

Série 22

Réponses à l'exercice 22.1 : PROCESSUS STATIONNAIRES

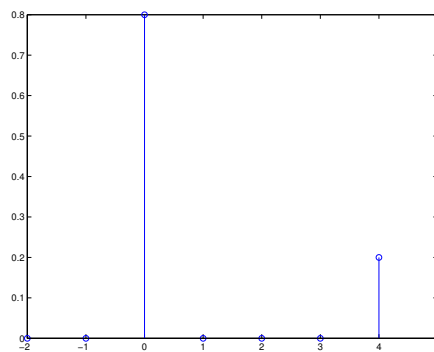
- 1) (a) $S_Y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_X(\omega)$.
 (b) $|H(\omega)| = \sqrt{S(\omega)}/\sigma$, $\Phi_H(\omega) = 0$ ou π .
 (c) $\rho_X(t) = \sigma^2 \delta(t)$, $\rho_Y(t) = \sigma^2 h(t) * h(t)$.
- 2) (a) $h(t) = \frac{1}{\pi\sigma(1+t^2)}$.
 (b) $\rho_Y(t) = \frac{2}{\pi(4+t^2)}$.

Réponses à l'exercice 22.2 : DÉCONVOLUTION

- 1) (a) $H_{\text{inv}}(\omega) = \frac{(j\omega+2)^2}{j\omega-s}$.
 (b) Le filter H_{inv} est instable.
 (c) $y_1(t) = x(t) + n_1(t)$.
 (d) $S_X(\omega) = \frac{1}{1+\omega^2}$, $S_{N_1}(\omega) = \sigma^2 \frac{|j\omega+2|^4}{|j\omega-s|^2}$.
- 2) (a) L'explication est donnée dans la correction.
 (b) $H_{\text{opt}}(\omega) = \frac{(-j\omega-s^*)(j\omega+2)^2}{|j\omega-s|^2 + (1+\omega^2)|j\omega+2|^4 \sigma^2}$.
 (c) $H_{\text{opt}}(\omega) = H_{\text{inv}}(\omega)$.
 (d) $H_{\text{opt}}(\omega) = 0$.
 (e) L'explication est donnée dans la correction.

Réponses à l'exercice 22.3 : DÉTECTEUR PAR CORRÉLATION

- 1) $f(x) = 0.8\delta(x) + 0.2\delta(x-4)$. Cette fonction est représentée sur la Figure 1.

FIGURE 1 – Densité de probabilité $f(x)$ de X .

- 2) $p_{Y|X}(y|x=4) = g(y-4) = \frac{1}{3} \text{tri}\left(\frac{y-4}{3}\right)$.
- 3) $p_{Y|X}(y|x=0) = \frac{1}{3} \text{tri}\left(\frac{y}{3}\right)$.
- 4) Les fonctions $p_X(x=0)p_{Y|X}(y|x=0)$ et $p_X(x=4)p_{Y|X}(y|x=4)$ sont représentées sur la Figure 2.
- 5) $x = 0$ pour $y < 2.6$ et $x = 4$ pour $y > 2.6$.

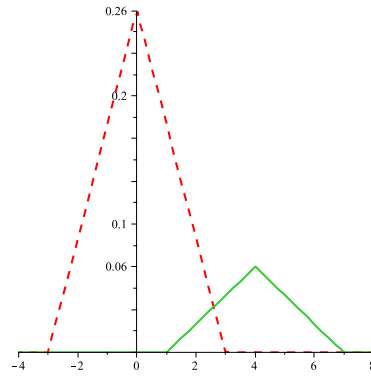


FIGURE 2 – Représentation graphique des fonctions $p_X(x=0)p_{Y|X}(y|x=0)$ (traitillé) et $p_X(x=4)p_{Y|X}(y|x=4)$ (trait plein).

6) $P_{\text{err}} = \frac{8}{225}$.

7) $x = 0$ pour $y < 2$ et $x = 4$ pour $y > 2$.

8) $P_{\text{err}} = \frac{1}{18}$.