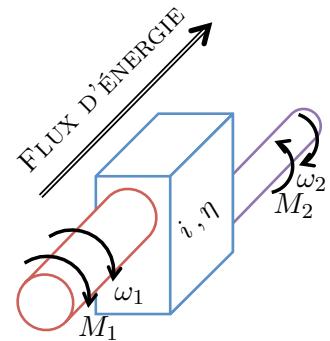


### Exercice 1 : Moment sur le bâti d'un réducteur

Calculez le moment sur le bâti du réducteur suivant.  $M_1$  et  $M_2$  sont les couples agissant respectivement sur les arbres d'entrée et de sortie du réducteur.  $\omega_1$  et  $\omega_2$  indiquent les sens de rotation des arbres. (Note : le sens de  $M_2$  est choisi comme sens positif pour les moments).

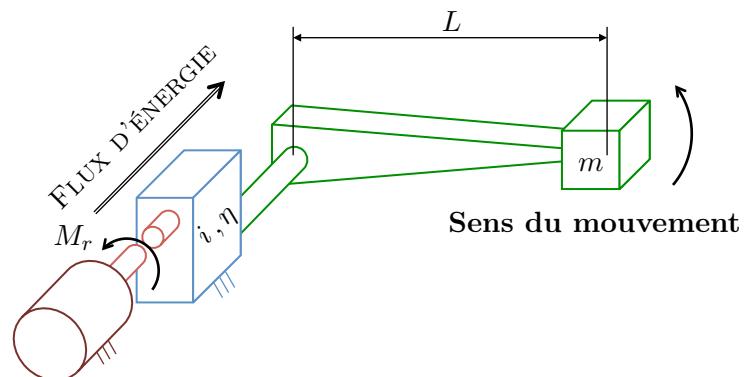
#### Données

- $\omega_1 = 500 \text{ rad s}^{-1}$
- $\omega_2 = 100 \text{ rad s}^{-1}$
- $M_1 = 0,1 \text{ N m}$
- $\eta = 95\%$



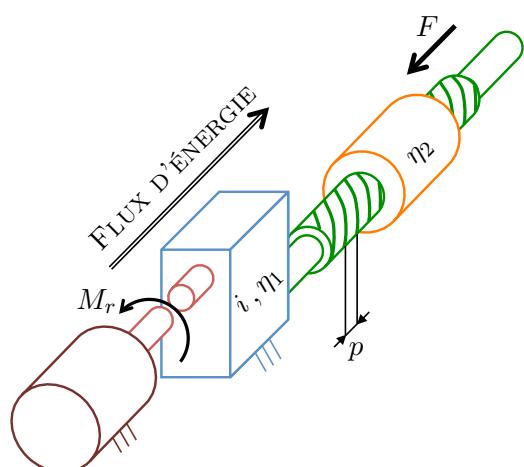
### Exercice 2★ : Moment réduit d'un bras oscillant

Calculez le moment réduit  $M_r$  du bras oscillant sur l'arbre du moteur en fonction de la masse embarquée  $m$ , de la longueur du bras  $L$  (le bras est en position horizontale, sa masse est négligée), du rapport de réduction  $i$  et du rendement  $\eta$ .



### Exercice 3★ : Moment réduit via vis-à-billes

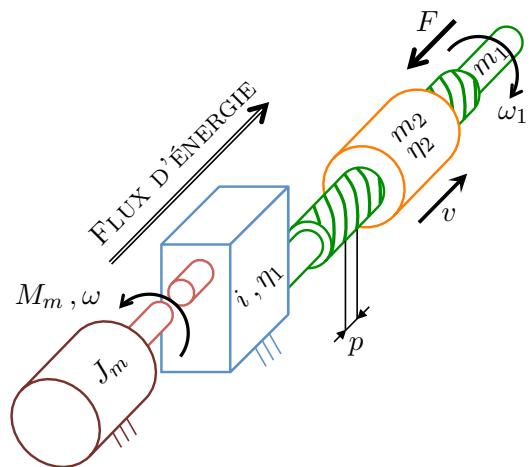
Calculez le moment réduit  $M_r$  du système sur l'arbre du moteur en fonction de la force  $F$ , du pas  $p$  de la vis à billes, du rendement  $\eta_2$  de la vis à billes, du rapport de réduction  $i$  du réducteur et du rendement  $\eta_1$  du réducteur. Note : un système d'anti-rotation qui n'est pas représenté sur la figure empêche l'écrou de tourner (il ne peut que se translater axialement).



### Exercice 4★ : Accélération d'un chariot avec vis à billes

Calculez l'accélération linéaire du chariot en fonction de sa masse  $m_2$ , du couple moteur  $M_m$ , du rendement  $\eta_2$  et du pas  $p$  de la vis à billes, du rayon de la vis  $r$ , de la masse de la vis  $m_1$  (simple cylindre d'inertie  $\frac{m_1 \cdot r^2}{2}$ ), du rapport de réduction  $i$ , du rendement  $\eta_1$  du réducteur, et de la force extérieure  $F$ .

Note : un système d'anti-rotation qui n'est pas représenté sur la figure empêche l'écrou de tourner (il ne peut que se translater axialement).

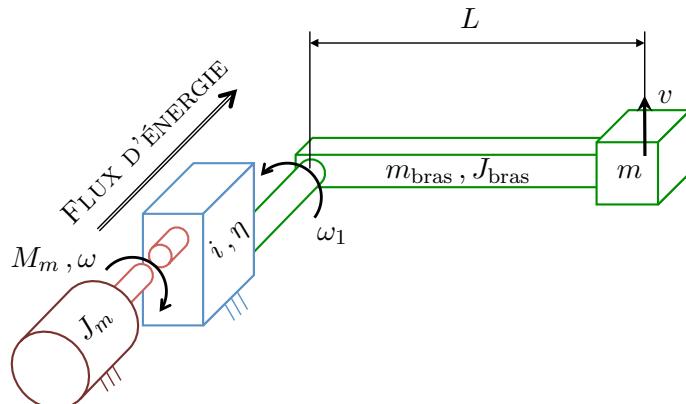


### Exercice 5★ : Accélération d'un bras oscillant

Calculez le couple moteur  $M_m$  requis pour imprimer à la masse  $m$  une accélération de  $2g$  ( $1g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ ) à la montée, en fonction des divers paramètres du mécanisme.

Note 1 : Le bras est supposé être une poutre longue et mince de section constante, d'où  $J_{\text{bras}} = \frac{m_{\text{bras}} \cdot L^2}{3}$ .

Note 2 : La masse  $m$  est supposée ponctuelle (moment d'inertie nul).



#### Données

- $J_m = 680 \text{ g cm}^2$
- $i = 12$
- $m = 500 \text{ g}$
- $m_{\text{bras}} = 1 \text{ kg}$
- $\eta = 80\%$
- $L = 250 \text{ mm}$

### Exercice 6★ : Oscillateur élémentaire

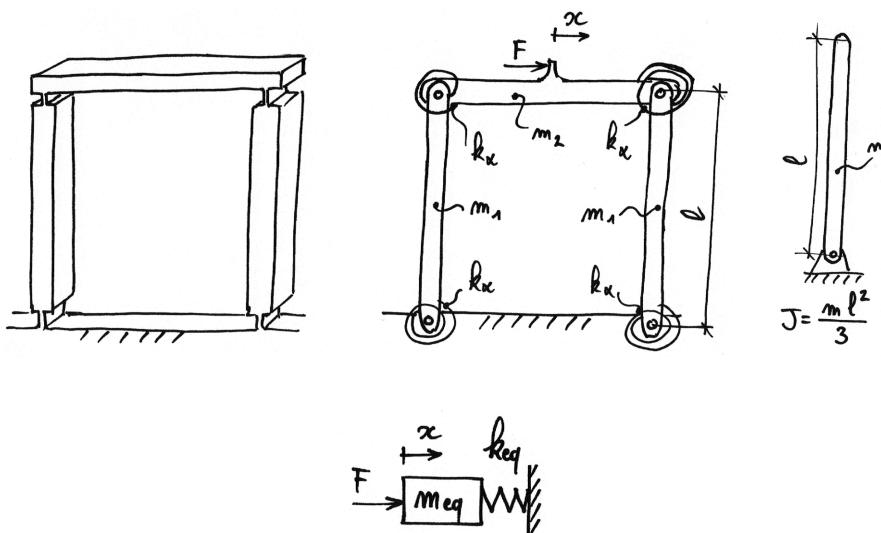
La table à 4 cols flexibles représentée ci-dessous à gauche peut être modélisée par le mécanisme à 3 barres articulées représenté à droite. Ce mécanisme peut lui-même être réduit à un système masse-spring équivalent tel que représenté en bas.

1. Calculez la masse réduite  $m_{\text{eq}}$  équivalente à la masse de l'intégralité du mécanisme au point d'application de la force  $F$  d'entraînement en fonction des masses des barres  $m_1$  et  $m_2$ , des rigidités angulaires des pivots flexibles  $k_\alpha$  et de la longueur  $L$  des barres pivotantes.
2. Calculez la rigidité équivalente  $k_{\text{eq}}$  du mécanisme au point d'application de la force en fonction de  $k_\alpha$  et de  $L$ .
3. Calculez la fréquence propre  $f$  du mécanisme en fonction de l'ensemble des paramètres.

Hypothèse : le déplacement  $x$  est très petit comparé à  $L$  :  $x \ll L$ .

Rappels :

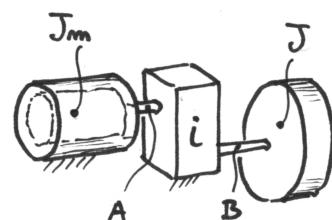
- la fréquence propre  $f$  d'un oscillateur élémentaire de masse  $m$  et de rigidité  $k$  est  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ .
- L'inertie d'une poutre mince de section constante pivotant autour de l'une de ses extrémités est  $J = \frac{m \cdot l^2}{3}$ .



### Exercice 7★ : Rapport de transmission optimal

Considérons un moteur fournissant un couple  $M$  sur son arbre moteur A et dont l'inertie du rotor est  $J_m$ . Ce moteur entraîne une charge d'inertie  $J$  au travers d'un réducteur de vitesse dont le rapport de réduction est  $i$  et dont le rendement est de 100%. Pour des inerties  $J_m$  et  $J$  données, il existe un rapport de transmission optimal  $i_{\text{opt}}$  pour lequel l'accélération angulaire de la charge (accélération de l'arbre B) est maximale.

Calculez  $i_{\text{opt}}$  en fonction de  $J_m$  et  $J$ .



Méthode recommandée :

- a. Réduire l'ensemble du système sur l'arbre mené B (et non pas sur l'arbre moteur A comme habituellement).
- b. Exprimer l'accélération angulaire de la charge en fonction de  $M$ ,  $J_m$ ,  $J$  et  $i$ .
- c. Chercher le maximum de la fonction lorsque  $i$  varie.

### Exercice 8★ : Accélération d'un cycliste

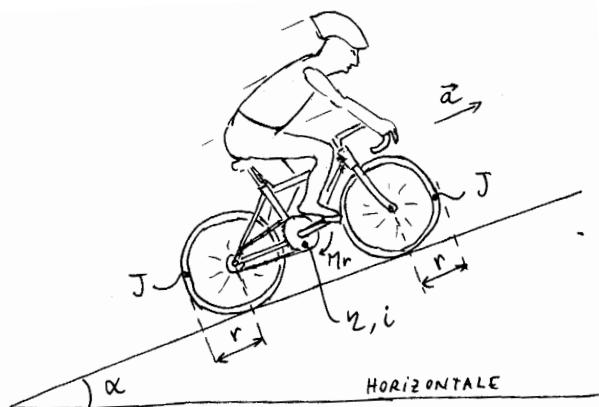
1. Calculez le couple  $M_r$  que doit produire le cycliste sur le pédalier pour avancer à vitesse constante (considérez que le couple est constant au cours du temps).

2. Calculez l'inertie réduite  $J_r$  de l'ensemble du système ramené au niveau de l'axe du pédalier.

3. Calculez l'accélération linéaire  $a$  du vélo lorsque le cycliste applique un couple constant de 50 N m sur le pédalier.

#### Données

- Masse totale (vélo + cycliste) :  $m = 85 \text{ kg}$
- Inertie de chaque roue :  $J = 0,07 \text{ kg m}^{-2}$
- Rayon de chaque roue :  $r = 350 \text{ mm}$
- Rapport de transmission ;  $i = 0,7$  (la roue tourne plus vite que le pédalier)
- Rendement de la transmission :  $\eta = 90\%$
- Pente :  $\alpha = 5^\circ$
- Accélération de la pesanteur :  $\mathbf{g} = 9,81 \text{ m s}^{-2}$

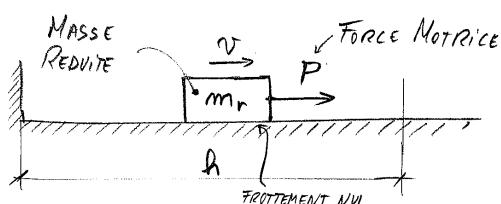


### Exercice 9 : Yo-Yo – Concept de la "masse réduite"

1. Calculez l'accélération en translation  $a = \frac{dv}{dt}$  du Yo-Yo retenu par son fil.

2. Comparez la durée de chute du Yo-Yo retenu, avec celle du Yo-Yo en chute libre.

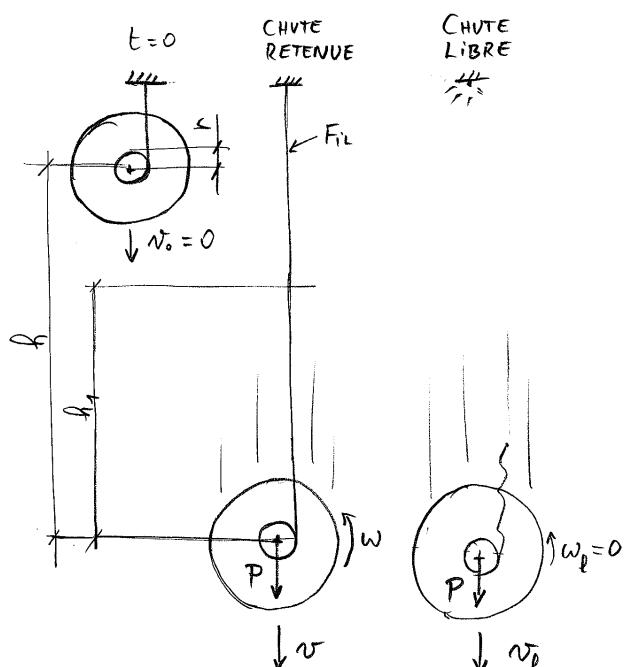
3. A quelle hauteur  $h_1$  remonte le Yo-Yo ?



*Ramenez le Yo-Yo à un système équivalent à une seule masse en translation.*

#### Données

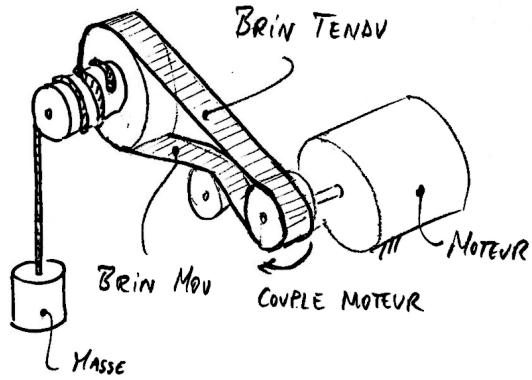
- Hauteur de chute :  $h = 1 \text{ m}$
- Masse du Yo-Yo :  $m = 150 \text{ g}$
- Inertie du Yo-Yo :  $J = 3 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$
- Rayon du moyeu :  $r = 3 \text{ mm}$
- Rendement fil/moyeu :  $\eta = 95\%$
- Vitesse initiale nulle :  $v_0 = 0$



### Exercice 10★ : Courroie plate

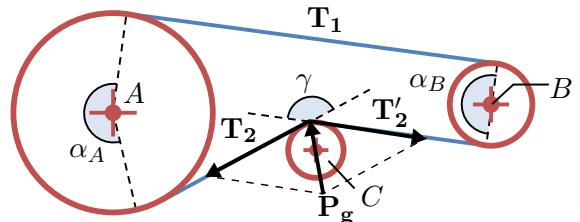
La poulie B est la poulie motrice. Le brin supérieur est le brin tendu. Le brin inférieur est le brin mou.

1. Calculez les forces tangentielles transmissibles sur chaque poulie.
2. Calculez le couple moteur maximal transmissible avec certitude.
3. Si l'on applique la même prétension sur le brin tendu (i.e. brin supérieur) au lieu du mou, quelles sont les forces tangentielles transmissibles ? Cette disposition est utilisée pour réaliser des limiteurs de couple : expliquez pourquoi.



#### Données

- $R_A = 40 \text{ mm}$ ,  $R_B = 20 \text{ mm}$
- $\alpha_A = 210^\circ$ ,  $\alpha_B = 180^\circ$
- $T_2 = 20 \text{ N}$
- $\mu = 0,4 \text{ à } 0,6$



### Exercice 11★ : Embrayage à ressort n°1

Déterminez un limiteur de couple à ressort pour assurer un moment saturé à  $100 \text{ mN m}$ . Le coefficient de frottement pourra varier de  $0.2$  à  $0.4$ . Le diamètre moyen du ressort monté est de  $20 \text{ mm}$ . La section du fil carré est de  $1 \text{ mm}^2$  de côté.

1. Déterminez le diamètre moyen du ressort non monté.
2. Déterminez le nombre de spires actives pour une influence de l'effet du frottement  $< 1/1000$ .
3. Déterminez la contrainte réelle de flexion dans le fil. Est-ce acceptable ?

On prendra du fil en acier ressort C75 + QT ( $E = 210 \text{ GPa}$ ).

Dans le cadre de cette question, on ne prendra pas en compte l'effet des tolérances dimensionnelles.

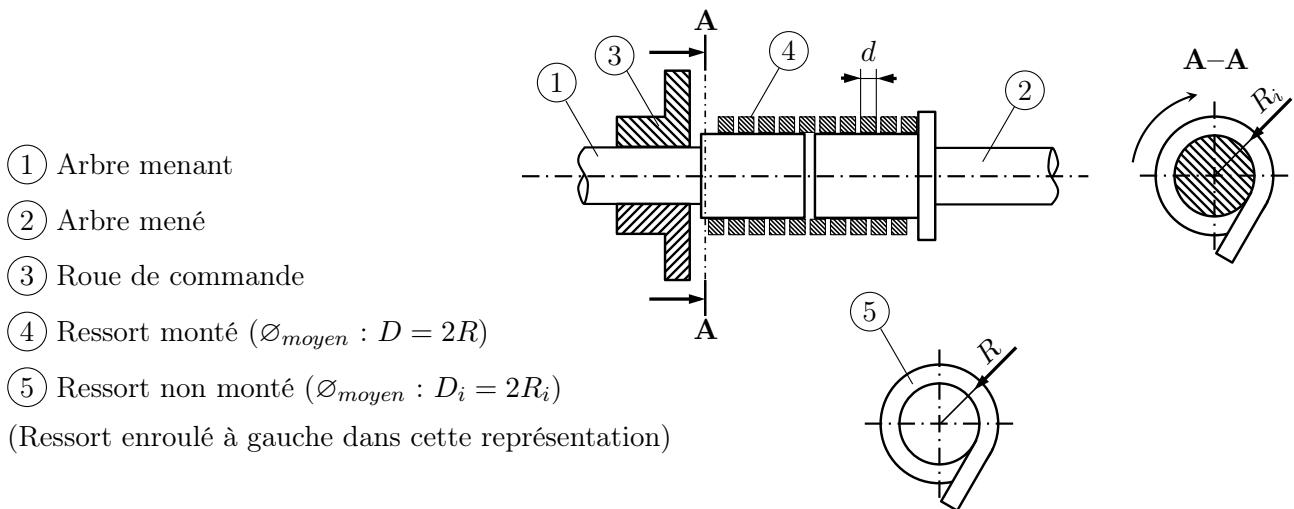
### Exercice 12★ : Embrayage à ressort n°2

Soit l'embrayage à ressort illustré ci-dessous avec les dimensions suivantes :

- Fil ressort de section carrée :  $d \times d = 1 \times 1 \text{ mm}^2$ ; acier ressort C75 + QT;  $E=210 \text{ GPa}$
- Diamètre moyen non monté :  $D_i = 14,8 \text{ mm}$
- Diamètre moyen monté :  $D = 15 \text{ mm}$
- Nombre de spires actives : 6
- Coefficient de frottement :  $\mu = 0,2$

1. Déterminez le couple transmissible en embrayage ; ne pas tenir compte de la contrainte de flexion dans le fil. Déterminez quel est le phénomène (glissement ou rupture du fil ressort) qui limite le couple transmissible et mettre en évidence les deux valeurs limites.

2. Calculez le couple en sens inverse (en limiteur de couple).



### Exercice 13★ : Poutres oscillantes

Sachant que la poutre oscillante (a) est dotée d'une fréquence propre de 2 Hz, déterminez les fréquences propres des poutres (b) à (f).

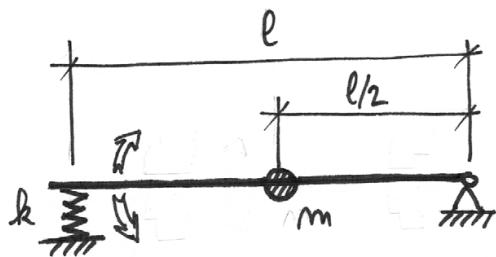
**Hypothèses :**

- Les masses sont ponctuelles (leur moment d'inertie nul).
- Les masses  $m$  sont identiques sur toutes les figures.
- Les poutres sont infiniment rigides et infiniment légères.
- Tous les mouvements s'effectuent dans le domaine linéaire des petites déformations.
- Les rigidités  $k$  sont identiques sur toutes les figures.
- Il n'y a aucun frottement (amortissement nul).

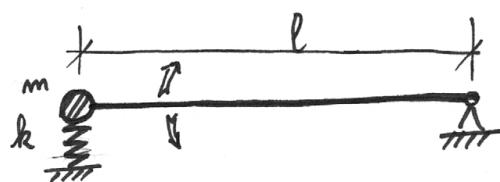
**Rappels :**

La fréquence propre d'un oscillateur élémentaire composé d'une masse  $m$  suspendue sur un ressort de rigidité  $k$  est :  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

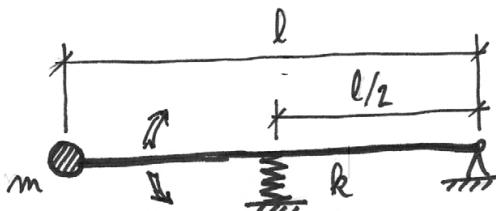
La fréquence propre d'un oscillateur élémentaire composé d'une inertie  $J$  suspendue à un ressort rotatif de rigidité angulaire  $k_\alpha$  est :  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_\alpha}{J}}$ .



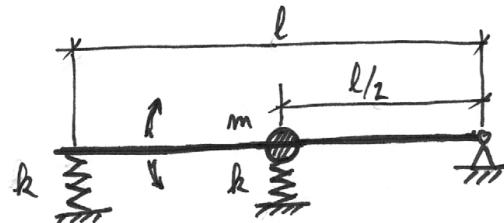
(a) Fréquence propre : 2 Hz



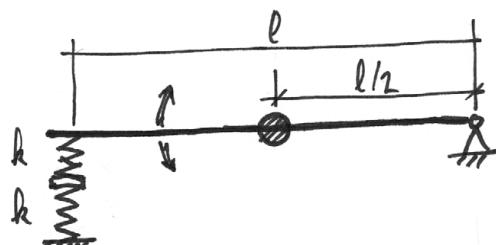
(b) Fréquence propre : ..... Hz



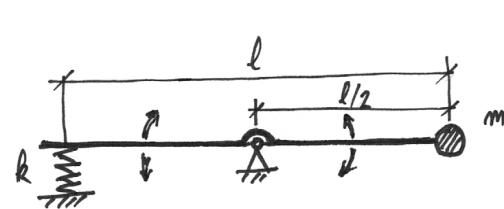
(c) Fréquence propre : ..... Hz



(d) Fréquence propre : ..... Hz



(e) Fréquence propre : ..... Hz



(f) Fréquence propre : ..... Hz

### Exercice 14★ : Hissage de charges avec frottement

Une meunière hisse un sac de grain de masse  $m = 25 \text{ kg}$  au moyen d'une corde passant au dessus d'une barre en bois horizontale fixe, de section circulaire (Fig. 1). Le brin portant le sac est vertical. Le brin sur lequel tire la meunière est incliné de 45 degrés par rapport à la verticale. Le coefficient de frottement de la corde sur la barre est  $\mu = 0.3$ . L'accélération de la pesanteur est  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ .

**Question 1 :** Calculez la force  $T$  que doit exercer la meunière sur la corde pour **monter** la charge à vitesse constante (Fig. 1).

**Question 2 :** Calculez la force  $T$  que doit exercer la meunière sur la corde pour **descendre** la charge à vitesse constante (Fig. 1).

Pour profiter de l'assistance du vent, la meunière décide de monter la barre sur un palier et de la relier à l'arbre de son moulin de telle sorte que la barre tourne sur elle-même dans le sens qui tend à faire monter la charge (sens indiqué par les flèches sur la Fig. 2).

De plus, elle enroule la corde un tour de plus autour de la barre pour profiter davantage de l'effet du frottement de la barre sur la corde. Le moulin tourne sans interruption, à vitesse constante, toujours dans le même sens. La charge est hissée à des vitesses lentes, de telle sorte que la vitesse périphérique de la barre est toujours supérieure à la vitesse de défilement de la corde. Ceci implique qu'il y a toujours du glissement entre la corde et la barre et que le frottement est toujours orienté dans la direction qui tend à faire monter la charge.

**Question 3 :** Calculez la force  $T$  que doit exercer la meunière sur la corde pour **monter** la charge à une vitesse constante avec ce nouveau mécanisme (Fig. 2).

**Question 4 :** Calculez la force  $T$  que doit exercer la meunière sur la corde pour **descendre** la charge à une vitesse constante avec ce nouveau mécanisme (Fig. 2).

**Question 5 :** Commentez les résultats des questions 1 à 4 : est-ce que le mécanisme (Fig. 4.2) facilite

le travail de la meunière pour hisser les charges à la montée, à la descente, les deux, pas du tout, ou, au contraire lui demande davantage de force qu'avec la simple barre fixe (Fig .1) ?

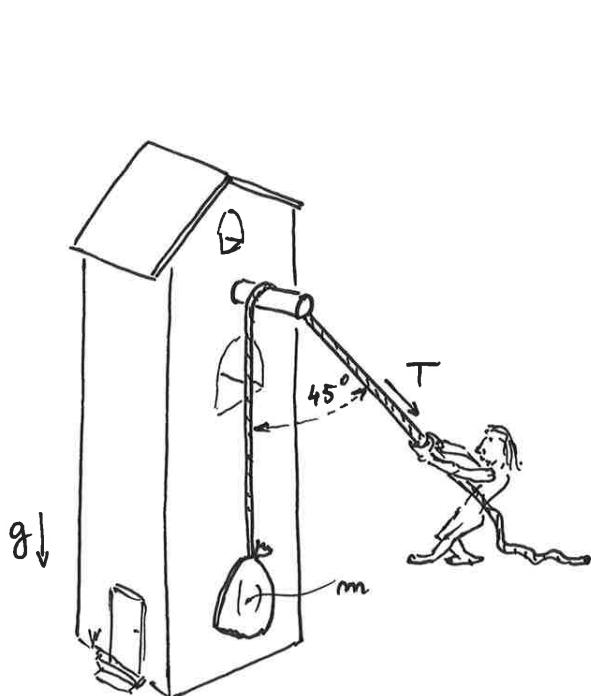


Fig. 1

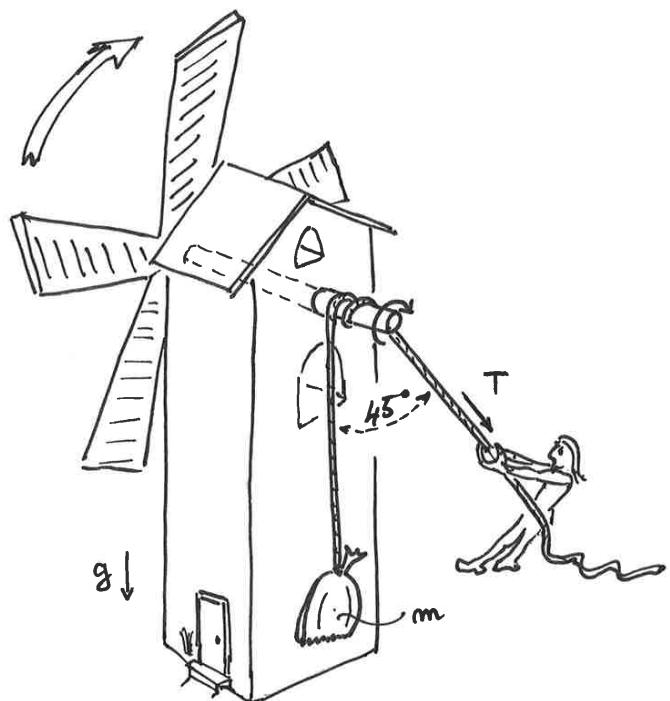


Fig. 2

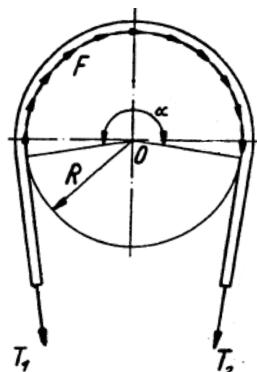


Fig. 3

**Hypothèses simplificatrices :**

- La masse de la corde est négligeable.
- La rigidité de la corde à la flexion est nulle.
- Il n'y a aucun frottement autre que celui de la corde sur la barre.
- Les coefficients de frottement dynamique et statique sont identiques  $\mu_{\text{statique}} = \mu_{\text{dynamique}} = \mu$ .

**Rappel :** La force tangentielle transmissible entre une corde et un tambour (Fig. 4.3) est

$$F = (T_1 - T_2) = T_2(e^{\mu\alpha} - 1) = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}, \text{ avec}$$

- $\alpha$  : angle d'enroulement,
- $\mu$  : coefficient de frottement entre la corde et le tambour,
- $T_1$  : tension dans le brin tendu,
- $T_2$  : tension dans le brin mou.

**Exercice 15★ : Systèmes oscillants**

Sachant que les systèmes (a), (c), (e) et (f) représentés sur la gauche de la figure de l'exercice 4 (voir dernière page) sont dotés d'une fréquence propre de 2 Hz, déterminez les fréquences propres des systèmes (b), (d), (f) et (g) représentés sur la droite.

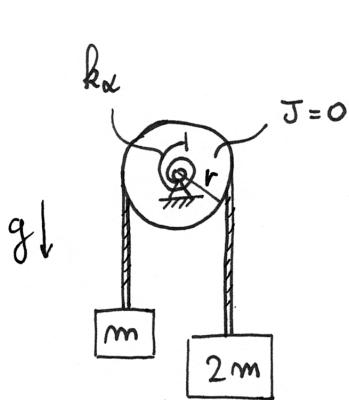
**Hypothèses :**

- Les masses  $m$  sont ponctuelles (leur moment d'inertie nul).
- Les masses  $m$  sont identiques sur les systèmes de gauche et de droite.
- Les inerties  $J$  sont les mêmes sur les systèmes de gauche et de droite.
- Les poutres sont infiniment rigides et dénuées de masse.
- Les cordes et courroies sont infiniment rigides, sont dénuées de masse et adhèrent parfaitement aux poulies.
- Tous les mouvements s'effectuent dans le domaine linéaire des petites déformations.
- Il n'y a aucun frottement (amortissement nul).

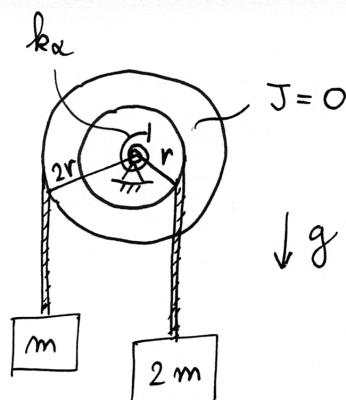
**Rappels :**

La fréquence propre d'un oscillateur élémentaire composé d'une masse  $m$  suspendue sur un ressort de rigidité  $k$  est :  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

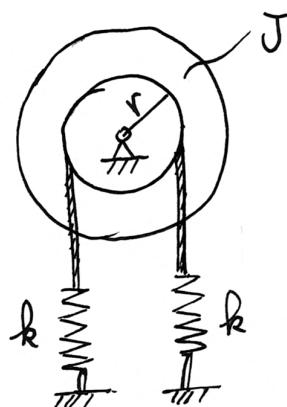
La fréquence propre d'un oscillateur élémentaire composé d'une inertie  $J$  suspendue à un ressort rotatif de rigidité angulaire  $k_\alpha$  est :  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_\alpha}{J}}$ .



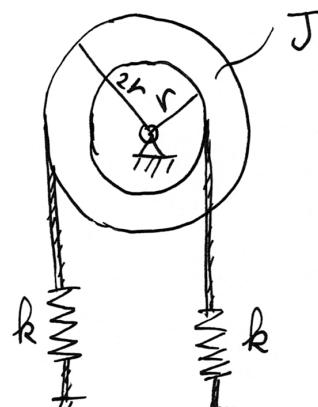
(a) Fréquence propre : 2 Hz



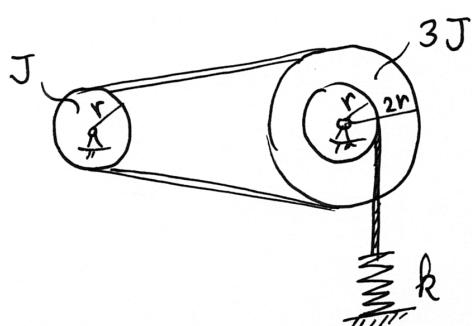
(b) Fréquence propre : ... Hz



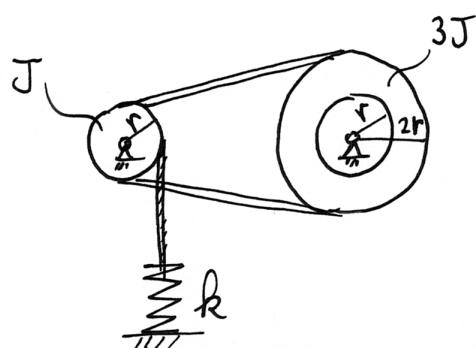
(c) Fréquence propre : 2 Hz



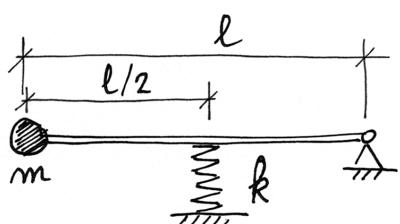
(d) Fréquence propre : ... Hz



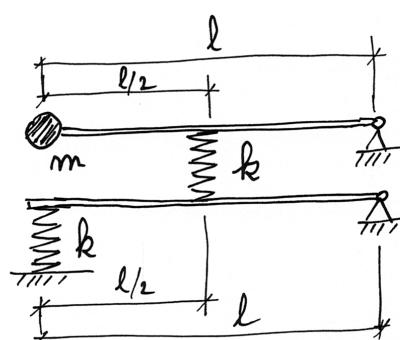
(e) Fréquence propre : 2 Hz



(f) Fréquence propre : ... Hz



(g) Fréquence propre : 2 Hz



(h) Fréquence propre : ... Hz

Figure de l'exercice 14 : Complétez les 4 valeurs des fréquences pour b), d), f) et h)