

Série 19

Réponses à l'exercice 19.1 : CARACTÉRISATION DE FILTRES

- 1) H_1 : aucun pôle, double zéro en -3 ,
 H_2 : pôle en $1/5$, zéro : en 5 ,
 H_3 : deux pôles en $-10j$ et $5j/2$, aucun zéro,
 H_4 : aucun pôle, deux zéros en $e^{\pm j2\pi/3}$.
- 2) H_1 : RIF,
 H_2 : RII,
 H_3 : RII,
 H_4 : RIF.
- 3) H_1 : stable,
 H_2 : causal-stable,
 H_3 : causal-instable,
 H_4 : stable.
- 4) $|H_1(e^{j\omega})| = 10 + 6 \cos(\omega)$.
- 5) $|H_2(e^{j\omega})| = 1$.
- 6) Un filtre passe-tout.
- 7) Non, le filtre n'est pas réel.
- 8) $\text{Arg}(H_4(e^{j\omega})) = -\omega + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \text{sg}(2 \cos(\omega) + 1)$. La fonction est représentée sur la Figure 1.
- 9) H_1 : non, le filtre n'est pas à phase linéaire,
 H_4 : oui, il s'agit d'un filtre à phase linéaire.

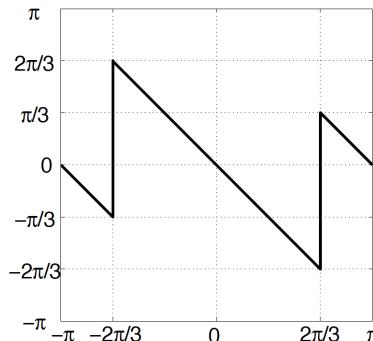


FIGURE 1 – Représentation graphique de la réponse en phase du filtre H_4 .

Réponses à l'exercice 19.2 : RELATIONS ENTRE LES DIFFÉRENTES TRANSFORMATIONS DE FOURIER

- 1) $X(\omega) = \frac{1}{1+j\omega}$.
- 2) $x[n] = e^{-nT}u[n]$.
- 3) $X_d(e^{j\omega}) = \frac{1}{1-e^{-T}e^{-j\omega}}$
- 4) $X[k] = \frac{1-e^{-NT}}{1-e^{-T}e^{-j2\pi k/N}}$.
- 5) Le développement est détaillé dans la correction.
- 6) $X[k] \approx X_d(e^{j2\pi k/N})$.

$$7) TX_d(e^{j\omega T}) \xrightarrow{T \rightarrow 0} \frac{1}{1+j\omega} = X(\omega).$$

Réponses à l'exercice 19.3 : ZERO-PADDING

- 1) $F_0[m] = \frac{1-e^{-N}}{1-e^{-1-j2\pi m/N}}.$
- 2) $F_1[m] = \frac{1-e^{-N-j\pi m}}{1-e^{-1-j2\pi m/(2N)}}.$
- 3) $F_1[2m] = F_0[m], m = 0, \dots, N-1.$
- 4) $F(e^{j\omega}) = \frac{1-e^{-N(1+j\omega)}}{1-e^{-1-j\omega}}.$
- 5) $F_0[m]$ et $F_1[m]$ sont les échantillons de $\mathcal{F}_d\{f\}(w).$
- 6) Le zero-padding dans le domaine temporel correspond à un rééchantillonnage en fréquences.

Réponses à l'exercice 19.4 : SOUS-ÉCHANTILLONNAGE DE SIGNAUX DISCRETS

- 1) (a) $Y(z) = \frac{1}{2}(X(z^{1/2}) + X(-z^{1/2})).$
(b) $Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{2}(X(e^{j\omega/2}) + X(e^{j(\omega/2+\pi)})).$
- 2) (a) $X(e^{j\omega}) = 2 \sum_{k \in \mathbb{Z}} \text{tri}\left(\frac{\omega - 2\pi k}{\pi}\right).$
(b) Les fonctions $X(e^{j\omega})$, $X(e^{j\omega/2})$ et $Y(e^{j\omega})$ sont représentées sur la Figure 2.
(c) La preuve est détaillée dans la correction.
(d) Les DTFT de $x_{\text{mod}}[k]$ et $y_{\text{mod}}[k]$ sont représentées sur la Figure 3.

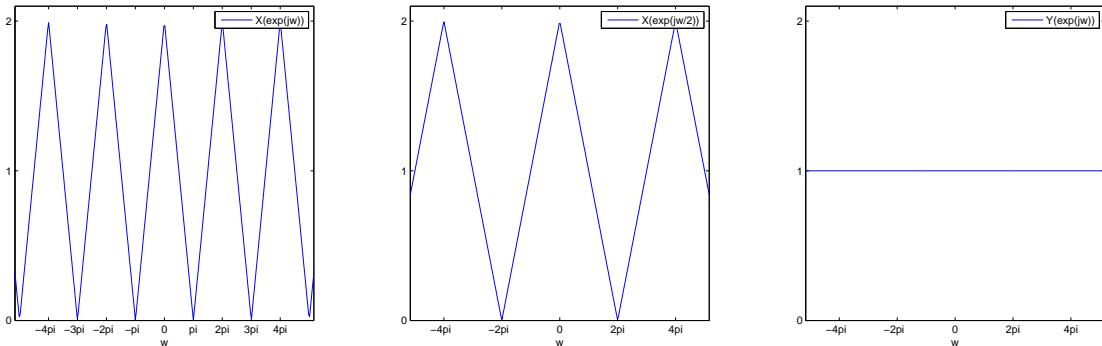


FIGURE 2 – Représentation graphique des fonctions $X(e^{j\omega})$ (gauche), $X(e^{j\omega/2})$ (centre) et $Y(e^{j\omega})$ (droite) de l'exercice 17.4.2 (b).

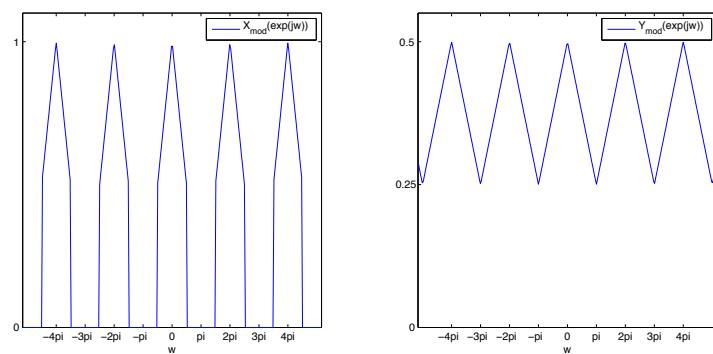


FIGURE 3 – Représentation graphique des DTFT de $x_{\text{mod}}[k]$ (gauche) et $y_{\text{mod}}[k]$ (droite) de l'exercice 17.4.2 (c).