

## Série 22

### Réponses à l'exercice 22.1 : PROCESSUS STATIONNAIRES

- 1) (a)  $S_Y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_X(\omega)$ .  
(b)  $|H(\omega)| = \sqrt{S(\omega)}/\sigma$ ,  $\Phi_H(\omega) = 0$  ou  $\pi$ .  
(c)  $\rho_X(t) = \sigma^2 \delta(t)$ ,  $\rho_Y(t) = \sigma^2 h(t) * h(t)$ .
- 2) (a)  $h(t) = \frac{1}{\pi\sigma(1+t^2)}$ .  
(b)  $\rho_Y(t) = \frac{2}{\pi(4+t^2)}$ .

### Réponses à l'exercice 22.2 : DÉCONVOLUTION

- 1) (a)  $H_{\text{inv}}(\omega) = \frac{(j\omega+2)^2}{j\omega-s}$ .  
(b) Le filter  $H_{\text{inv}}$  est instable.  
(c)  $y_1(t) = x(t) + n_1(t)$ .  
(d)  $S_X(\omega) = \frac{1}{1+\omega^2}$ ,  $S_{N_1}(\omega) = \sigma^2 \frac{|j\omega+2|^4}{|j\omega-s|^2}$ .
- 2) (a) L'explication est donnée dans la correction.  
(b)  $H_{\text{opt}}(\omega) = \frac{(-j\omega-s^*)(j\omega+2)^2}{|j\omega-s|^2 + (1+\omega^2)|j\omega+2|^4\sigma^2}$ .  
(c)  $H_{\text{opt}}(\omega) = H_{\text{inv}}(\omega)$ .  
(d)  $H_{\text{opt}}(\omega) = 0$ .  
(e) L'explication est donnée dans la correction.

### Réponses à l'exercice 22.3 : DÉTECTEUR PAR CORRÉLATION

- 1)  $f(x) = 0.8\delta(x) + 0.2\delta(x - 4)$ . Cette fonction est représentée sur la Figure 1.

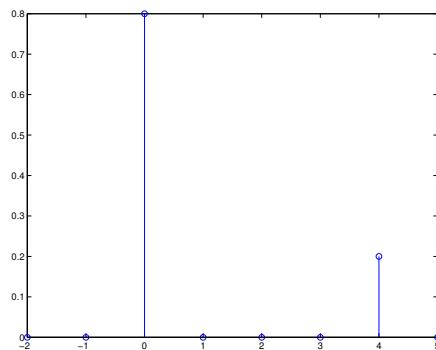


FIGURE 1 – Densité de probabilité  $f(x)$  de  $X$ .

- 2)  $p_{Y|X}(y|x=4) = g(y-4) = \frac{1}{3}\text{tri}\left(\frac{y-4}{3}\right)$ .  
3)  $p_{Y|X}(y|x=0) = \frac{1}{3}\text{tri}\left(\frac{y}{3}\right)$ .  
4) Les fonctions  $p_X(x=0)p_{Y|X}(y|x=0)$  et  $p_X(x=4)p_{Y|X}(y|x=4)$  sont représentées sur la Figure 2.  
5)  $x = 0$  pour  $y < 2.6$  et  $x = 4$  pour  $y > 2.6$ .

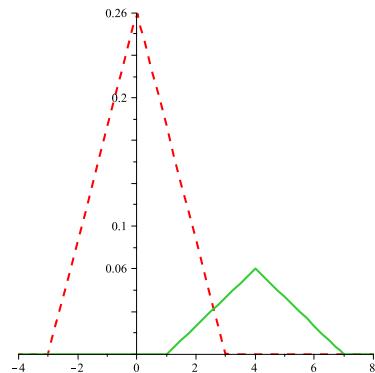


FIGURE 2 – Représentation graphique des fonctions  $p_X(x = 0)p_{Y|X}(y|x = 0)$  (traitillé) et  $p_X(x = 4)p_{Y|X}(y|x = 4)$  (trait plein).

6)  $P_{\text{err}} = \frac{8}{225}$ .

7)  $x = 0$  pour  $y < 2$  et  $x = 4$  pour  $y > 2$ .

8)  $P_{\text{err}} = \frac{1}{18}$ .