Série 20

Réponses à l'exercice 20.1 : ANALYSE D'UN SYSTÈME

1) $H(z) = \frac{(1-(1+3j)z^{-1})(1-(1+3j)^*z^{-1})}{2(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$.

2) Pôles : $\pm 1/2$. Zéros : $1+3j, 1-3j$.

3) La réponse en amplitude du filtre est représentée sur la Figure 1.

4) Il s'agit d'un filtre coupe-bande.

5) Le système est causal-stable. La justification est donnée dans la correction.

6) $y[n] = h[n]$ lorsque $x[n] = \delta[n]$. Ici, $h[n] = -20\delta[n] + \frac{37}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{45}{4}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$.

7) (a) $y_1[n] = \mathrm{Re}(H(e^{j2\pi/17}))\cos(\frac{2\pi n}{17}) - \mathrm{Im}(H(e^{j2\pi/17}))\sin(\frac{2\pi n}{17})$

(b) $y_2[n] = 10\ \delta[n-11] - 22\ \delta[n-10] + \frac{45}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^{(n-10)} u[n-10]$.

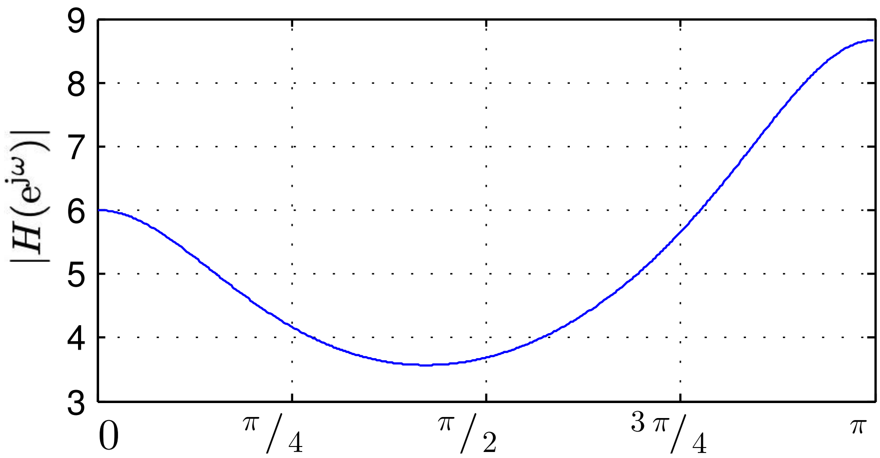

Figure 1 – Réponse en amplitude du système de la question **19.2**.

Réponses à l'exercice 20.2 : FILTRES À PHASE LINÉAIRE ET FILTRES PASSE-TOUT

1) (a) Le développement est détaillé dans la correction.

(b) Le développement est détaillé dans la correction.

(c) L'ensemble minimal des zéros est représenté, avec le cercle unité, sur la Figure 2.

(d) Le filtre correspondant est réel.

(e) Le filtre correspondant est stable.

(f) Le temps de propagation de groupe du filtre correspondant est de $5/2$.

2) (a) L'ensemble minimal des zéros est représenté, avec le cercle unité, sur la Figure 2.

(b) Le filtre correspondant n'est pas réel.

(c) Le filtre correspondant n'est pas causal-stable.

Réponses à l'exercice 20.3 : DENSITÉS DE PROBABILITÉ DISCRÈTES

1) $c_1 = \frac{1}{2}$ et $c_2 = \frac{2}{3}$.

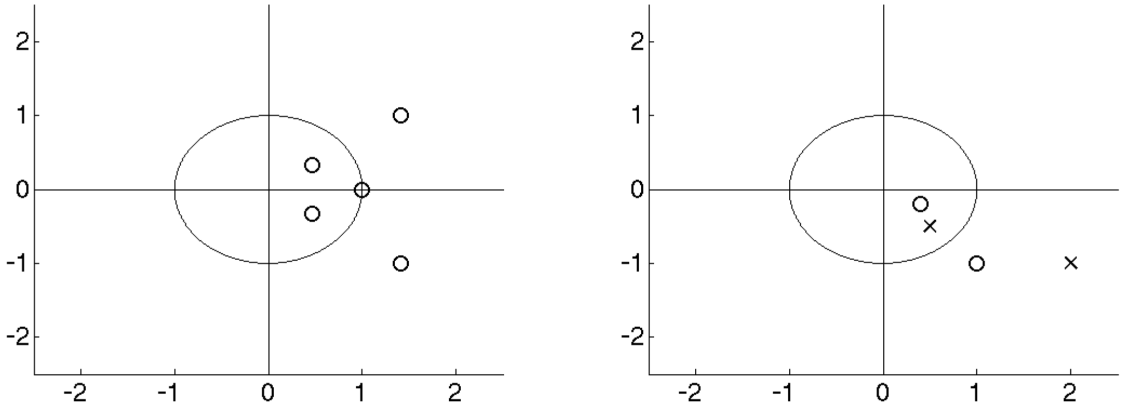

FIGURE 2 – Diagrammes pôles — zéros des filtres $H(z)$ (gauche) et $G(z)$ (droite).

2) $p_1(x) = \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n}\delta(x-n)$ et $p_2(x) = \frac{2}{3}\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n}\delta(x-n)$.

3) $P_1(\omega) = \frac{1}{2}\frac{1}{1-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-j\omega}}$ et $P_2(\omega) = \frac{2}{3}\frac{1}{1-\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-j\omega}}$.

4) $p(x) = \sum_{n=0}^{\infty}(2^{-n} - \frac{2}{3}\times 3^{-n})\delta(x-n)$.

5) $P(\omega) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-j\omega}} - \frac{2}{3}\frac{1}{1-\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-j\omega}}$.

6) $P(\omega) = P_1(\omega)P_2(\omega)$.