NOM, Prénom:

Signaux & Systèmes II - Examen Blanc 2021

Problème I

Soient S_1, S_2 et S_3, les trois systèmes **causaux** définis par

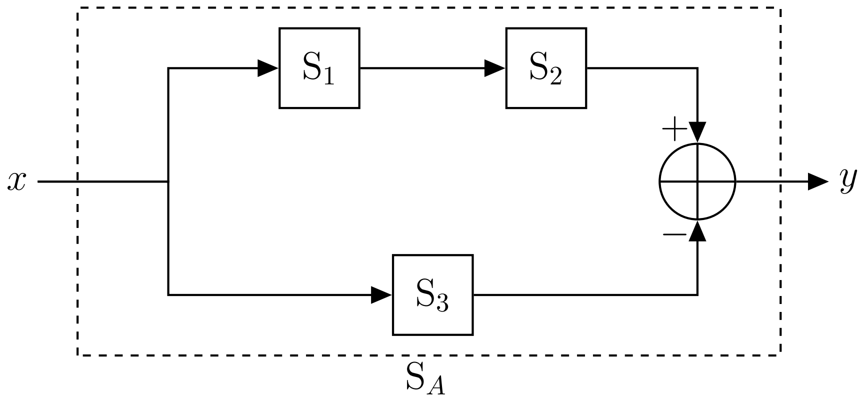
$$\begin{aligned} S_1 &: \quad y[n] = \sum_{k\in\mathbb{Z}} u[k]x[n-k], \\ S_2 &: \quad H_2(z) = 1 - z^{-1}, \\ S_3 &: \quad h_3[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]. \end{aligned}$$

1) Compléter le tableau suivant.

	S_1	S_2	S_3
Réponse impulsionnelle	$h_1[n] =$	$h_2[n] =$	$h_3[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$
Transformée en z	$H_1(z) =$	$H_2(z) = 1 - z^{-1}$	$H_3(z) =$
Zone de convergence			
DTFT	$\mathcal{F}_{\mathrm{d}}\{h_1\}(w) =$	$\mathcal{F}_{\mathrm{d}}\{h_2\}(w) =$	$\mathcal{F}_{\mathrm{d}}\{h_3\}(w) =$
Équation aux différences			
RIF/RII			
Stabilité BIBO			
$h_i[n] \in \mathcal{C}(\mathbb{Z})$?			
$h_i[n] \in \ell_1(\mathbb{Z})$?			
$h_i[n] \in \ell_\infty(\mathbb{Z})$?			

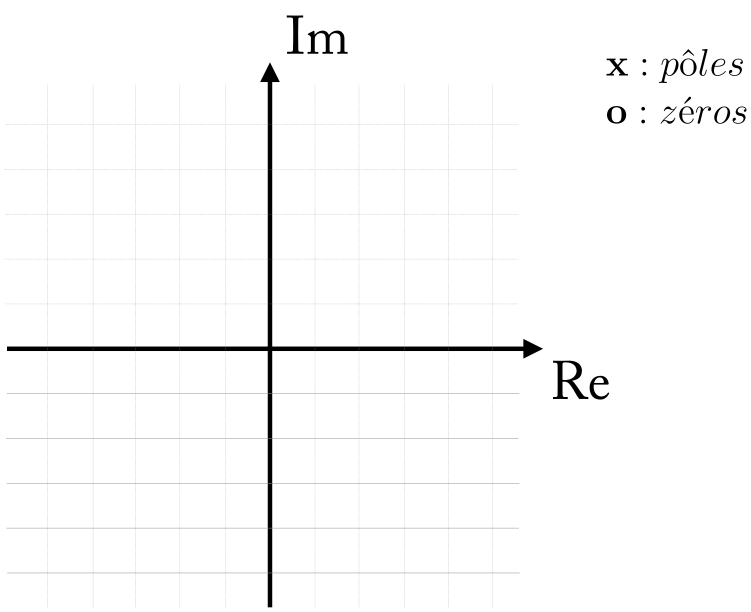
NOM, Prénom:

On considère maintenant le système S_A causal construit à partir des systèmes S_1, S_2 et S_3 comme illustré ci-dessous.



2) (a) Montrer que $H_A(z) = -\frac{1}{3}\frac{z^{-1}}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$, où H_A est la transformée en z du système S_A.

(b) Déterminez les pôles et les zéros du système S_A et les représenter dans le plan complexe.



NOM, Prénom:

(c) Le système S_A est-il stable ? Justifiez.

(d) Déduire de $H_A(z)$ la réponse impulsionnelle causale $h_A[n]$ du système S_A.

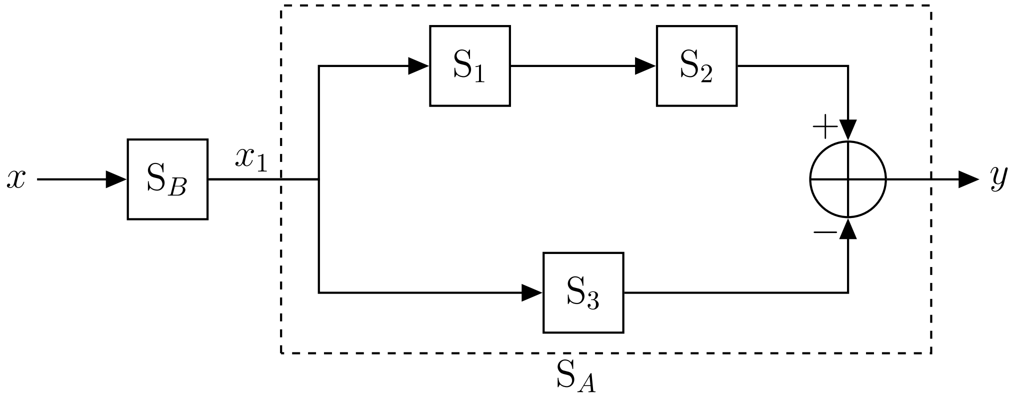
(e) Déduire de $H_A(z)$ l'équation aux différences associée.

NOM, Prénom:

Soit S_B le système causal donné par l'équation aux différences suivante :

$$S_B \quad : \quad x_1[n] - x_1[n-1] = 2x[n] - x[n-1]$$

On combine ce système avec le système S_A étudié précédemment pour former le système S comme indiqué sur le schéma ci-après.



3) (a) Déterminez l'équation aux différences du système complet S à partir de celles des sous-systèmes S_A et S_B.

(b) En déduire l'expression de $H(z)$, la transformée en z du système complet S.

NOM, Prénom:

(c) Retrouvez l'expression de $H(z)$, déterminée en (b), à partir de $H_A(z)$ et $H_B(z)$, les transformées en z des systèmes S_A et S_B.

(d) Déduire de $H(z)$ la réponse impulsionnelle **causale** $h[n]$ du système complet S.

(e) Donner l'expression de la réponse $y[n]$ du système S à l'entrée $x[n] = \delta[n-4]$.

NOM, Prénom:

Problème II

Soit le signal discret $h[n] = \mathrm{e}^{-5n} u[n]$.

1) Donner $\mathcal{F}_\mathrm{d}\{h\}(\omega) = H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$, la DTFT de $h[n]$.

2) Montrer que

$$\left|H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \mathrm{e}^{-10} - 2\mathrm{e}^{-5}\cos(\omega)}}$$

3) Calculer H_{min} et H_{max}, les bornes inférieure et supérieure de la réponse fréquentielle du système, et les fréquences correspondants ω_{min} et ω_{max}.

NOM, Prénom:

4) Le système $H(e^{j\omega})$ est-il inversible sur $\ell_2(\mathbb{Z})$? Justifier. Si oui, donner la réponse impulsionnelle $h_{\mathrm{inv}}[n]$ du filtre inverse.

5) Donner la réponse $y[n]$ du système LID S_h de réponse impulsionnelle $h[n]$ à l'entrée $x[n] = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{4}n}$.

NOM, Prénom:

Problème III

Soit le signal discret :

$$f[n] = 2^{(n-2)} u[2-n],$$

et $g[n]$ le signal de période $N = 4$:

$$g[n] = f[n] \text{ pour } n \in \{0, 1, 2, 3\}.$$

1) Le signal $f[n]$ est-il causal ? Justifier.

2) Calculer $\mathcal{F}_{\mathrm{d}}\{f\}(\omega) = F(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$, la DTFT de $f[n]$.

3) Calculer la transformée en z de $2f[n+2]$.

4) Donner $g[n]$ pour $n \in \{-3, -2, -1, 0, 2222\}$.

NOM, Prénom:

5) Déterminer $G[m] = \mathbf{DFT}\{g\}[m]$ comme une somme.

6) Déterminer $\tilde{G}[m] = \mathbf{DFT}^{-1}\{g\}[m]$ comme une somme.

7) Exprimer $G[m]$ en fonction de $\tilde{G}[m]$.