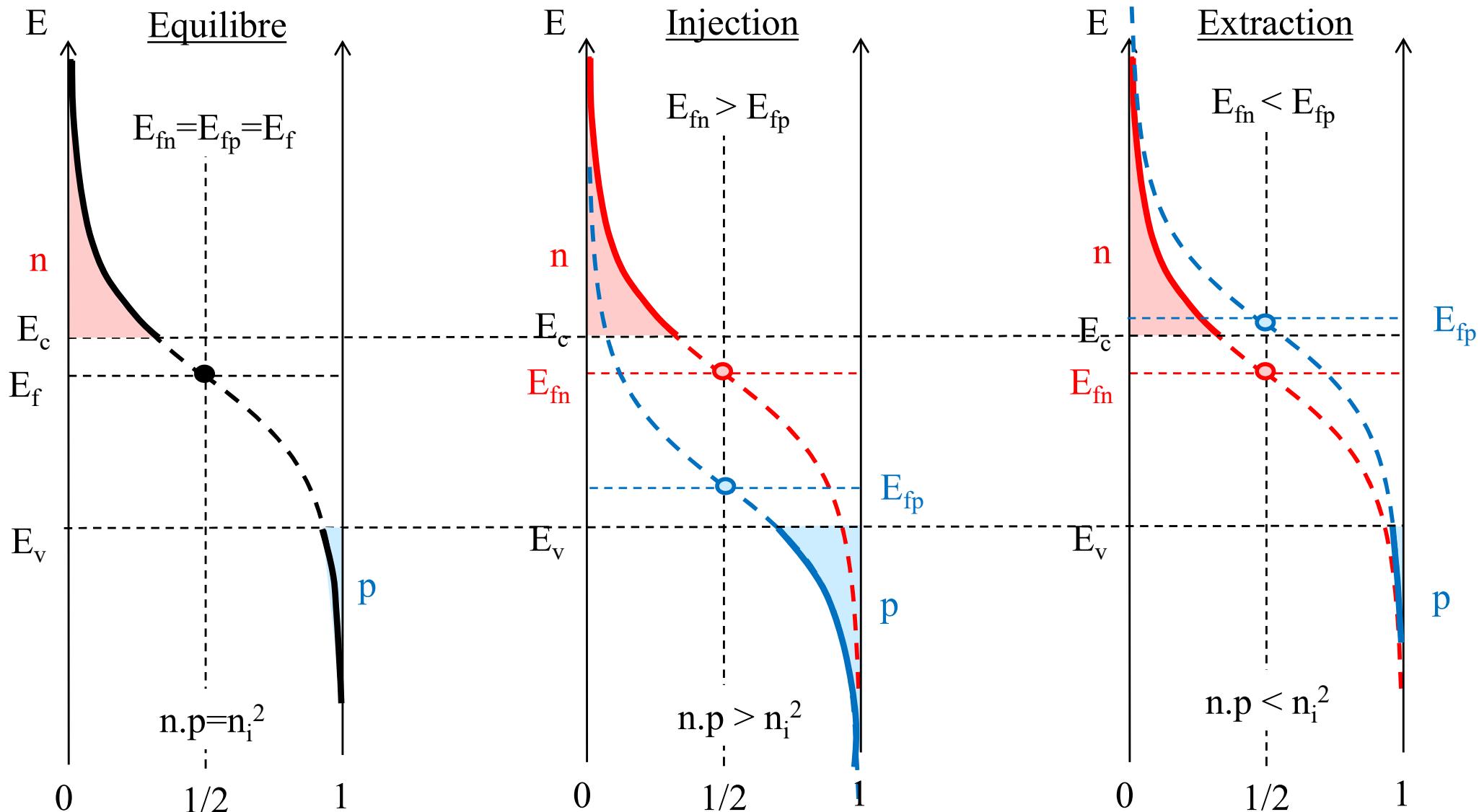
$$p = n_i \cdot e^{(E_i - E_{F,p}) / kT}$$

Loi d'action de masse modifiée:



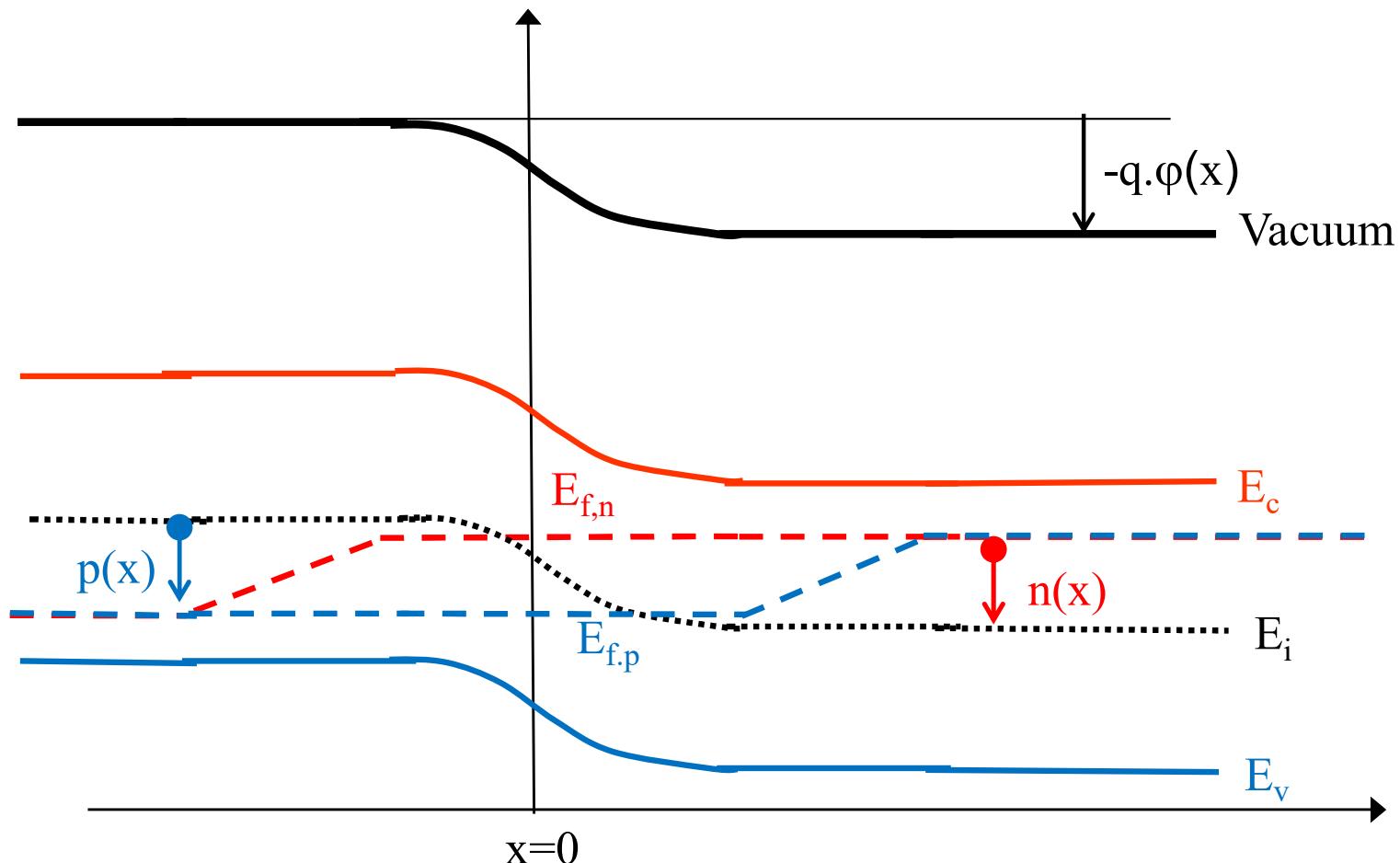
$$n \cdot p = n_i^2 \cdot e^{(E_{F,n} - E_{F,p}) / kT}$$

Quasi-niveaux de Fermi en faible injection



Trois inconnues E , n et p

Hors équilibre



Paramétrisation par φ , E_{fn} et E_{fp} .

$$n = n_i \cdot e^{(E_{F,n} - E_i)/kT} \quad E_i = -q\varphi - q(\chi + \frac{E_g}{2}) \quad \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\varphi$$

Equation des courants de drift et de diffusion

$$\vec{j}_n = n q \mu_n \vec{E} + kT \mu_n \overrightarrow{\text{grad}}(n)$$

↓

$$\vec{j}_n = -nq \mu_n \overrightarrow{\text{grad}}(\varphi) + kT \mu_n \frac{n}{kT} \left(\overrightarrow{\text{grad}}(E_{F,n}) + q \overrightarrow{\text{grad}}(\varphi) \right)$$

↓

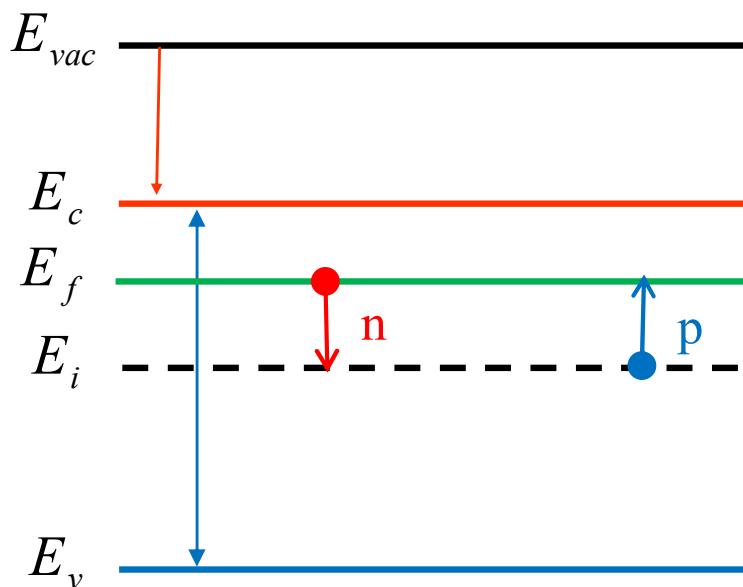
$$\boxed{\vec{j}_n = \mu_n n \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(E_{F,n})}$$

$$\boxed{\vec{j}_p = \mu_p p \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(E_{F,p})}$$

- 1) Ils ne varient que de quelques eV sur toute la structure
- 2) A l'équilibre, ils correspondent au niveau de Fermi qui lui a une signification physique (taux de remplissage de $\frac{1}{2}$)
- 3) Sur le schéma de bande,
ils déterminent les concentrations n et p
- 4) Leur gradient donne directement le courant total
pour une sorte de porteur

Exemples de calcul de bandes

Semi-conducteur homogène dopé N à l'équilibre thermique



1) Poser l'énergie du vide E_{vac}

$$E_{vac} = 0$$

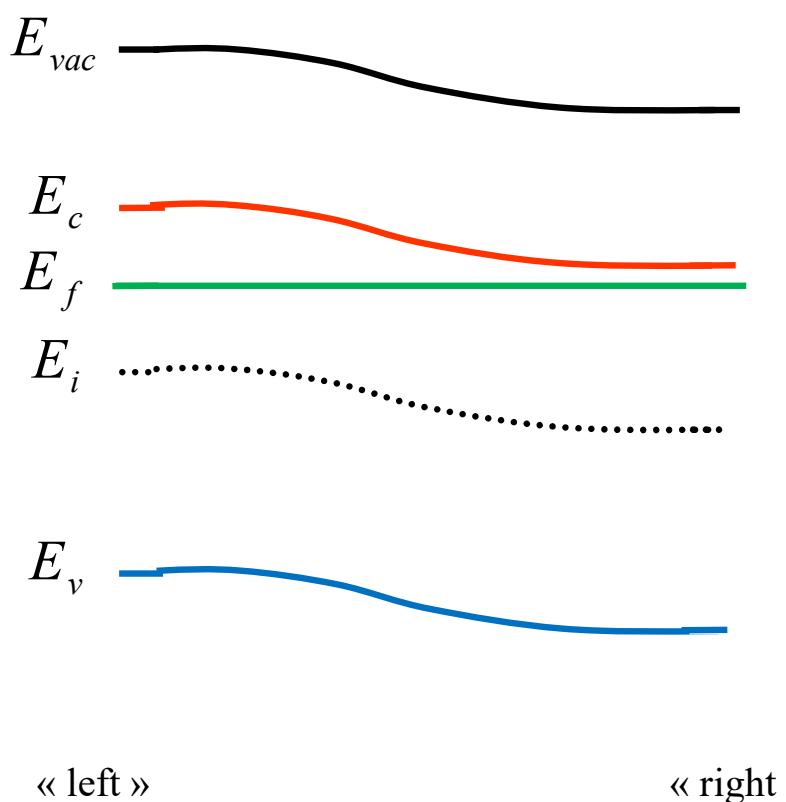
2) Dessiner les bandes à partir de
l'affinité, du gap et du matériel intrinsèque

3) Déterminer l'énergie de Fermi
(constante dans toute la structure)

$$n = N_D - N_A$$

$$E_F - E_i = +kT \ln(n/n_i)$$

Semi-conducteur inhomogène à l'équilibre thermique



- 1) Au point « left »:
 - Poser $E_{vac} = 0$
 - Dessiner les bandes
 - Déterminer E_f à partir de E_i
- 2) E_f constant dans toute la structure
- 3) Au point « right »:
 - Déterminer E_i à partir de E_f
 - Dessiner les bandes
 - Tracer E_{vac}
- 4) Résoudre:
$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon}$$

avec les conditions aux deux bords.
- 5) Tracer E_{vac} :
$$E_{vac} = -q\varphi$$
- 6) Tracer les bandes en tout point depuis E_{vac}

Potentiel de « built-in »: potentiel interne et tension électrique externe



À l'équilibre:

La tension électrique externe V est nulle

L'énergie de Fermi E_F est constante

Le potentiel interne φ donne la tension de built-in: $\varphi = V_{bi}$

Hors équilibre:

La tension externe est non-nulle

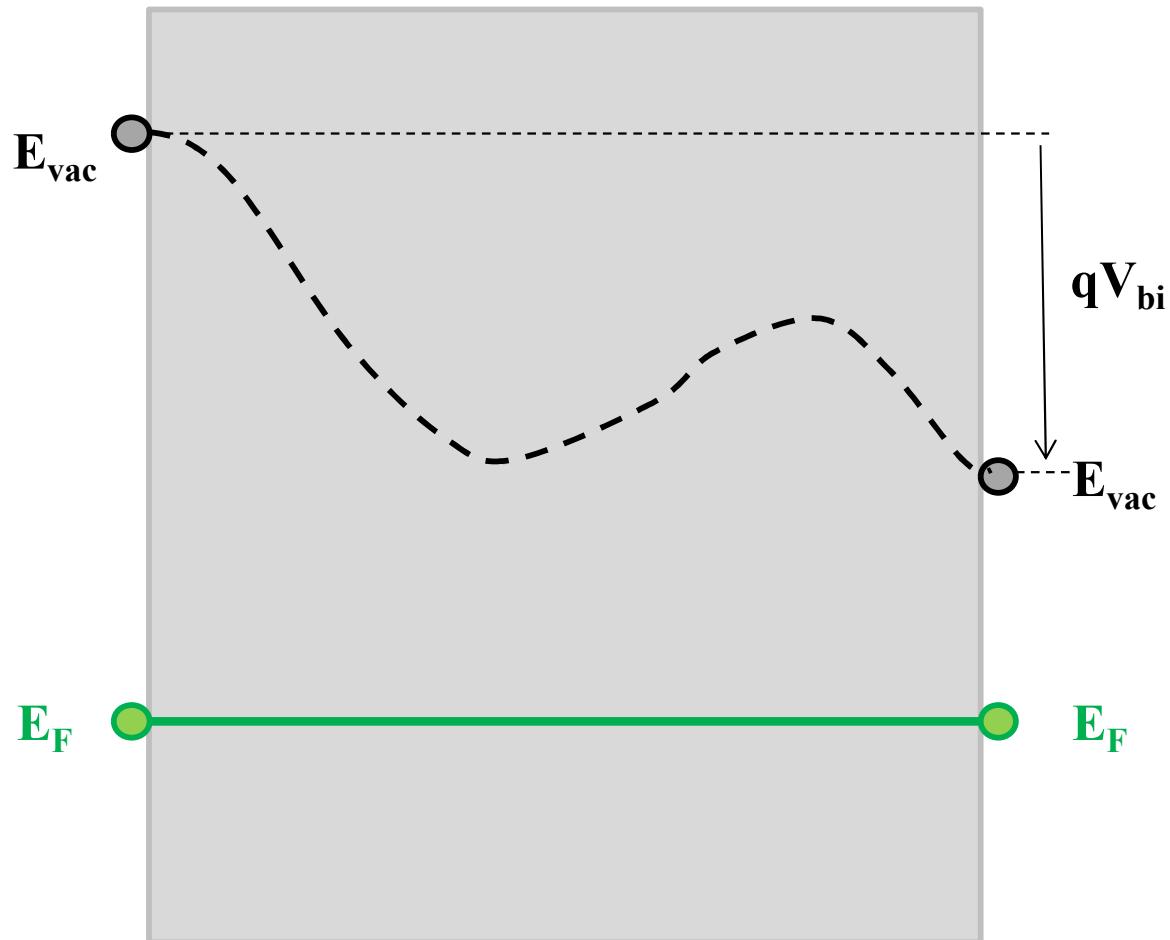
E_F varie de $-qV$

avec de « bons » contacts:

La tension externe se reporte sur le potentiel interne φ

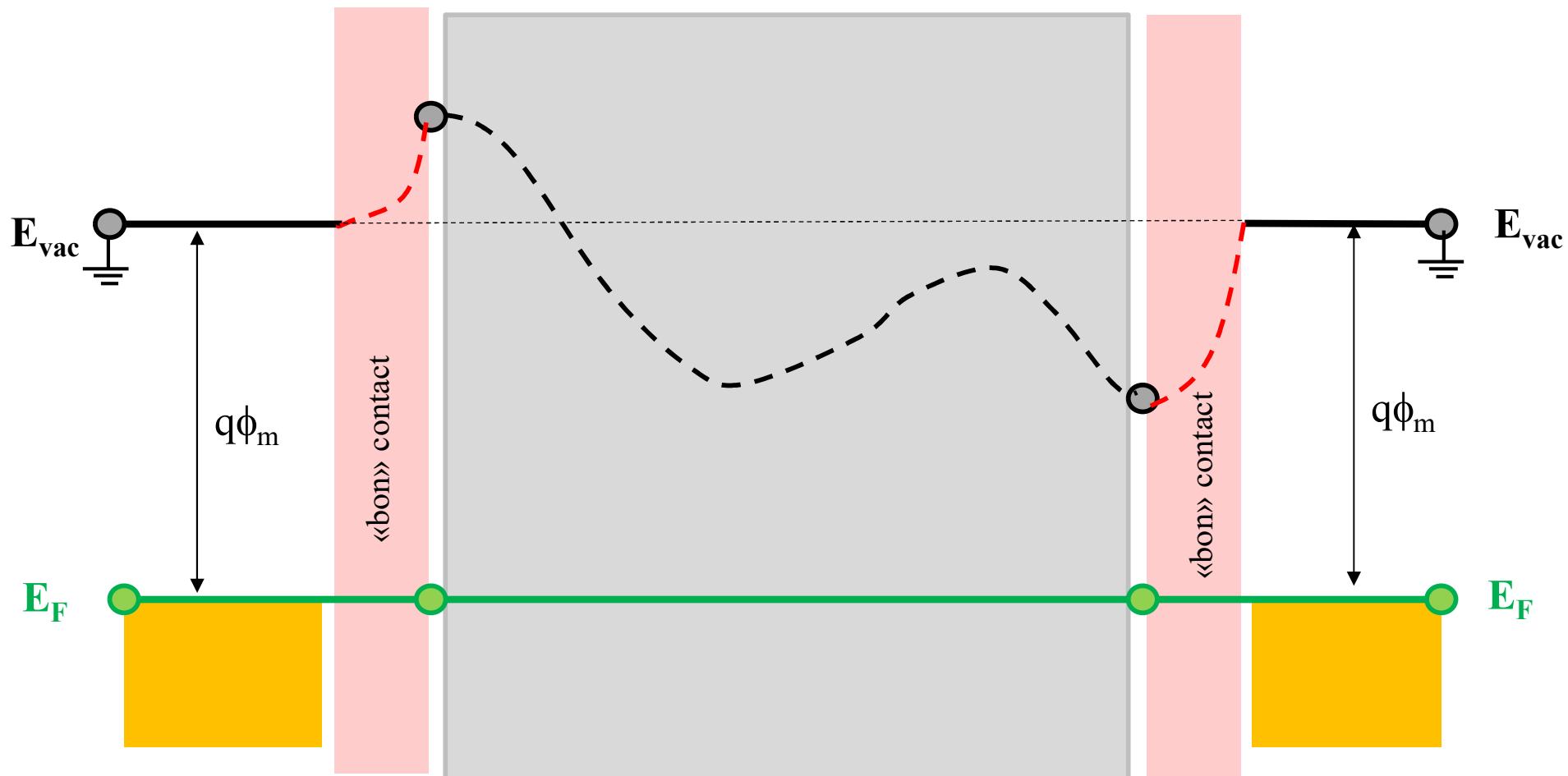
$$\varphi = V_{bi} + V$$

Structure en semi-conducteur: à l'équilibre



Structure en semi-conducteur
À l'équilibre

Structure en semi-conducteur: à l'équilibre

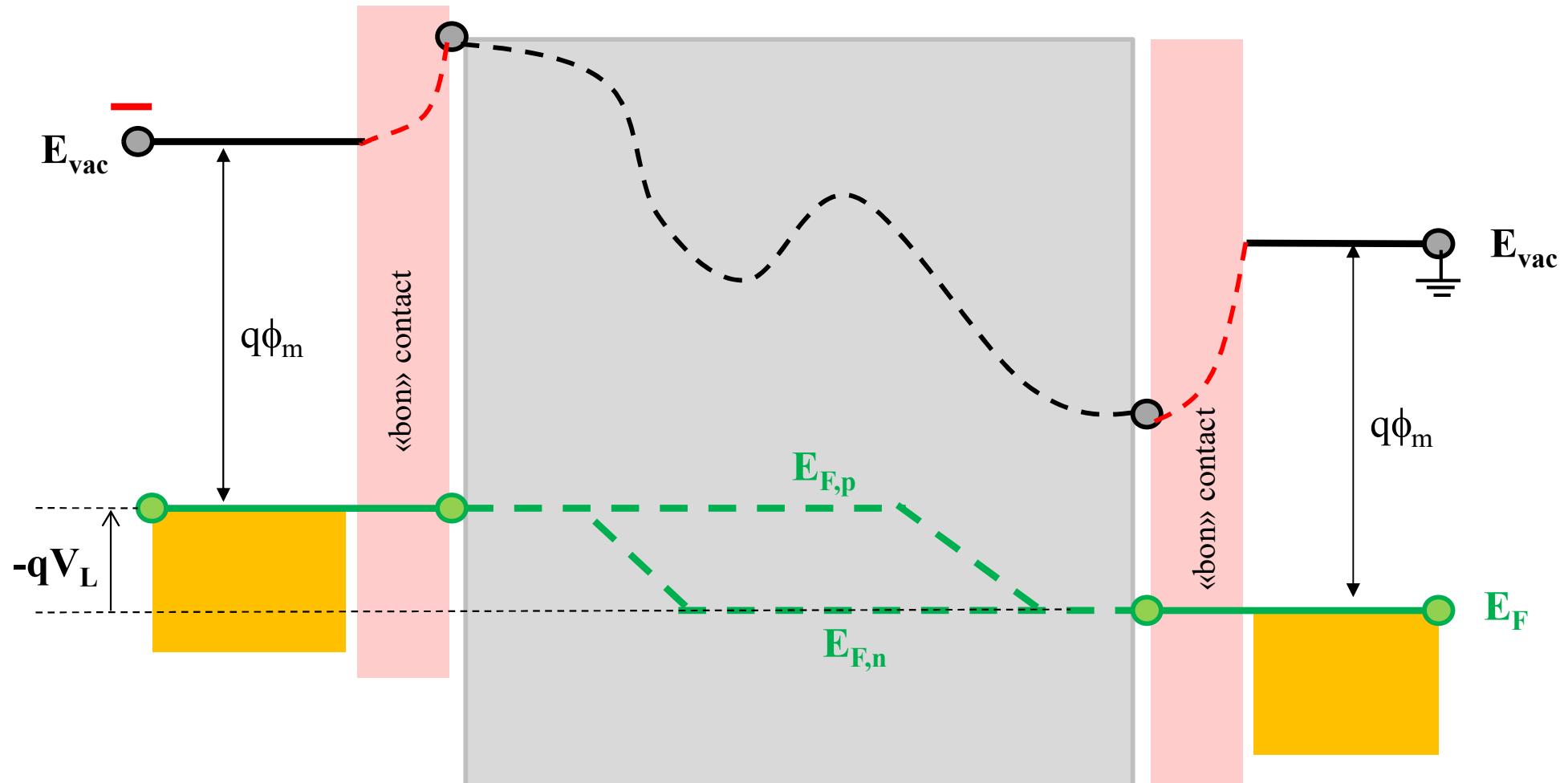


Cuivre
(T_0)

Structure en semi-conducteur
À l'équilibre (T_0)

Cuivre
(T_0)

Structure en semi-conducteur: hors équilibre

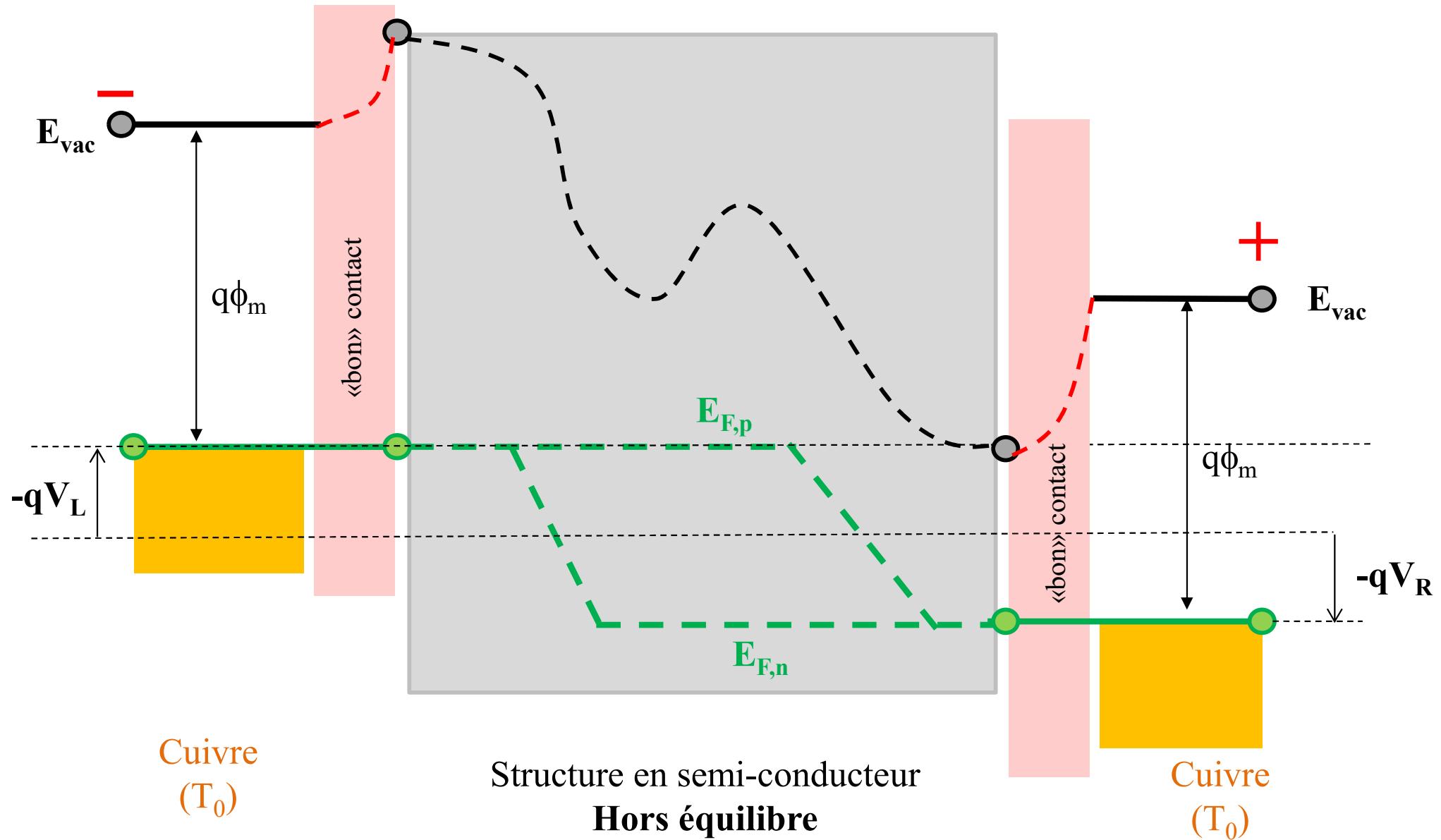


Cuivre
(T_0)

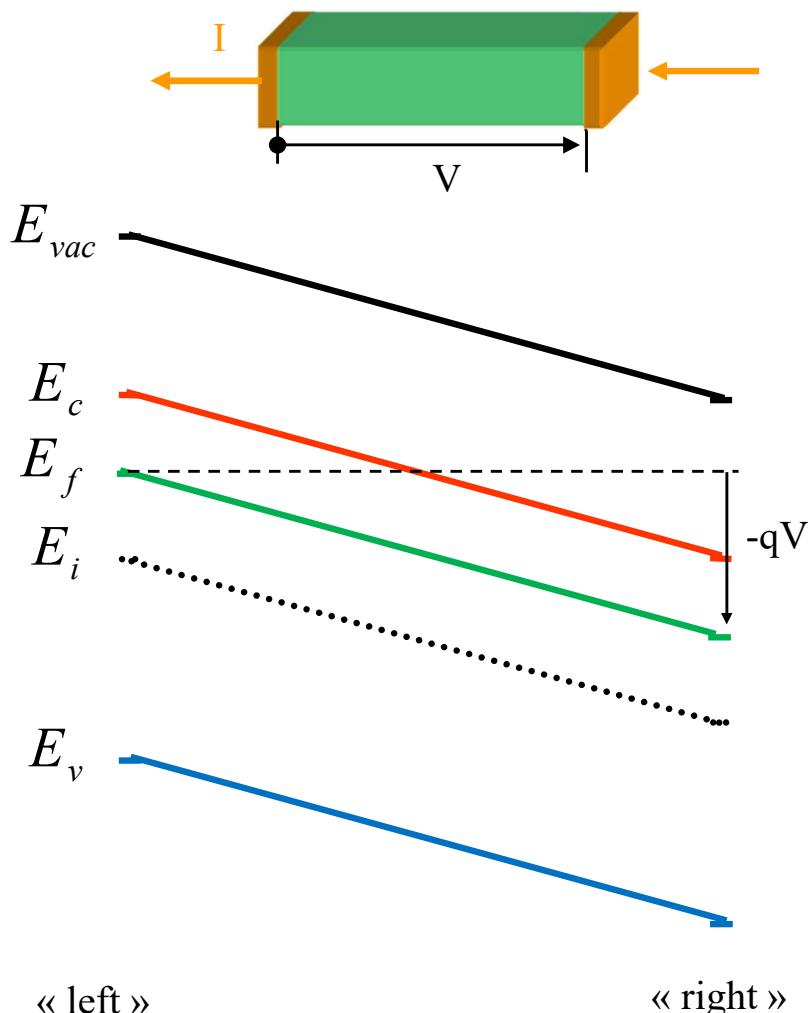
Structure en semi-conducteur
Hors équilibre

Cuivre
(T_0)

Structure en semi-conducteur: hors équilibre



Semi-conducteur homogène parcouru par un courant



- 1) Au point « left »:
 - Poser $E_{vac} = 0$
 - Dessiner les bandes
 - Déterminer E_f à partir de E_i
- 2) $E_{F,n} = E_{F,p} = E_F$ dans toute la structure
 E_F n'est pas constant
- 3) Au point « right »:
 - E_f est donné par $-qV$
 - Dessiner les bandes
 - Tracer E_{vac}
- 4) Homogène $\rightarrow E_f$ et E_{vac} sont linéaires
- 5) Tracer les bandes en tout point depuis E_{vac}

E_{vac} —

E_c —

E_i

E_f —

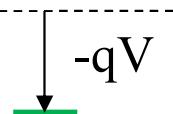
E_v —

1) Au point « left »:

- Décrire les bandes et déterminer E_f

2) Au point « right »:

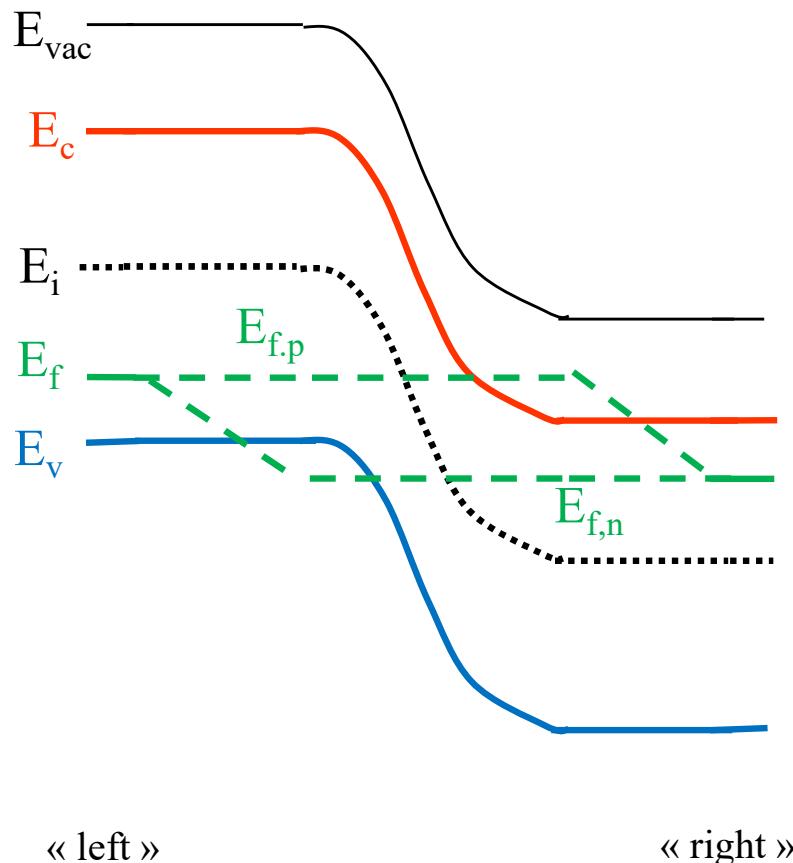
- Trouver E_f à partir de la tension externe V



« left »

« right »

Semi-conducteur inhomogène en général



- 1) Au point « left »:
 - Décrire les bandes et déterminer E_f
- 2) Au point « right »:
 - Trouver E_f à partir de la tension externe V
 - Dessiner les bandes et trouver E_{vac}
- 3) Résoudre

$$\Delta\varphi = -\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon} q (p + N_d^+ - n - N_a^-)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -U_{spec} - U_{th} + \frac{1}{q} \operatorname{div}(\vec{j}_n)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -U_{spec} - U_{th} - \frac{1}{q} \operatorname{div}(\vec{j}_p)$$

avec les conditions aux deux bords.
Les inconnues sont φ , $E_{F,n}$ et $E_{F,p}$
- 4) Tracer $E_{vac} = -q\varphi$, $E_{F,n}$ et $E_{F,p}$
- 5) Tracer les bandes en tout point depuis E_{vac}

1^{er} test à blanc

Données sur Moodle