NOM, Prénom:

Problème IV

Soient S_1, S_2 et S_3, les trois systèmes **causaux** définis par

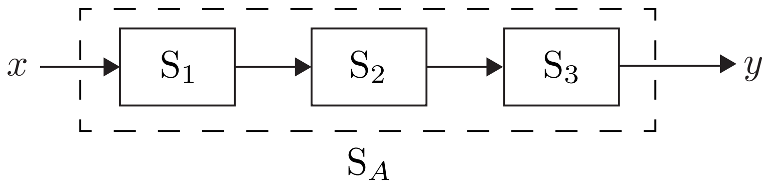
$$\begin{aligned} \mathrm{S}_1 &: \quad x[n-2]+x[n-1]=y[n], \\ \mathrm{S}_2 &: \quad H_2(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\frac{1}{1-3\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}}, \\ \mathrm{S}_3 &: \quad h_3[n]=2_+[n]. \end{aligned}$$

1) Compléter la table suivante.

	S_1	S_2	S_3
Réponse impulsionnelle	$h_1[n]=$	$h_2[n]=$	$h_3[n]=2_+[n]$
Transformée en z	$H_1(z)=$	$H_2(z)=$	$H_3(z)=$
Rayon de convergence		$\{z\in\mathbb{C},\ \lvert z\rvert>3\}$	
Réponse fréquentielle	$H_1(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=$	$H_2(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\frac{1}{1-3\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}}$	$H_3(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=$
Equation correspondante	$x[n-2]+x[n-1]=y[n]$		
Stabilité BIBO			
Comportement fréquentiel (passe-bas, passe-haut, passe-bande, passe-tout)	N/A		

NOM, Prénom:

On considère maintenant le système S_A construit en mettant en série les systèmes S_1, S_2 et S_3 comme illustré ci-dessous.

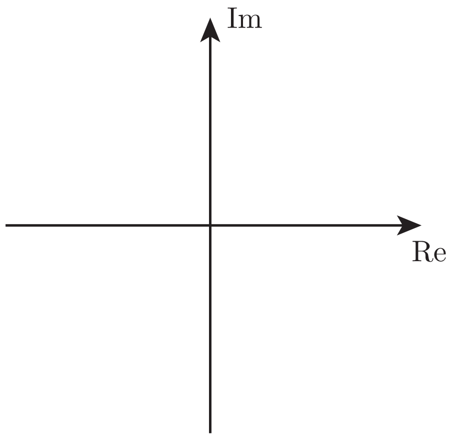


3) (a) Donner l'expression de $H_A(z)$, la transformée en z du système S_A.

(b) En déduire $h_A[n]$, la réponse impulsionnelle causale du système S_A.

NOM, Prénom:

(c) Déterminer les pôles et les zéros du système S_A et les représenter dans le plan complexe.



(d) Le système S_A est-il causal-stable BIBO ? Justifier.

On étudie à présent le système causal S_B donné par l'équation aux différences suivante où x est l'entrée et y la sortie de S_B.

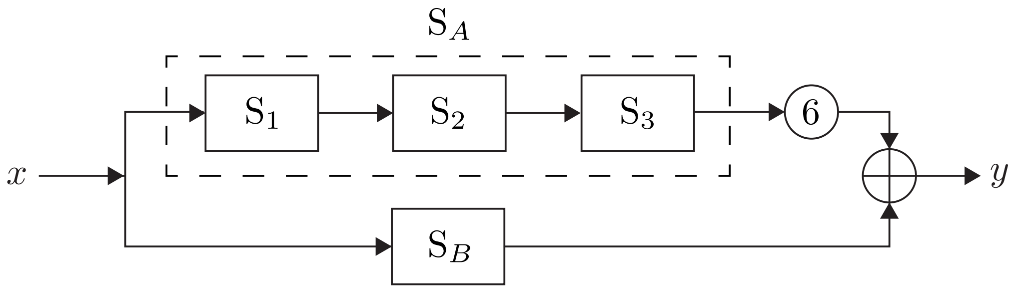
$$\mathrm{S}_B \quad : \quad -3x[n] + x[n-1] = \frac{1}{3}y[n] - y[n-1]$$

4) Donner l'expression de $H_B(z)$, la transformée en z du système S_B.

5) Quel est l'effet du filtre S_B (passe-bas, passe-haut, passe-bande, passe-tout) ? Justifier.

NOM, Prénom:

On combine le système S_A étudié au point **3)** avec S_B suivant le schéma-bloc ci-dessous pour former le système S. *Rappelons que* 6 *correspond à l'opération de multiplication par* 6.



5) Donner l'expression de $H(z)$, la transformée en z du système complet S.

6) En déduire $h[n]$, la réponse impulsionnelle causale du système complet S.

NOM, Prénom:

7) Trouver les réponses du système S aux entrées suivantes.

(a) $x[n] = \frac{1}{9}\left(\delta[n] - 2\delta[n-1]\right)$

(b) $x[n] = 2^n s_+^3[n]$

NOM, Prénom:

Problème V

On considère le signal causal $x[n] = 2^{-n}\mathrm{e}^{-n}u[n]$, obtenu par échantillonnage du signal continu $x(t) = 2^{-t}\mathrm{e}^{-t}u(t)$ à la période $T = 1$.

1) Donner l'expression de $X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$, la DTFT de $x[n]$.

2) On construit maintenant une version périodique de $x[n]$ à la période N. Ce signal est donné par

$$x_N[n] = \sum_{k\in\mathbb{Z}} x[n - kN].$$

Déterminer l'expression de $x_N[n]$ pour n entre 0 et $N - 1$.

3) Donner l'expression de $X_N[n]$, la DFT de $x_N[n]$. Quelle relation lie $X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$ à $X_N[n]$?

NOM, Prénom:

4) On sous-échantillonne maintenant le signal $x[n]$ par un facteur de 2. On obtient

$$y[n] = (\downarrow 2)x[n].$$

Déterminer l'expression de $Y(\mathrm{e}^{\mathrm{j}w})$, la DTFT de $y[n]$.

5) Expliquer quel effet a le sous-échantillonnage par 2 dans le domaine de Fourier pour un signal discret.

6) Pour un signal quelconque $x[n]$, on construit maintenant le signal

$$z[n] = (\downarrow 2)\left(x[n]x[-n+1]\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi n}\right).$$

En utilisant les propriétés de la DTFT, exprimer $Z(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$, la DTFT de $z[n]$, en fonction de $X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$.