Série 12

Réponses à l'exercice 12.1 : SIGNAUX DISCRETS PERIODIQUE

1) (a) $x_1[n]$ est périodique de période $T_1 = 20$.

(b) $x_2[n]$ est non-périodique.

(c) $x_3[n]$ est non-périodique.

2) Le signal échantilloné à la période $T = \frac{1}{F}$ est donné par $x[k] = x(\frac{k}{F}) = e^{j2\pi f \frac{k}{F}}$. La p-périodicité impose que $x[k] = x[k+p]$. En développant cette expression et en la simplifiant, on obtient la condition $f\frac{p}{F} \in \mathbb{N}^*$, ce qui nous donne donc bien $f = \frac{kF}{P}$, $k \in \mathbb{N}^*$.

Réponses à l'exercice 12.2 : SIGNAUX DISCRETS DE BASE

1) Les signaux $f_1[n]$, $f_2[n]$, et $f_3[n]$ sont représentés sur la Figure 1.

2) (a) Le signal $g_1[n]$ est représenté sur la Figure 2 (gauche) et est donnée par l'expression $g_1[n] = 2(u[n] - u[n-5])$.

(b) La forme canonique du signal est $g_1[n] = \sum_{k=0}^{4} 2\delta[n-k]$. En faisant la subsitution, on retrouve l'expression en (a).

3) Le signal $g_2[n]$ est représenté sur la Figure 2 (centre) et est donné par l'expression $g_2[1] = s_+^1[n] - s_+^1[n-4] - 4u[n-4]$.

4) Le graph de $g_3[n]$ est représenté sur la Figure 2 (droite).

5) On utilisera la définition du signal de base $s_+^N[n]$ donnée au slide $8-21$ du cours pour montrer la relation proposée. L'équivalent temporel est la dérivée.

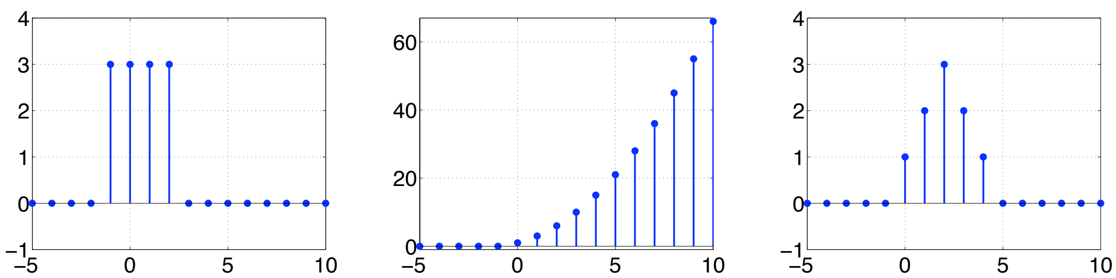

FIGURE 1 – Les signaux $f_1[n]$ (gauche), $f_2[n]$ (centre), et $f_3[n]$ (droite).

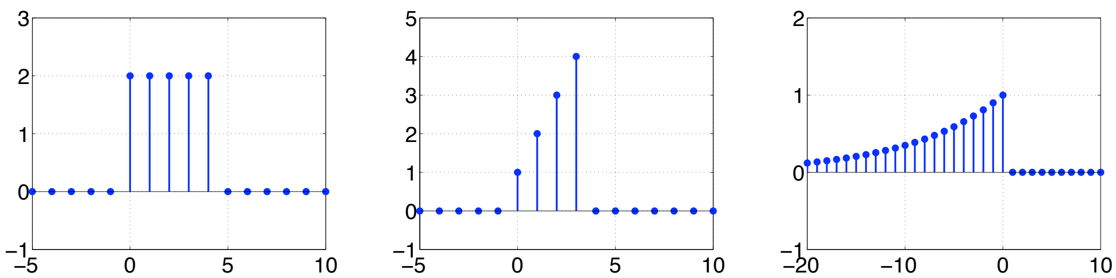

FIGURE 2 – Les signaux $g_1[n]$ (gauche), $g_2[n]$ (centre), et $g_3[n]$ (droite).

Réponses à l'exercice 12.3 : ÉCHANTILLONNAGE

1) $x_1[n] = 0$

2) $x_2[n] = (-1)^n$

3) $x_3[n] = 1$

4) $x_4[n]$ est périodique de période 12. De plus, pour $n = 0, \dots, 11$,
$x_4[n] = 1, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -1, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$.

5) $\mathrm{j}^n u[n] = 0, 0, 0, 0, 0, 1, \mathrm{j}, -1, -\mathrm{j}, 1, \mathrm{j}, -1$ pour $n = -5, \dots, 6$.

6) $x_4[n] \cdot u[n] = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}n} u[n] + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{6}n} u[n])$.

Réponses à l'exercice 12.4 : INTERPOLATION

1) Le signal discret $x[n]$ est représenté par les points $\bullet$ sur la Figure 3. La courbe continue $x_1(t)$ obtenue par interpolation linéaire de $x[n]$ est représentée sur la même figure en pointillés.

2) $y[n] = 0$ pour $n \leq -4$ et $n \geq 4$ et $y[n] = 0.5, 1, 0, -1, -1, -1, -0.5$ pour $n = -3, \cdots, 3$. Le signal discret $y[n]$ est représenté sur la Figure 3 par des croix $\times$.

3) $x_1(t) = \mathrm{tri}(t+1) - \mathrm{tri}(t) - \mathrm{tri}(t-1)$.
$x_1(n) = x[n]$ et $x_1(n/2) = y[n]$.

4) $x_T(t) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} x[k]\mathrm{tri}(\frac{t}{T} - k)$. Pour $m \in \mathbb{Z}$, on a $y[2m] = x[m]$ et $y[2m+1] = \frac{1}{2}(x[m] + x[m+1])$.

5) $y[n] = \sum_{k\in\mathbb{Z}} x[k]\mathrm{tri}(\frac{n-2k}{2})$ donc $h[n] = \mathrm{tri}(\frac{n}{2})$ convient.

6) $y[n]$ s'obtient en effectuant successivement un sur-échantillonnage par 2 de $x[n]$ suivi d'une convolution par $h[n]$.

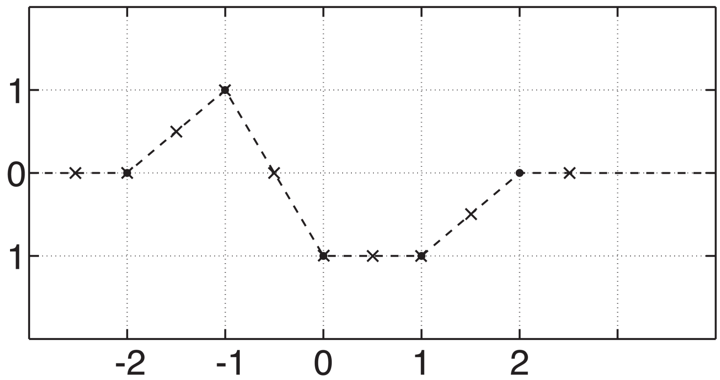

FIGURE 3 – Les signaux discrets $x[n]$ (points, $\bullet$) et $y[n]$ (croix, $\times$), et le signal continu $x_1(t)$ (en pointillé).