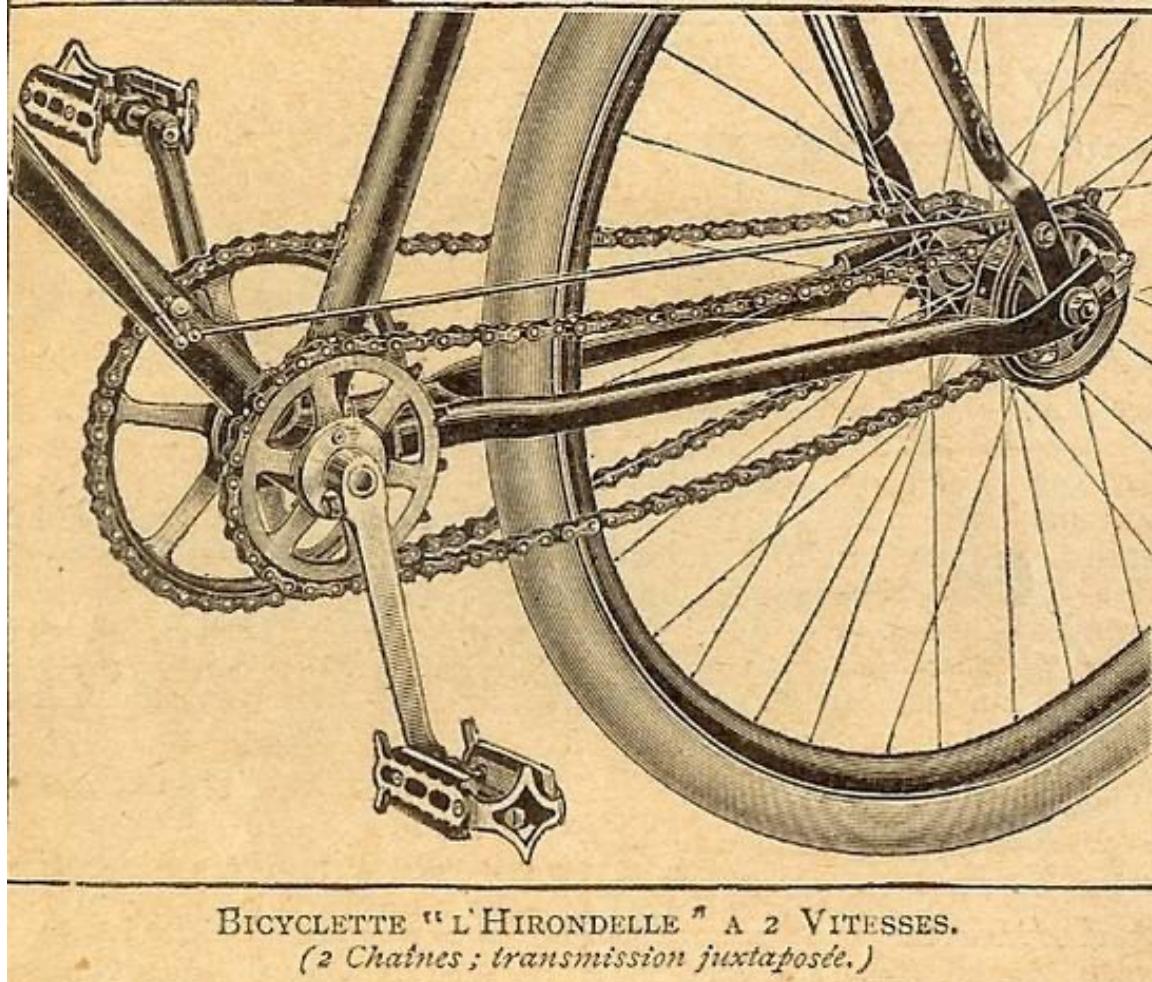


Transmissions



Prof. Simon Henein

Dr Etienne Thalmann

INSTANT-LAB, EPFL

2024

Structure

Introduction

Partie I : Transmission « boîte noire »

- Rapport de transmission et rendement
- Inertie et couple réduits
- Irréversibilité

Partie II : Accouplements

Partie III: Transmission de couple par adhérence tangentielle (courroies et embrayages ressorts)

Partie IV: Transformation de mouvement

PARTIE I: Introduction

Exemple: la bicyclette

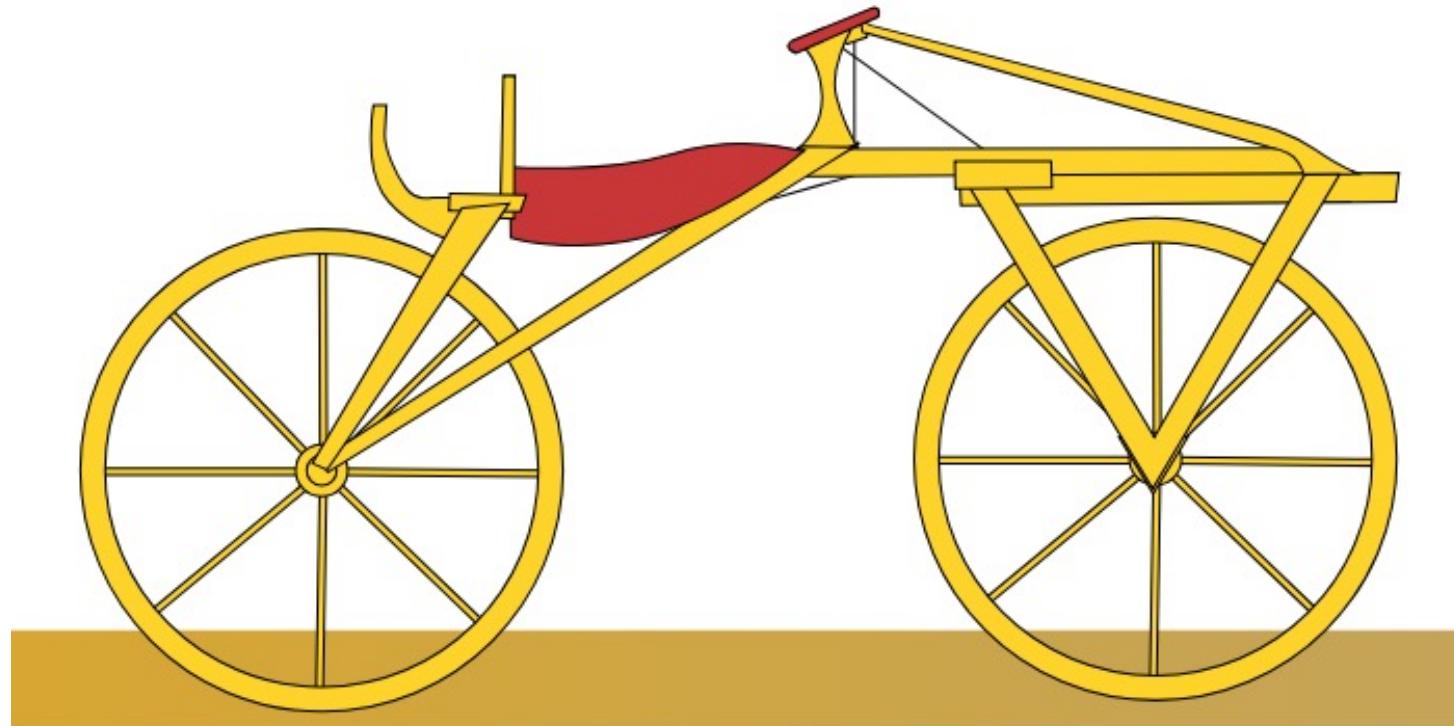


Image by Al2 on Wikipedia

Karl Freidrich Drais, 1817

Exemple: la bicyclette

Kirkpatrick Macmillan, 1839

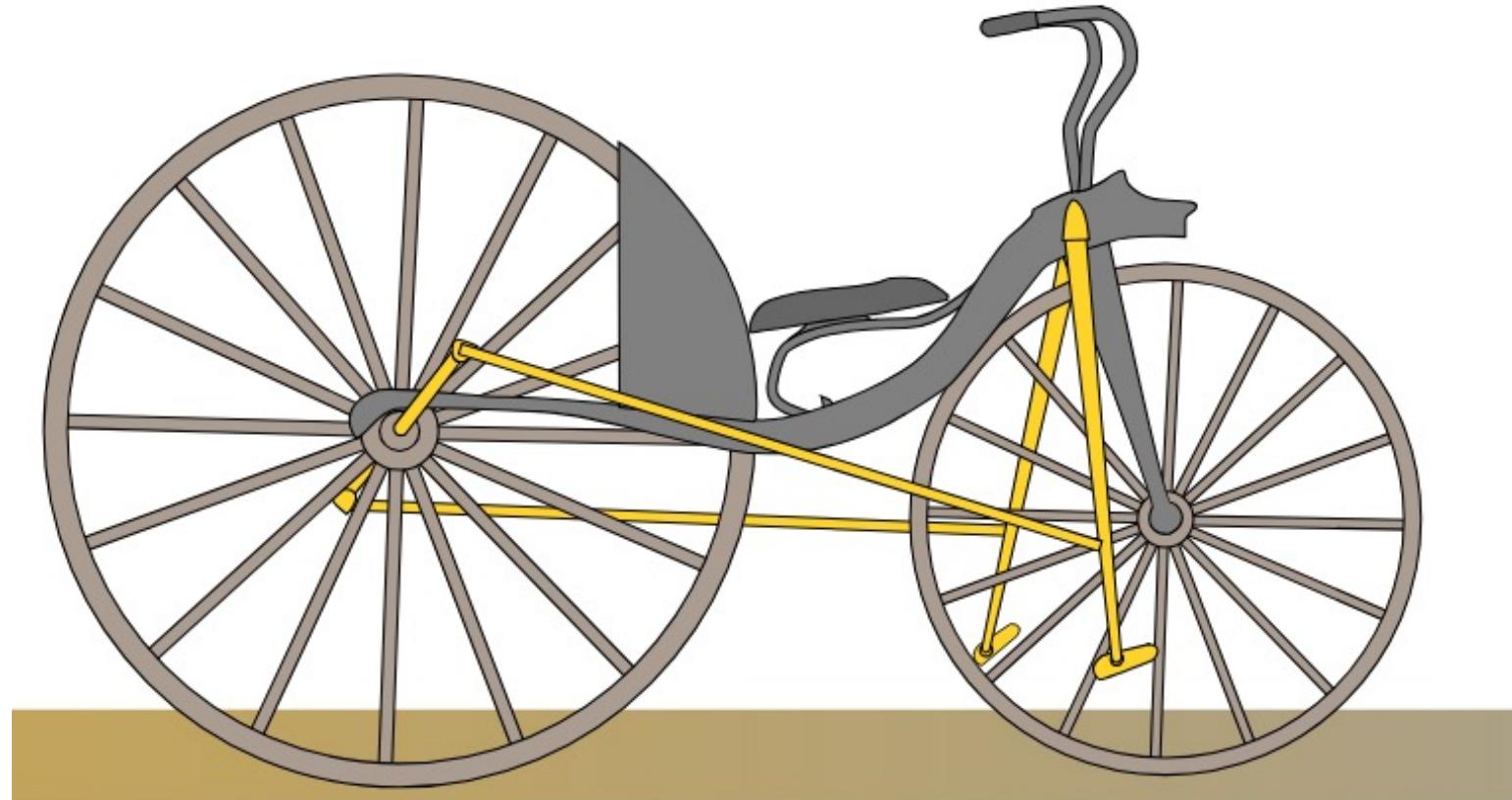
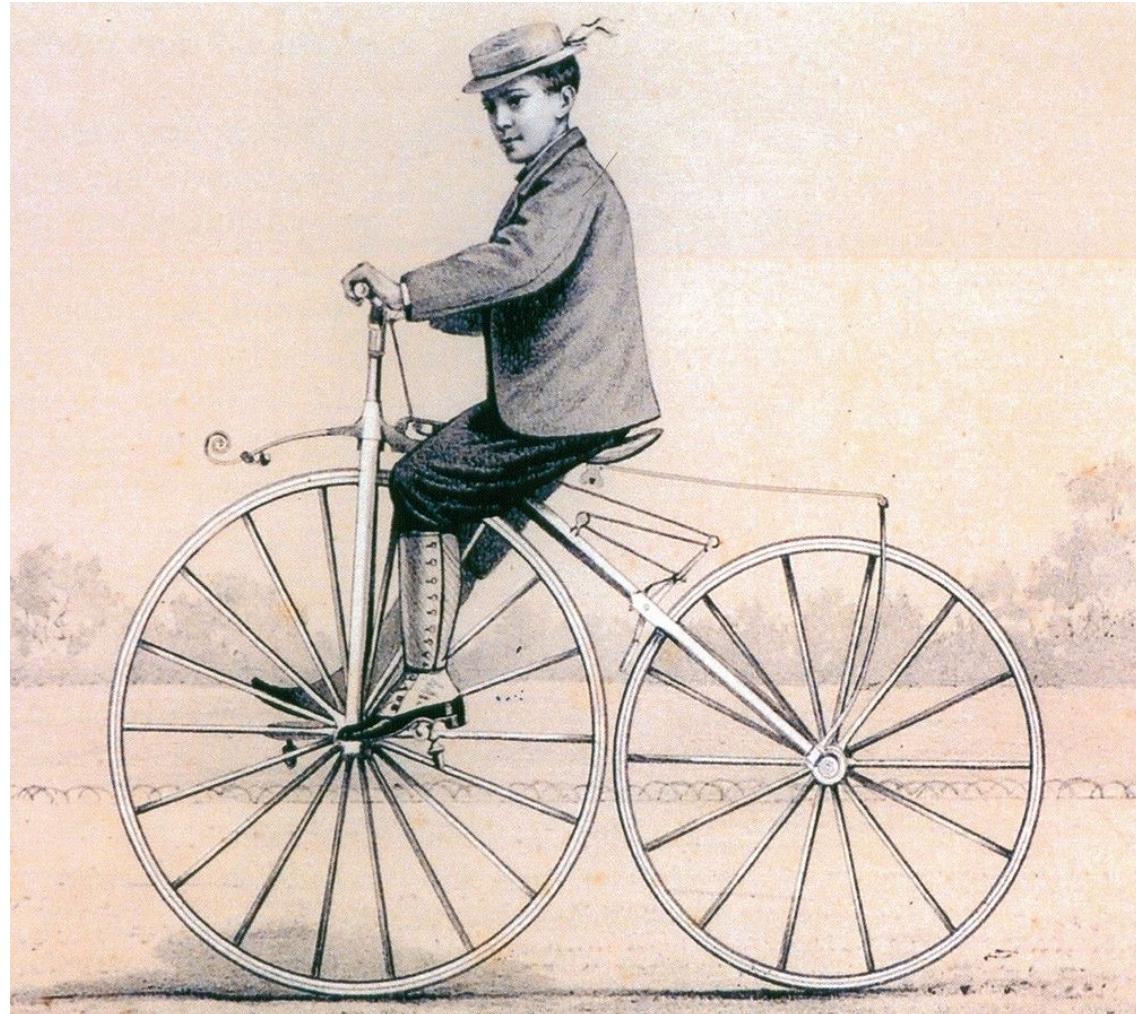


Image by AI2 on Wikipedia

Exemple: la bicyclette

Pierre et Ernest Michaux, 1861



Exemple: la bicyclette

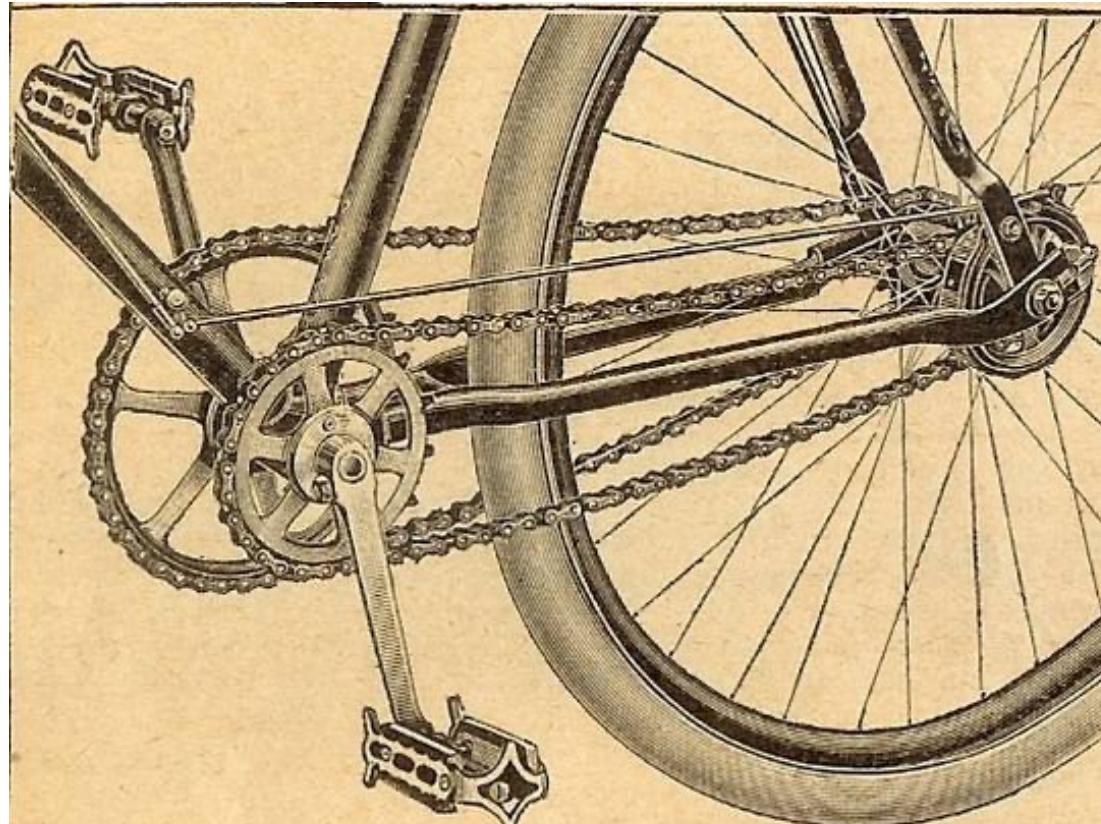
Henry John Lawson, 1876



Image by Al2 on Wikipedia

Exemple: la bicyclette

Manufacture l'Hirondelle, 1900



BICYCLETTE "L'HIRONDELLE" A 2 VITESSES.
(2 Chaines; transmission juxtaposée.)

Fonctions d'une transmission

« Dispositif mécanique permettant de transmettre un mouvement d'un élément à un autre. »

1. Variation de vitesse

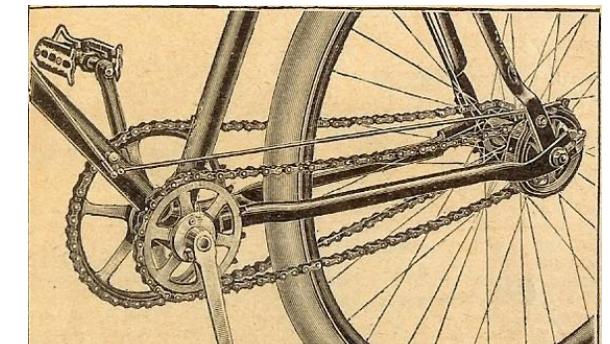
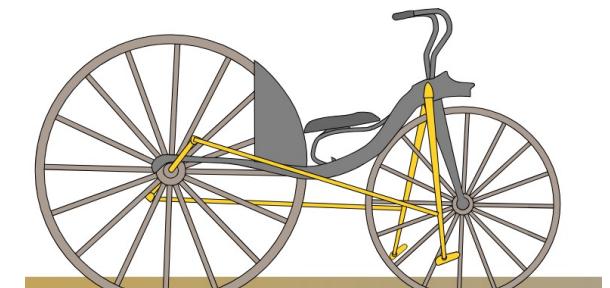
2. Variation de force/couple

3. Transformation de mouvement

- Rotation \leftrightarrow Translation
- Changement d'axe
- Continu \leftrightarrow Intermittent

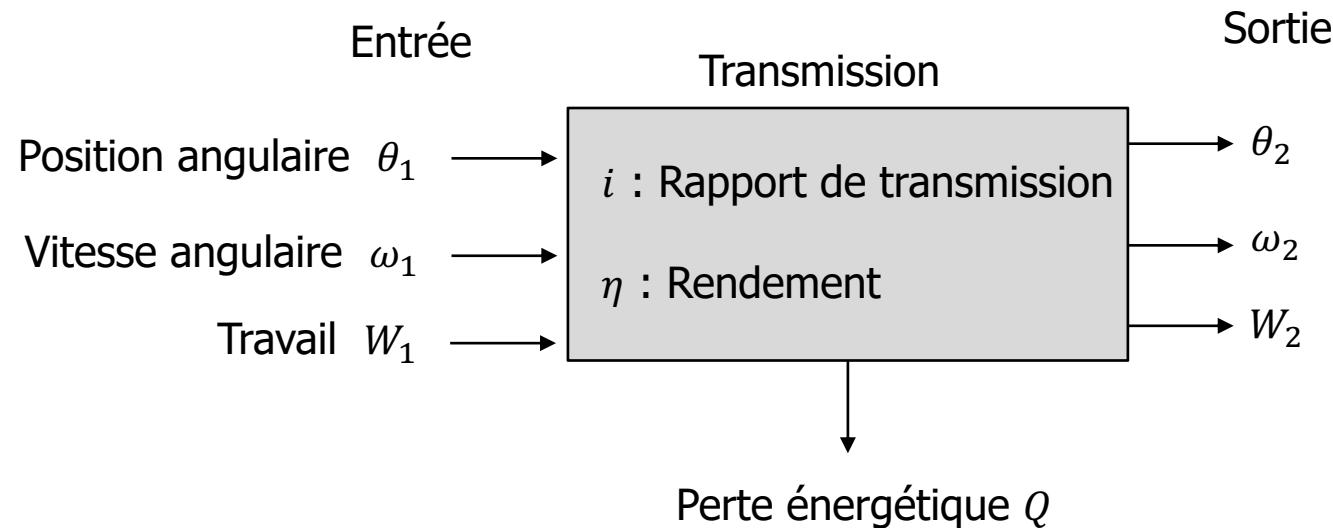
4. Transmission d'un mouvement d'un point à un autre de l'espace: accouplements

5. Réversibilité/irréversibilité



PARTIE I : « Boîte noire »

Transmission vue comme une « boîte noire »

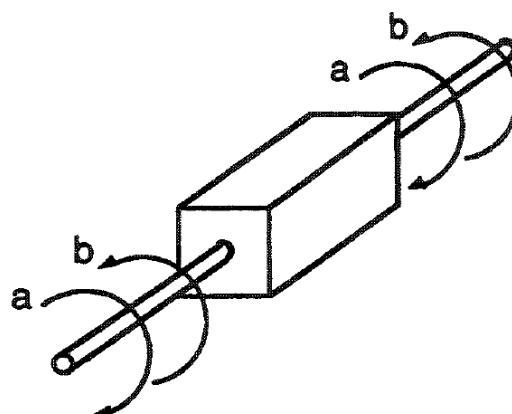
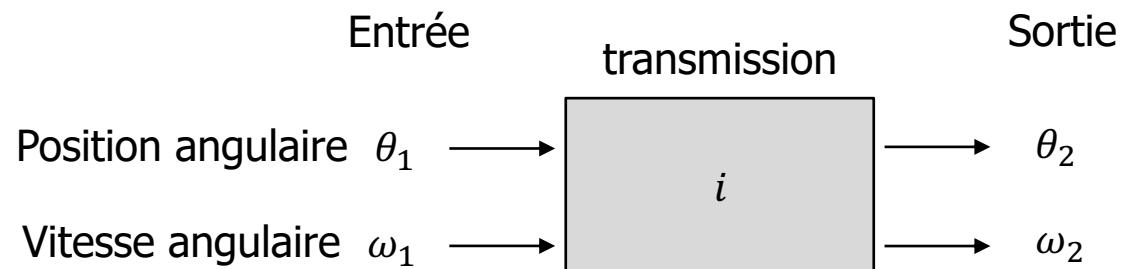


Rapport de transmission

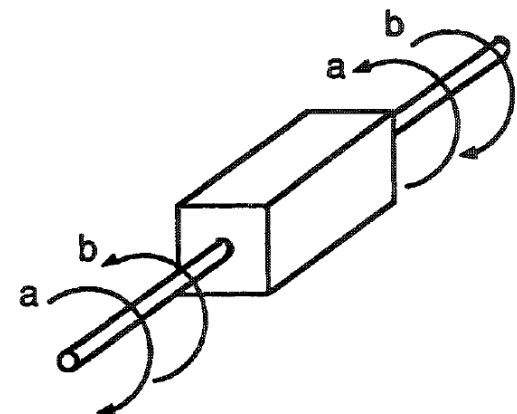
Rapport de transmission $i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}$

Selon la valeur du rapport de transmission, on appelle :

$ i > 1$	réducteur de vitesse
$ i < 1$	multiplicateur de vitesse
$ i = 1$	transmission directe
$i < 0$	inverseur de marche



les arbres tournent dans
le même sens : i positif



les arbres tournent en sens opposé : i négatif

Rapport de transmission

- Dépend de la géométrie de la transmission.
- Exemple 1: Engrenages

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d_2}{d_1} = -\frac{z_2}{z_1}$$

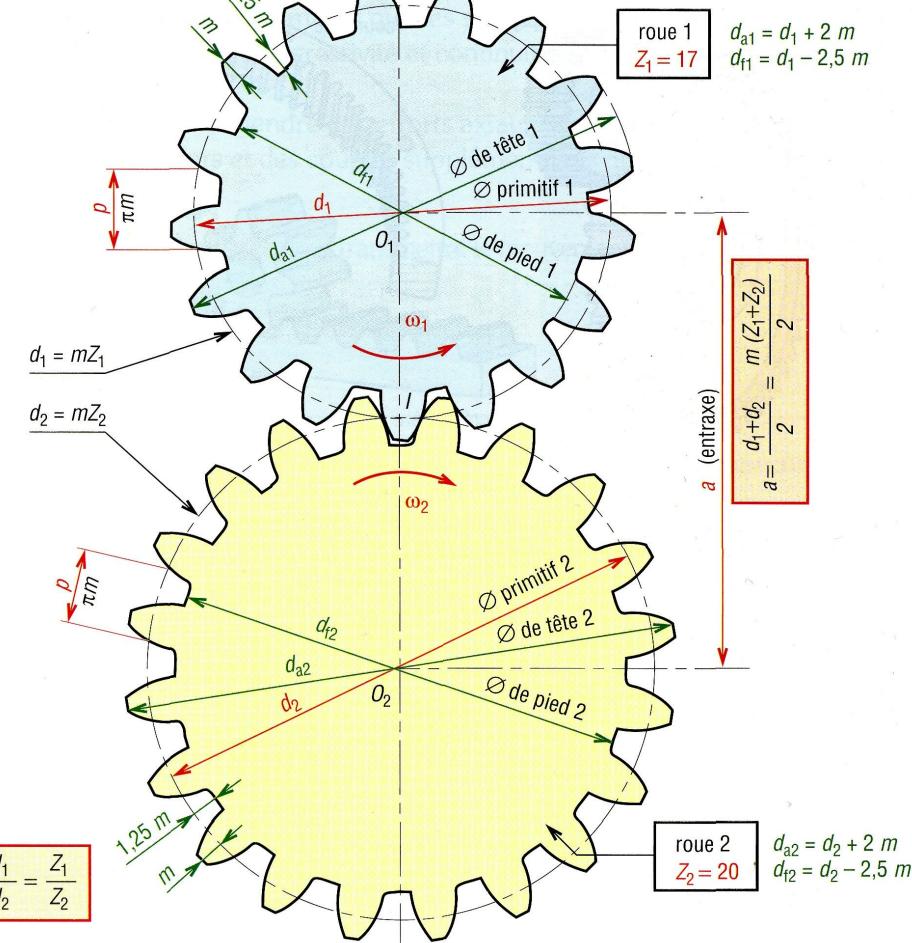
Z_1 = nombre de dents de la roue 1

Z_2 = nombre de dents de la roue 2

d_1 = diamètre primitif de la roue 1

d_2 = diamètre primitif de la roue 2

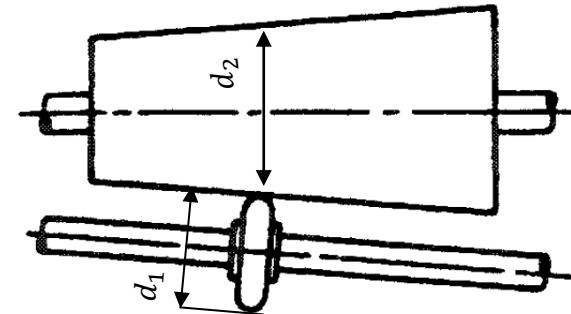
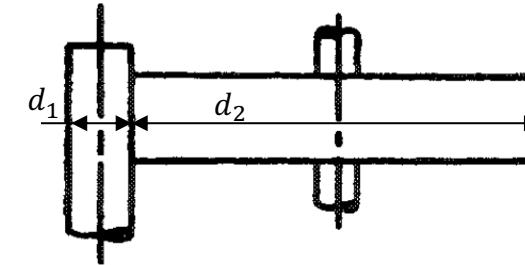
$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$$



Rapport de transmission

Exemple 2: Transmission par friction

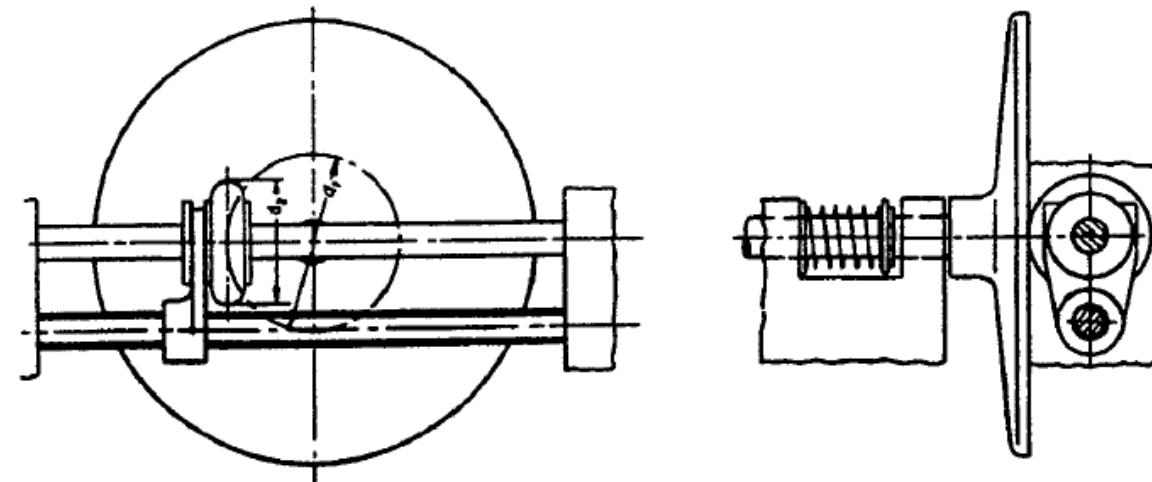
- Rapport de transmission: $i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d_2}{d_1}$
- Seul un couple relativement faible peut être transmis
- Détail du dimensionnement dans [Clavel, 2010]



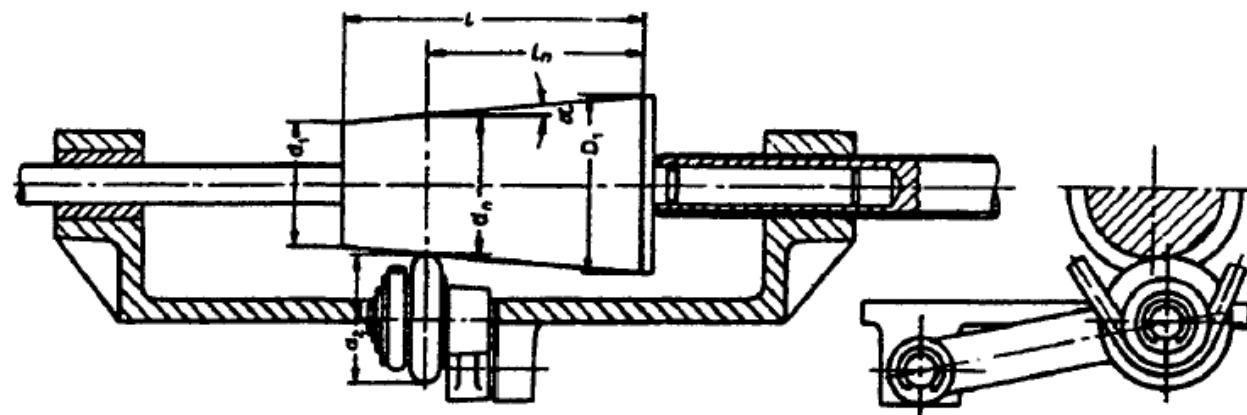
Référence: Clavel, *Composants de la Microtechnique*, 2010

Rapport de transmission

Exemple 2: Transmission par friction → Variateurs de vitesse à friction



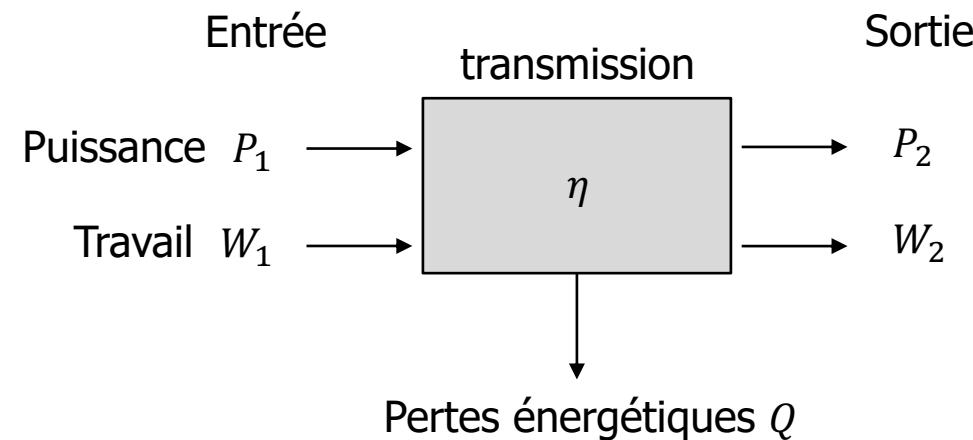
$$i = \frac{d_2}{d_1}$$



$$i = \frac{d_2}{d_n}$$

Rendement de la transmission

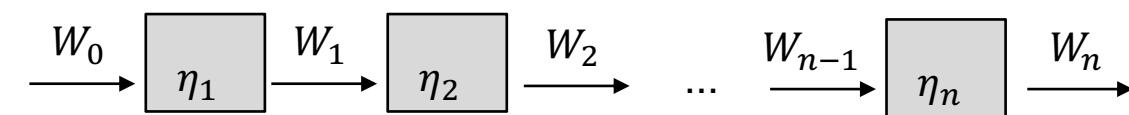
$$\text{Rendement: } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{W_2}{W_1}$$



$$\text{Pertes } Q = W_1 - W_2 = W_1(1 - \eta)$$

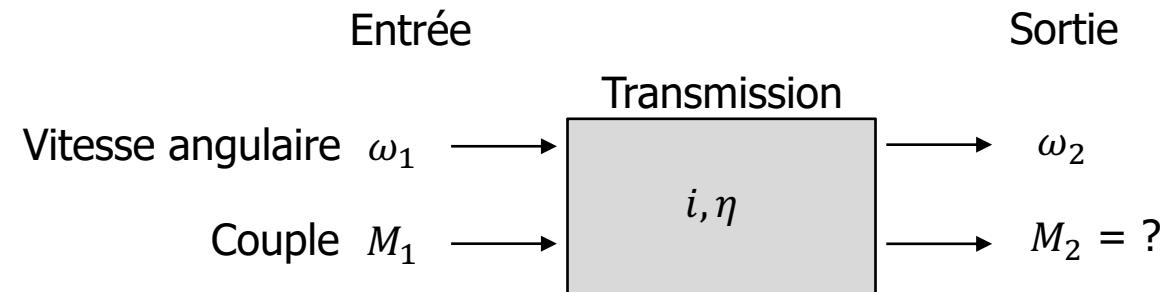
Rendement de transmissions en série

$$\eta = \frac{W_n}{W_0} = \frac{W_n}{W_{n-1}} \cdots \frac{W_2}{W_1} \frac{W_1}{W_0} = \eta_n \cdots \eta_2 \eta_1$$



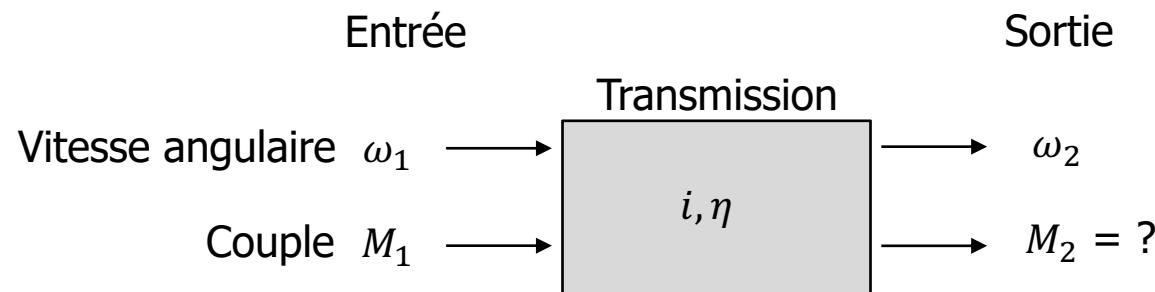
Couple transmis

Quel est le couple M_2 à la sortie?



Couple transmis

Quel est le couple M_2 à la sortie?



$$P_2 = \eta P_1$$

$$M_2 \omega_2 = \eta M_1 \omega_1$$

$$M_2 = \eta M_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} = M_1 \eta i$$

Inertie et couple réduits

- «Une grandeur réduite doit conférer au modèle équivalent le même comportement dynamique que la grandeur réelle au système.»
 - Georges Spinnler, Conception des machines: Principes et applications
- On se limite dans ce cours aux systèmes à 1 degré de liberté (1DDL)

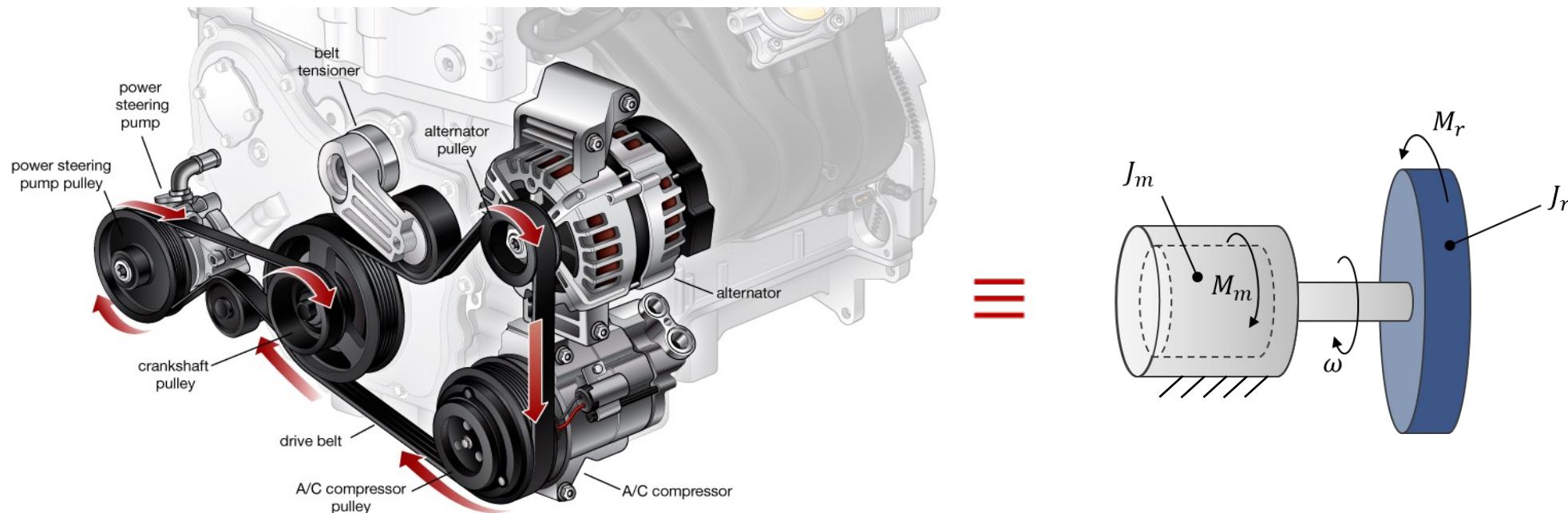
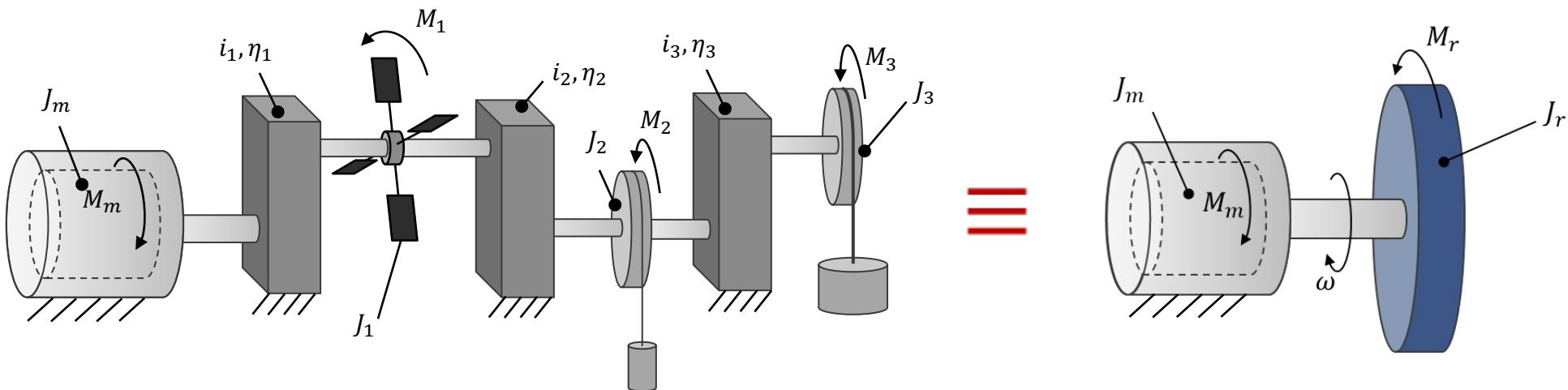


Image courtesy of ClearMechanic.com

Objectifs

- Réduire tous les couple à un couple équivalent sur l'arbre moteur
- Réduire toutes les inerties à une inertie équivalente sur l'arbre moteur

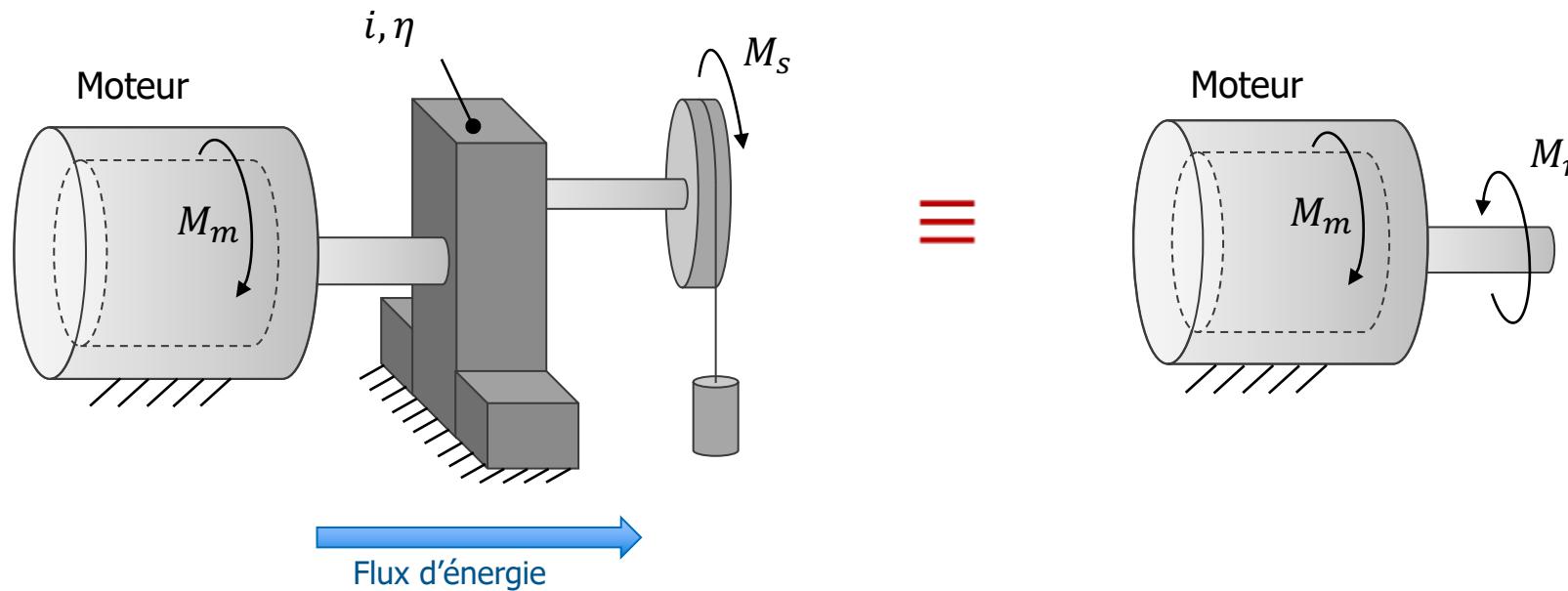


Exemples d'application

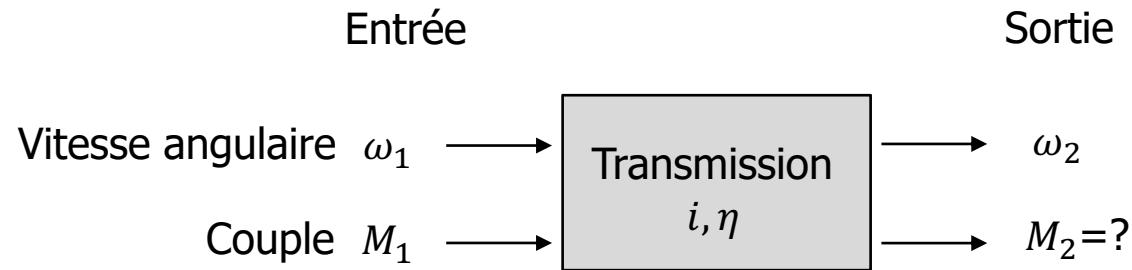
- Calculer l'accélération de l'arbre moteur
- Calculer les accélérations des autres organes
- Déterminer le rapport de réduction optimal (qui maximise l'accélération de la charge)

Couple réduit sur un moteur

«Couple que doit fournir le moteur pour vaincre le couple M_s agissant après la transmission»



Rappel: Couple transmis



Rappel: $P = M\omega$

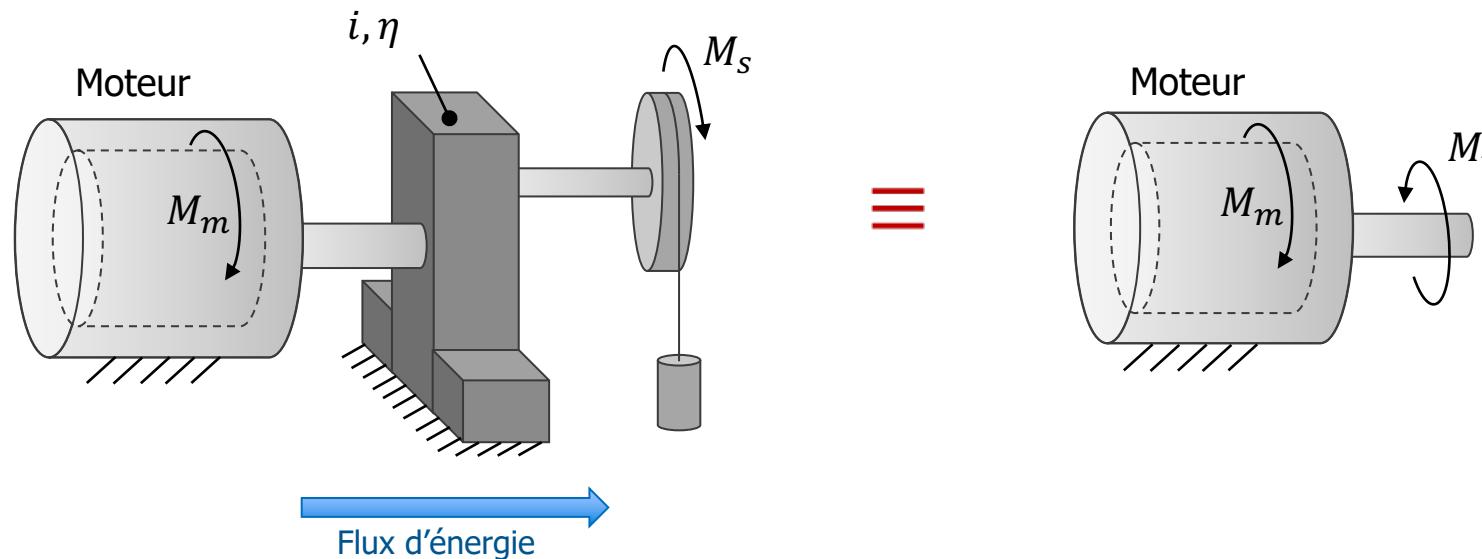
$$P_2 = \eta P_1$$

$$M_2 \omega_2 = \eta M_1 \omega_1$$

$$M_2 = \eta M_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} = M_1 \eta i$$

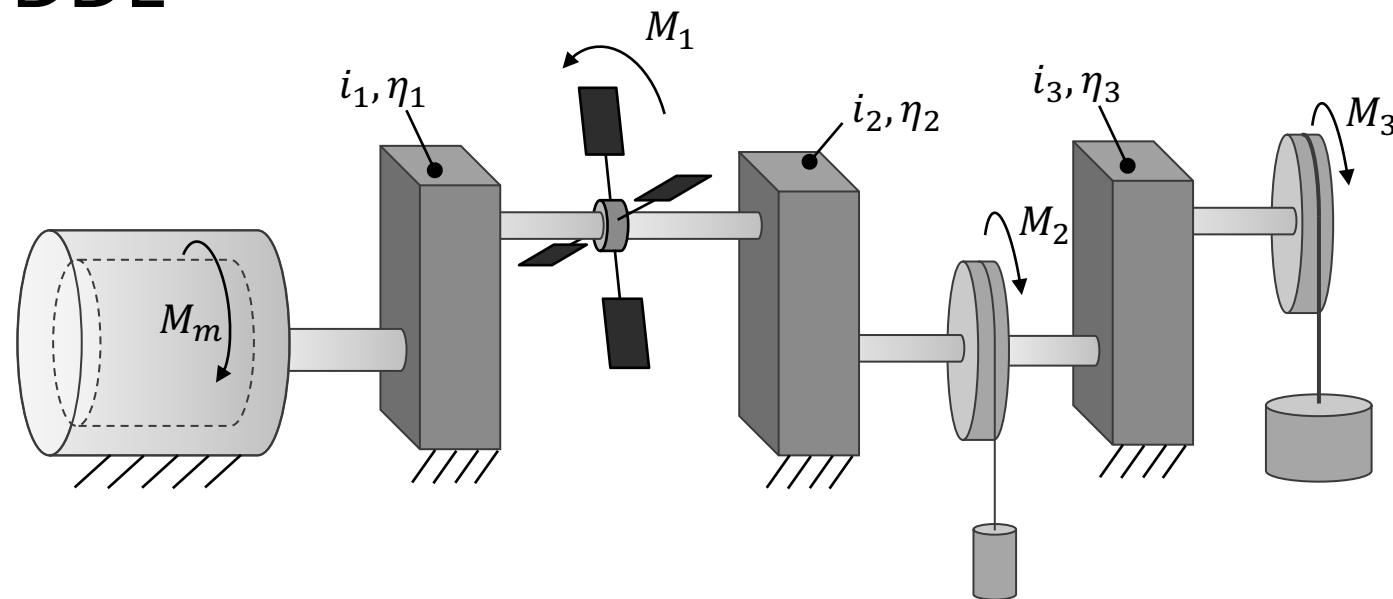
Couple réduit sur un moteur

«Couple que doit fournir le moteur pour vaincre le couple M_s agissant après la transmission»

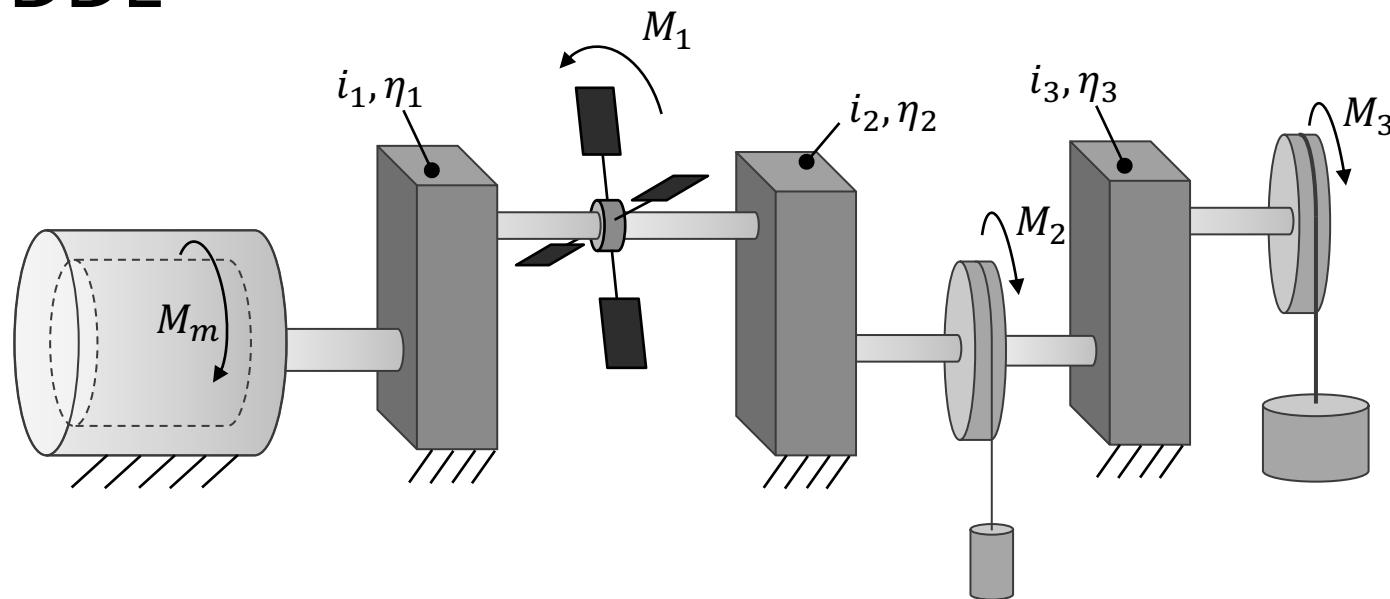


$$M_r = \frac{M_s}{i\eta}$$

Chaîne à 1 DDL



Chaîne à 1 DDL



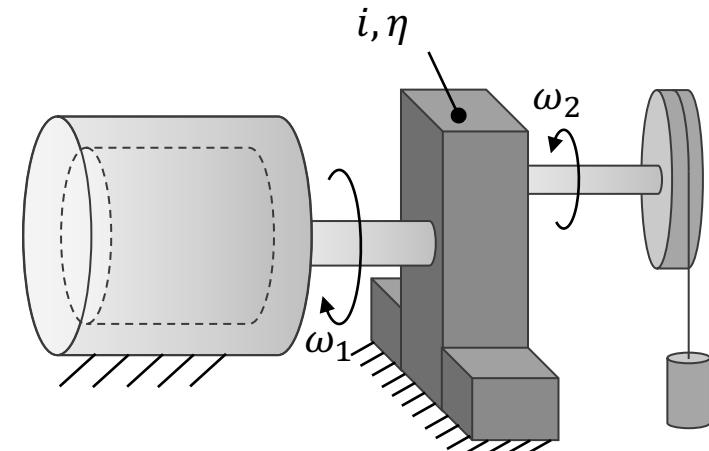
$$M_r = \frac{M_1}{i_1 \eta_1} + \frac{M_2}{i_1 i_2 \eta_1 \eta_2} + \frac{M_3}{i_1 i_2 i_3 \eta_1 \eta_2 \eta_3}$$

Couple exporté sur le bâti: choix du sens de la transmission

- a) Si les vitesses angulaires ω_1 et ω_2 sont de sens opposé
 M1 et M2 s'additionnent -> couple élevé sur le bâti ☹

$$|M_{bâti}| = |M_2 + M_1|$$

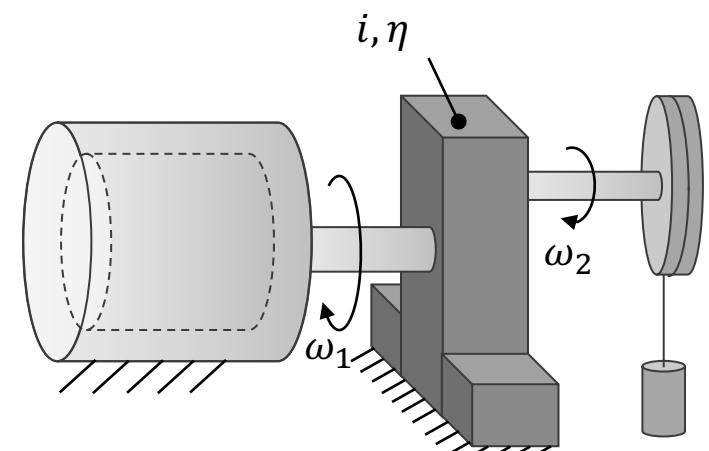
$$|M_{bâti}| = |M_1(i\eta + 1)|$$



- b) Si les vitesses angulaires ω_1 et ω_2 sont dans le **même sens**
 M1 et M2 se soustraient -> couple faible sur le bâti ☺

$$|M_{bâti}| = |M_2 - M_1|$$

$$|M_{bâti}| = |M_1(i\eta - 1)|$$

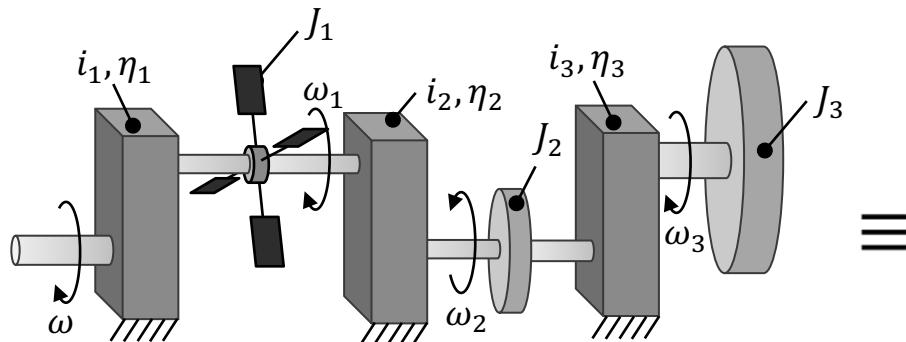


- c) Si $i \gg 1$ alors $M_2 \gg M_1$ et $M_{bâti} \simeq M_2$
 d) Si $i \ll 1$ alors $M_2 \ll M_1$ et $M_{bâti} \simeq M_1$

Inertie réduite J_r

«Inertie équivalente rapportée sur l'arbre moteur.»

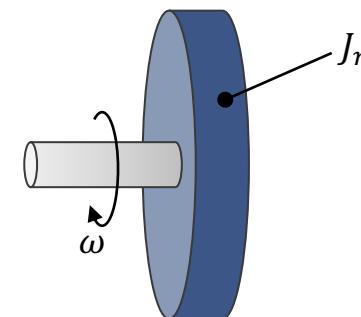
Energie injectée $E_{in} \Rightarrow$ vitesse ω



$$\frac{E_{cin1}}{\eta_1} + \frac{E_{cin2}}{\eta_1 \eta_2} + \frac{E_{cin3}}{\eta_1 \eta_2 \eta_3}$$

Energie qu'il faut injecter dans le système pour que l'arbre sur lequel on fait la réduction tourne à une vitesse ω

Energie injectée $E_{in} \Rightarrow$ vitesse ω



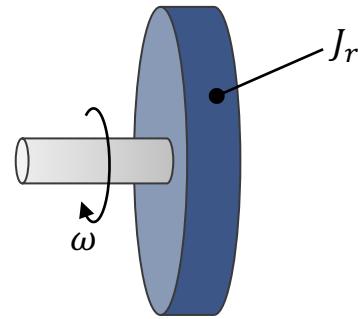
$$\frac{1}{2} J_r \omega^2$$

Energie cinétique de l'inertie réduite lorsque l'arbre sur lequel on fait la réduction tourne à une vitesse ω .

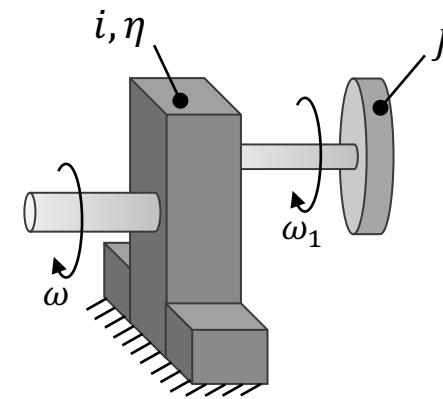
Inertie réduite par une transmission



Inertie réduite par une transmission



≡



$$E_{in} = \frac{1}{2} J_r \omega^2$$

$$\frac{1}{2} J_r \omega^2 = \frac{1}{\eta} \frac{1}{2} J \omega_1^2$$

$$J_r = \frac{1}{\eta} J \left(\frac{\omega_1}{\omega} \right)^2$$

$$J_r = \frac{J}{\eta i^2}$$

$$E_{cin} = \frac{1}{2} J \omega_1^2$$

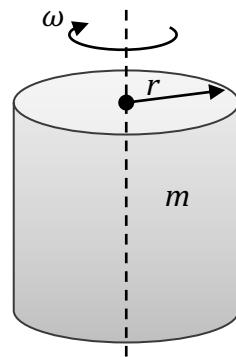
$$E_{in} = \frac{E_{cin}}{\eta} = \frac{1}{\eta} \frac{1}{2} J \omega_1^2$$

Remarque: si la transmission a sa propre inertie J_T , on obtient $J_r = J_T + \frac{J}{\eta i^2}$

Moment d'inertie: quelques cas particuliers

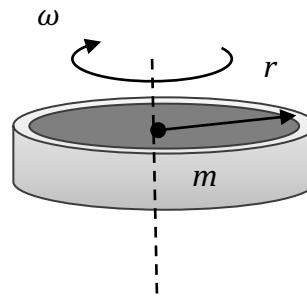
- Cylindre

$$J = \frac{1}{2}m r^2$$



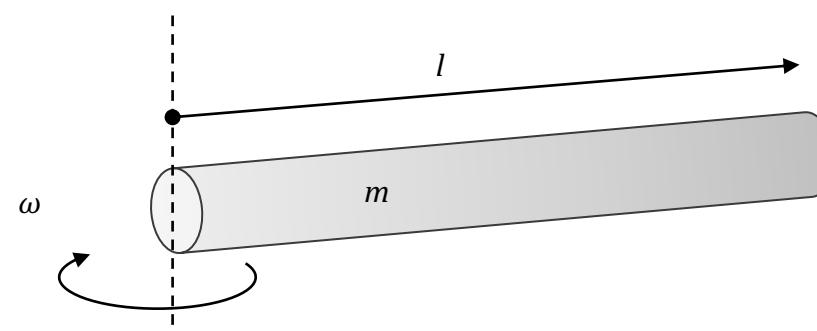
- Anneau (faible épaisseur)

$$J \cong m r^2$$



- Bras mince ($l \gg r$)

$$J \cong \frac{ml^2}{3}$$



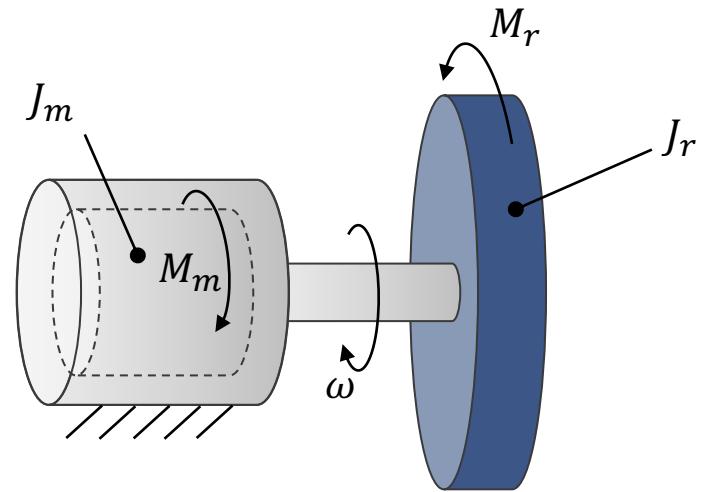
Accélération de l'arbre moteur

Dynamique de rotation:

$$\sum_j M_j = \sum_i J_i \dot{\omega}_i$$
$$M_m - M_r = (J_m + J_r) \dot{\omega}$$

Accélération du moteur:

$$\dot{\omega} = \frac{M_m - M_r}{(J_m + J_r)}$$



⚠ Le moteur doit également entraîner sa propre inertie

Sachant que $i_j = \frac{\omega}{\omega_j} = \frac{\dot{\omega}}{\dot{\omega}_j}$, l'accélération des autres organes peut être obtenue à partir des rapports de

transmission: $\dot{\omega}_j = \frac{\dot{\omega}}{i_j}$

Rapport de transmission optimal

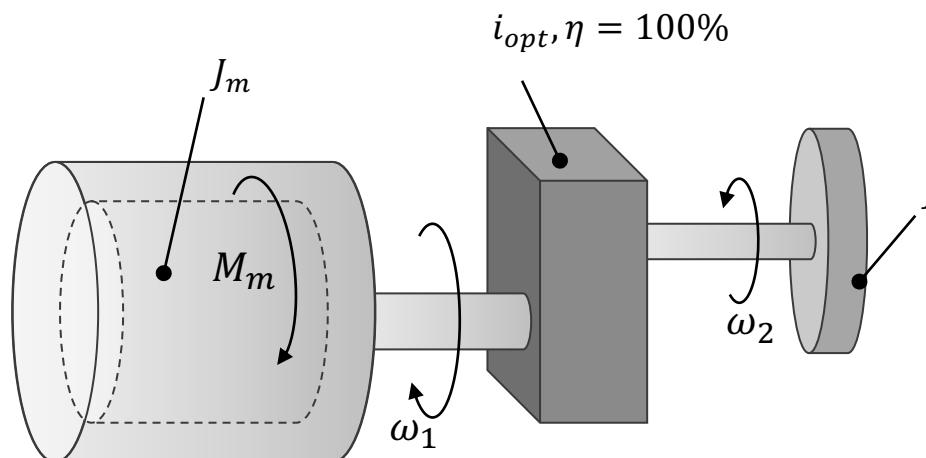
«Si le rendement est de 100%, le rapport de transmission qui maximise l'accélération de la charge est celui qui résulte en une inertie de la charge réduite sur l'arbre moteur égale à l'inertie propre du moteur.»

- La démonstration est faite dans la solution de l'exercice 7 du recueil d'exercices

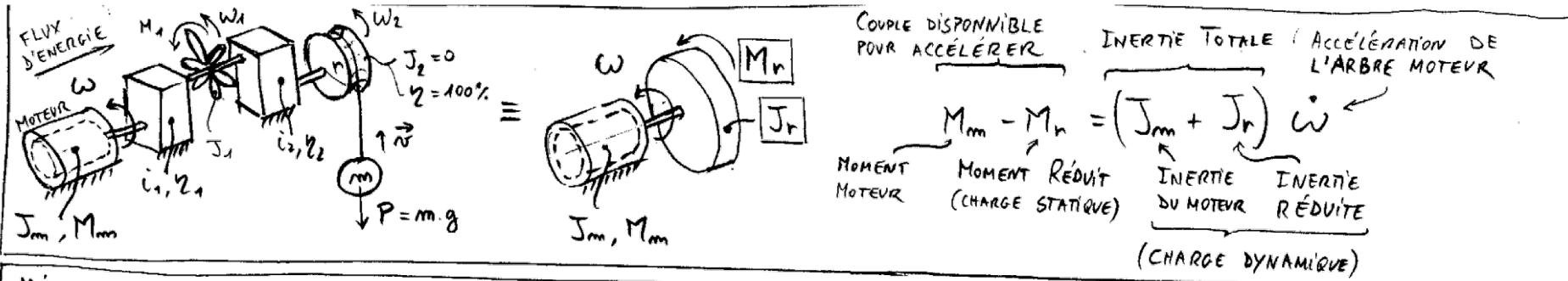
$$J_m = J_r$$

$$J_r = \frac{J}{i_{opt}^2}$$

$$\Rightarrow i_{opt} = \sqrt{\frac{J}{J_m}}$$



Résumé rotation



MÉTHODE DE CALCUL DE L'ACCÉLÉRATION D'UN SYSTÈME AVEC INERTIES ET CHARGES STATIQUES EXTERNES

1. CALCULER LE COUPLE RÉDUIT M_r SUR L'ARBRE MOTEUR
2. CALCULER L'INERTIE RÉDUITE J_r SUR L'ARBRE MOTEUR
 - a. CALCULER L'ÉNERGIE CINÉTIQUE TOTALE DU SYSTÈME E_{IN} CONSIDÉRER TOUS LES ORGANES MASSIFS, SAUF LE MOTEUR.
 - b. CALCULER L'ÉNERGIE E_{IN} QUE DOIT INJECTER LE MOTEUR AU SYSTÈME POUR QU'IL ATTEIGNE E_{IN} (PRISE EN COMPTE DES PERTES)
 - c. TROUVER LES RELATIONS DE VITESSE ENTRE L'ARBRE MOTEUR (ω) ET LES ORGANES MASSIFS (w_i, v_i)
 - d. CALCULER L'INERTIE RÉDUITE À PARTIR DE SA DÉFINITION: $\frac{1}{2} J_r \omega^2 = E_{\text{IN}}$
3. CALCULER L'ACCÉLÉRATION $\dot{\omega}$ DE L'ARBRE MOTEUR À PARTIR DE LA RELATION $M_m - M_r = (J_m + J_r) \dot{\omega}$
4. CALCULER ÉVENTUELLEMENT L'ACCÉLÉRATION DES AUTRES ORGANES AVEC LES RELATIONS DU POINT 2c.

EXEMPLE :

$$1. M_r = \frac{M_1}{i_1 z_1} + \frac{m g n}{i_1 z_2 z_1 z_2} \quad (\text{CHARGE STATIQUE})$$

$$2a. E_{\text{IN}} = \frac{1}{2} J_1 w_1^2 + \frac{1}{2} m n^2$$

$$2b. E_{\text{IN}} = \frac{1}{2} J_1 \omega^2 \frac{1}{z_1} + \frac{1}{2} m n^2 \frac{1}{z_1 z_2} \quad ①$$

$$2c. w_1 = \frac{\omega}{i_1} \quad ②$$

$$v = w_2 \cdot r = \frac{w_1}{i_2} \cdot r = \frac{\omega}{i_1 i_2} r \quad ③$$

$$2d. \frac{1}{2} J_r \omega^2 = \frac{1}{2} J_1 \frac{\omega^2}{i_1^2} \frac{1}{z_1} + \frac{1}{2} m \frac{\omega^2}{i_1^2 i_2^2} r^2 \frac{1}{z_1 z_2} \quad ④$$

$$J_r = \frac{J_1}{i_1^2 z_1} + \frac{m n^2}{i_1^2 i_2^2 z_1 z_2} \quad (\text{CHARGE DYNAMIQUE})$$

$$3. \dot{\omega} = \frac{M_m - M_r}{J_m + J_r}$$

$$4. \dot{w}_1 = \frac{\dot{\omega}}{i_1} ; \dot{v} = \frac{\dot{\omega}}{i_1 i_2} r$$

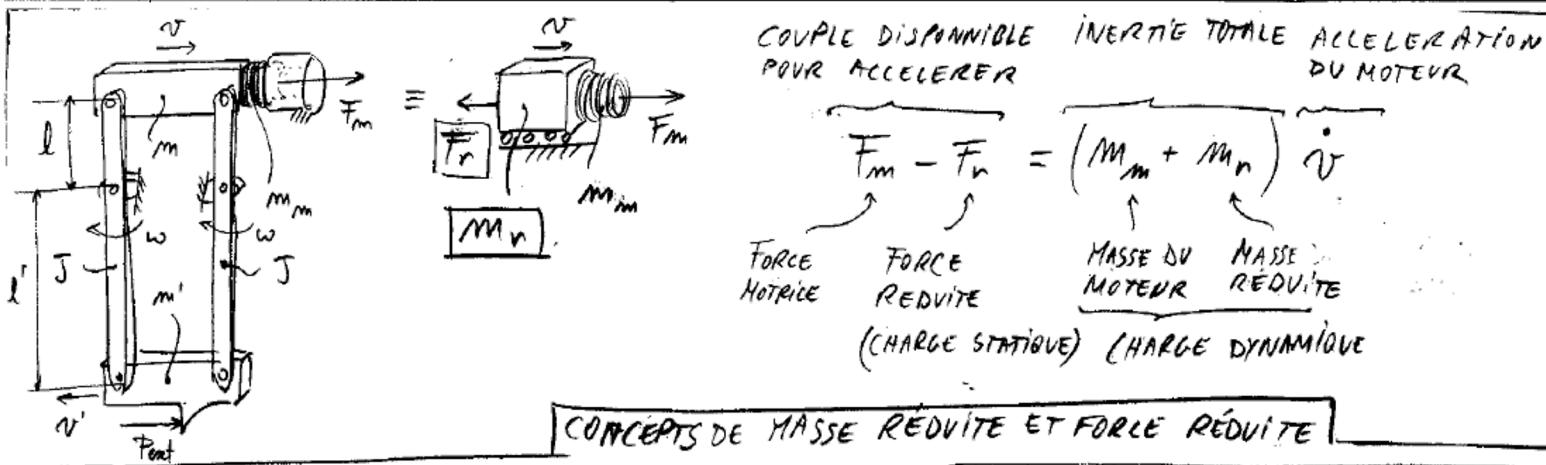
S. HENEIN, NOV 2012

Translations

Raisonnement analogue pour les translations

Rotation	Translation
Couple réduit M_r	Force réduite F_r
Inertie réduite J_r	Masse réduite m_r
Energie cinétique: $\frac{1}{2}J_r\omega^2$	Energie cinétique: $\frac{1}{2}m_r\nu^2$
Dynamique: $\sum_j M_j = \sum_i J_i \dot{\omega}_i$	Dynamique: $\sum_j F_j = \sum_i m_i \dot{v}_i$

Résumé translation



CALCUL DE L'ACCELERATION DU SYSTEME

1. CALCULER LA FORCE EXTERIEURE REDUITE F_r
2. CALCULER LA MASSE REDUITE SUR LE MOTEUR M_r
 - a. CALCULER L'ENERGIE CINETIQUE DU SYSTEME E_{kin}
(CONSIDERER TOUS LES ORGANES SAUF LE MOTEUR)
 - b. PRENDRE EN COMPTE LES PERTES : CALCULER L'ENERGIE E_{in} QUE DOIT INJECTER LE MOTEUR POUR ATTEINDRE E_{kin} .
 - c. TROUVER LES RELATIONS DE VITESSE ENTRE LE MOTEUR ET LES AUTRES ORGANES
 - d. CALCULER LA MASSE REDUITE A PARTIR DE SA DEFINITION: $\frac{1}{2} M_r v^2 = E_{in}$

3. CALCULER L'ACCELERATION \ddot{v} DU MOTEUR A PARTIR DE LA RELATION $F_m - F_r = (M_m + M_n) \ddot{v}$
4. CALCULER SI NECESSAIRE L'ACCELERATION DES AUTRES ORGANES AU MOYEN DE 2. c

EXEMPLE

$$1. \sum M = 0 \Rightarrow P \cdot l' = F_r \cdot l \Rightarrow F_r = P \cdot \frac{l'}{l}$$

charge statique

$$2.a \quad E_{kin} = \frac{1}{2} m N^2 + \frac{1}{2} m' v'^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} J w^2$$

$$2.b \quad E_{in} = E_{kin} \text{ car rendement 100% dans cet exemple}$$

$$2.c \quad \begin{aligned} v &= w l & \left(\frac{v}{l} = \frac{w}{\ell} \right) \\ v' &= w l' & \left(\frac{v'}{l'} = \frac{w}{\ell'} \right) \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} \frac{v}{l} &= \frac{v'}{l'} \\ \frac{v}{l} &= \frac{v'}{l'} \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} v' &= v \frac{l'}{l} \\ v &= v \frac{l}{l'} \end{aligned} \right\}$$

$$2.d \quad \frac{1}{2} M_r v^2 = \frac{1}{2} m N^2 + \frac{1}{2} m' v'^2 \left(\frac{l'}{l} \right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} J w^2 \left(\frac{l}{l'} \right)^2$$

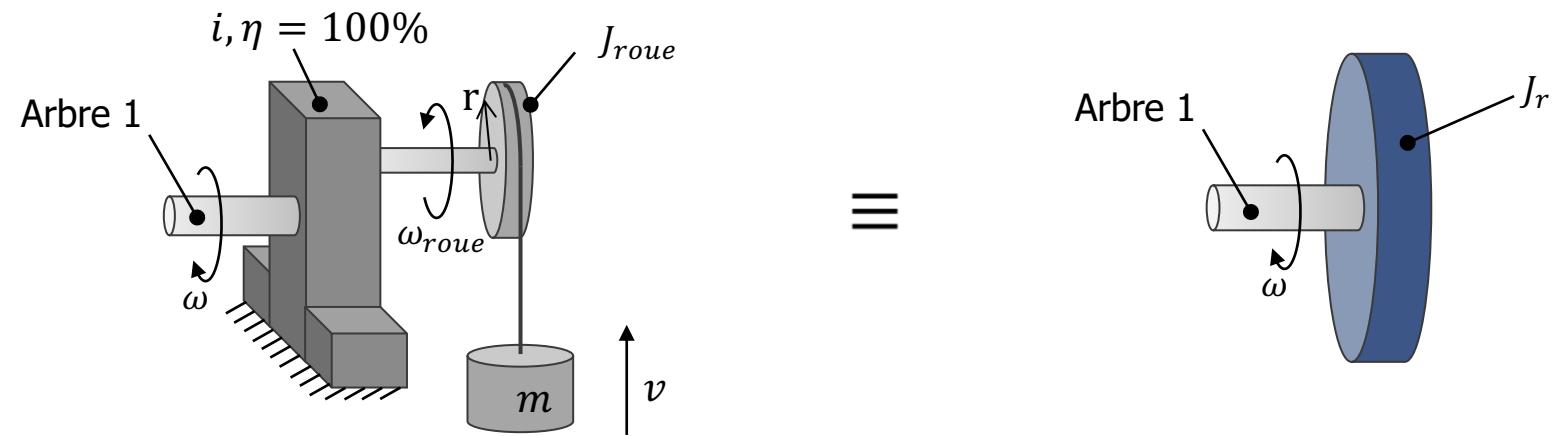
$$M_r = m + m' \left(\frac{l}{l'} \right)^2 + 2 J \left(\frac{l}{l'} \right)^2$$

$$3. \quad \ddot{v} = \frac{F_m - F_r}{M_m + M_n}$$

$$4. \quad \ddot{v}' = \ddot{v} \frac{l'}{l} ; \quad \dot{w} = \frac{\ddot{v}}{l}$$

S. Henein, 12.3.13

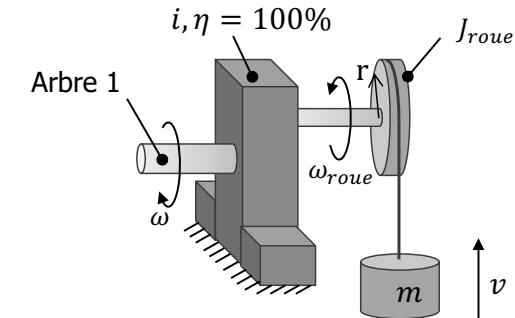
Exemple 1: Calculer le couple et l'inertie réduits sur l'arbre 1



Exemple 1: Calculer le couple et l'inertie réduits sur l'arbre 1

MÉTHODE DE CALCUL DE L'ACCÉLÉRATION D'UN SYSTÈME
AVEC INERTIES ET CHARGES STATIQUES EXTERNES

1. CALCULER LE COUPLE RÉDUIT M_n SUR L'ARBRE MOTEUR
2. CALCULER L'INERTIE RÉDUITE J_n SUR L'ARBRE MOTEUR
 - a. CALCULER L'ÉNERGIE CINÉTIQUE TOTALE DU SYSTÈME E_{cin}
CONSIDÉRER TOUS LES ORGANES MASSIFS, SAUF LE MOTEUR.
 - b. CALCULER L'ÉNERGIE E_{in} QUE DOIT INJECTER LE MOTEUR
AU SYSTÈME POUR QU'IL ATTEIGNE E_{cin} (PRISE EN
COMPTE DES PERTES)
 - c. TROUVER LES RELATIONS DE VITESSE ENTRE L'ARBRE
MOTEUR (ω) ET LES ORGANES MASSIFS (ω_i, ν_i)
 - d. CALCULER L'INERTIE RÉDUITE A PARTIR DE SA
DÉFINITION:
$$\frac{1}{2} J_n \omega^2 = E_{in}$$
3. CALCULER L'ACCÉLÉRATION $\ddot{\omega}$ DE L'ARBRE MOTEUR
À PARTIR DE LA RELATION $M_m - M_f = (J_m + J_n) \ddot{\omega}$
4. CALCULER ÉVENTUELLEMENT L'ACCÉLÉRATION DES AUTRES
ORGANES AVEC LES RELATIONS DU POINT 2c.

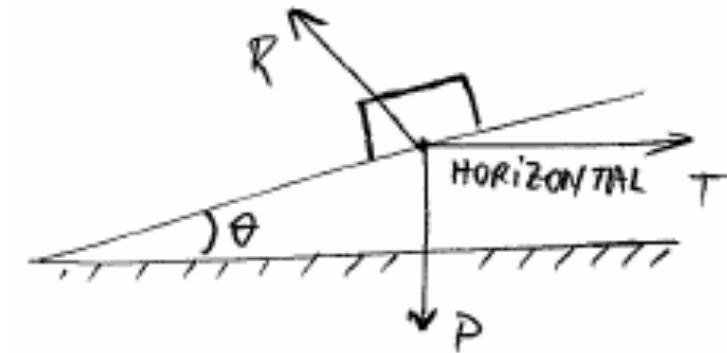
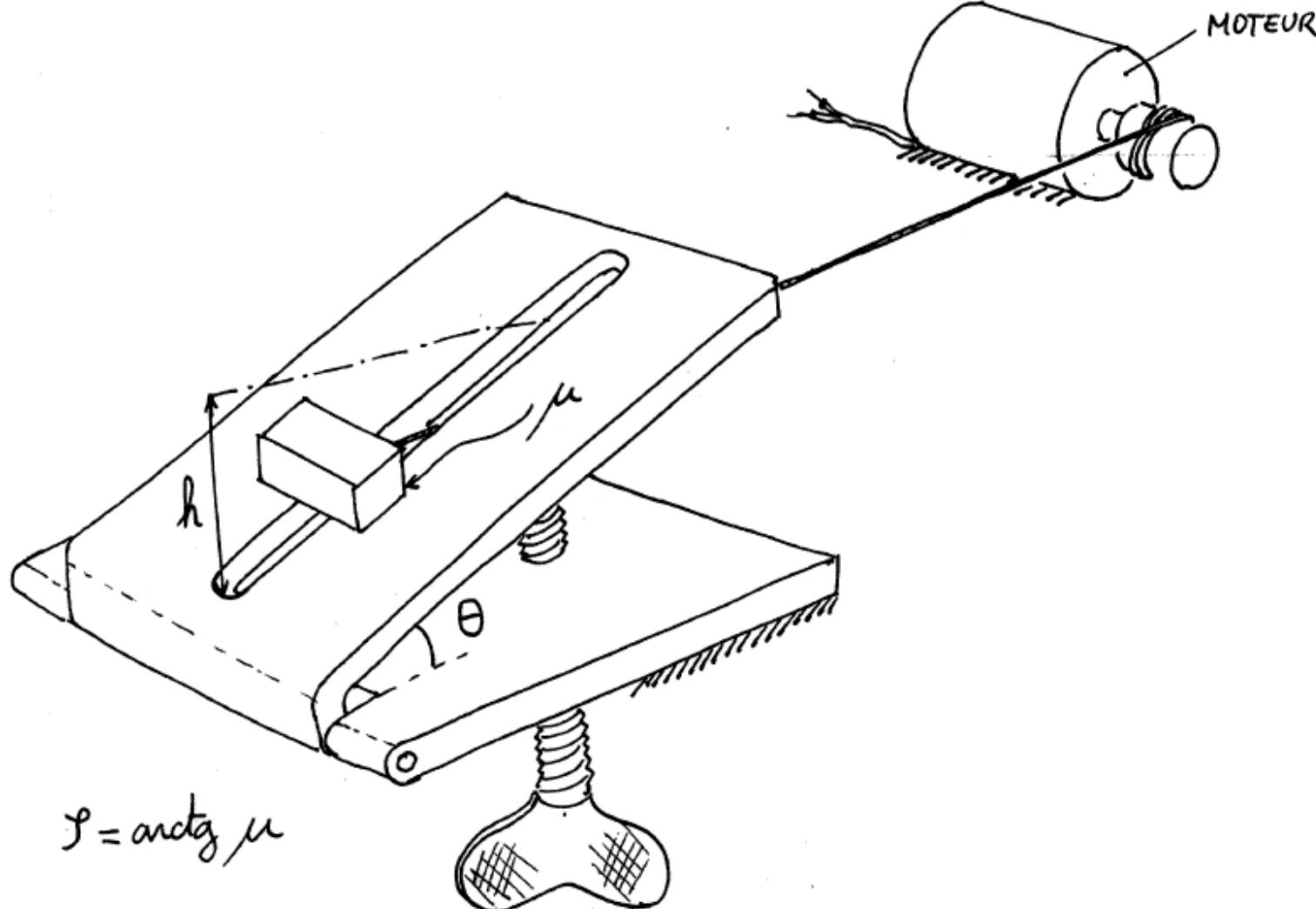


Irréversibilité

- Un système est dit irréversible si l'énergie ne peut y circuler que dans un seul sens.
- Les systèmes à vis-écrou lisses (a) ou vis tangente et couronne (b) peuvent présenter cette propriété.
- Un mécanisme irréversible basé sur le frottement a un rendement inférieur à 0.5 dans son sens normal d'utilisation, et arc-boute (blocage) dans le sens opposé

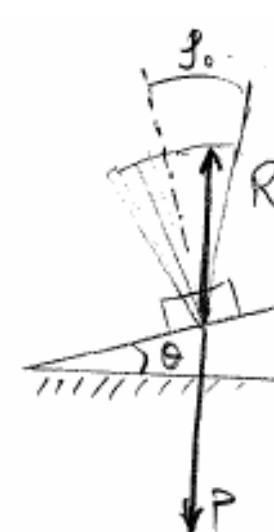


Rendement du plan incliné et irréversibilité



$T = P \cdot \tan(\theta + f)$: MONTÉE \nearrow AUFWÄRTS

$T = P \cdot \tan(\theta - f)$: DESCENTE \searrow ABWÄRTS



$\theta < f_0$
 $f_0 = \text{atan } h_0$

$\theta > f$
 $f = \text{atan } \mu$
 Réversible

Irreversible

Rendement du plan incliné

Rendement / Wirkungsgrad :

MONTÉE \nearrow AUFWÄRTS

$$\eta = \frac{\tan \theta}{\tan(\theta + \varphi)}$$

DESCENTE \searrow ABWÄRTS

$$\eta = \frac{\tan(\theta - \varphi)}{\tan \theta}$$

Limites de réversibilité / Reversibilitätsgrenzen :

$$\varphi < \theta < 90^\circ - \varphi$$

$$\eta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \mu^2$$

$$\eta = 0$$

MONTÉE \nearrow AUFWÄRTS

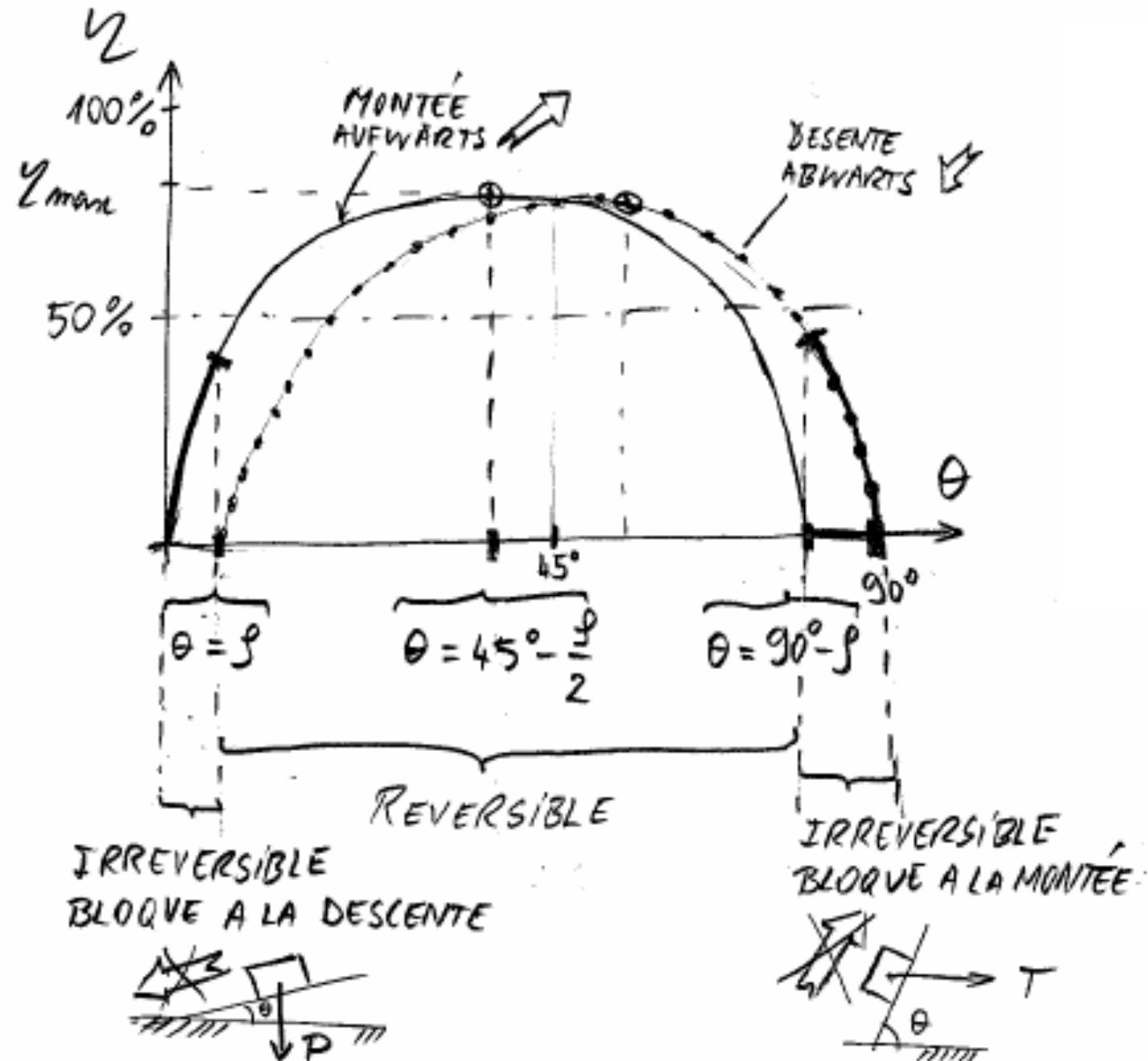
$\eta \leq 50\%$

$$\eta = 0$$

$$\eta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \mu^2$$

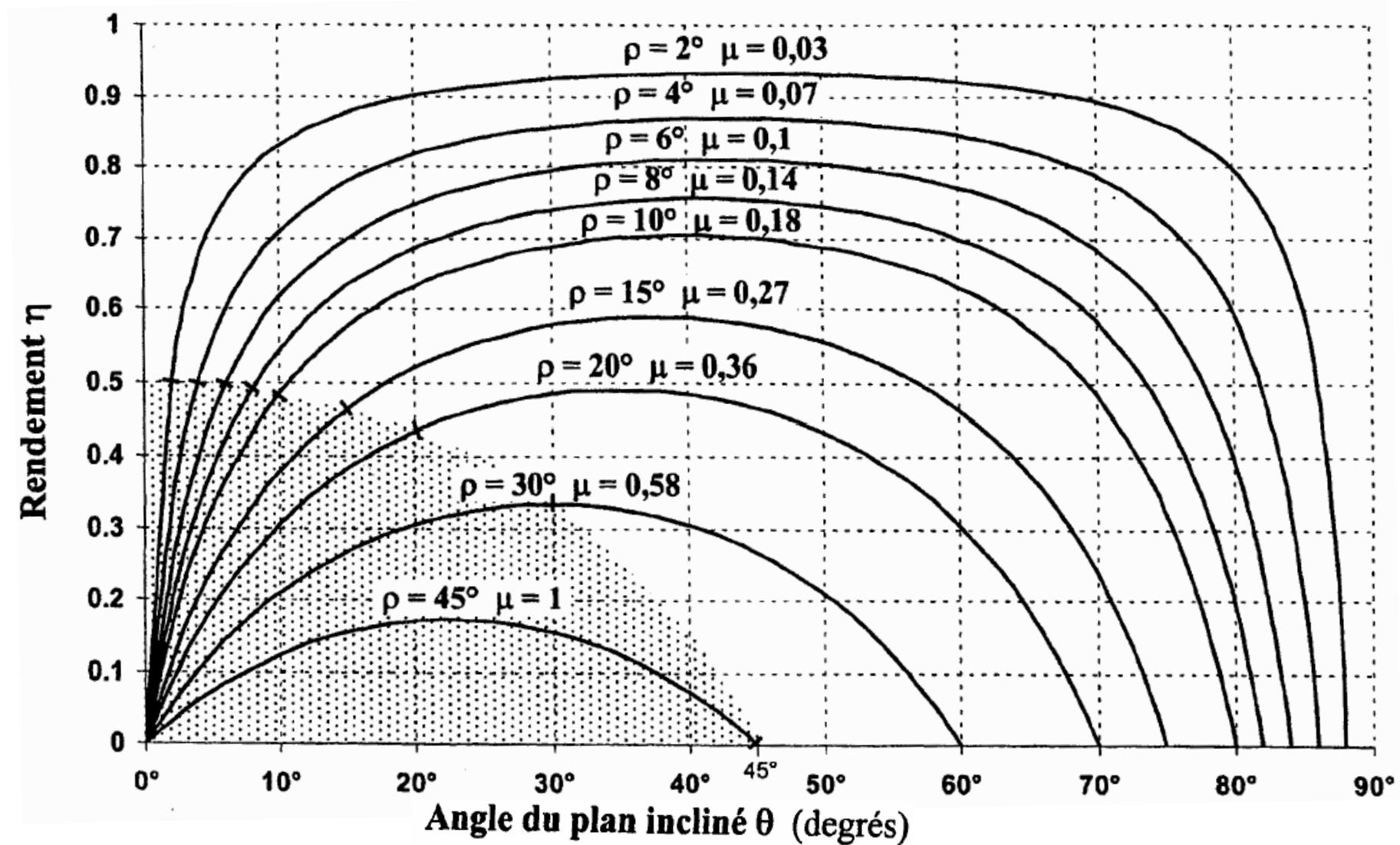
DESCENTE \searrow ABWÄRTS

$\eta \leq 50\%$



Rendement du plan incliné

Force de traction horizontale ($\beta=0$), à la montée / Zugkraft Horizontal ($\beta=0$), Aufwärts-Bewegung

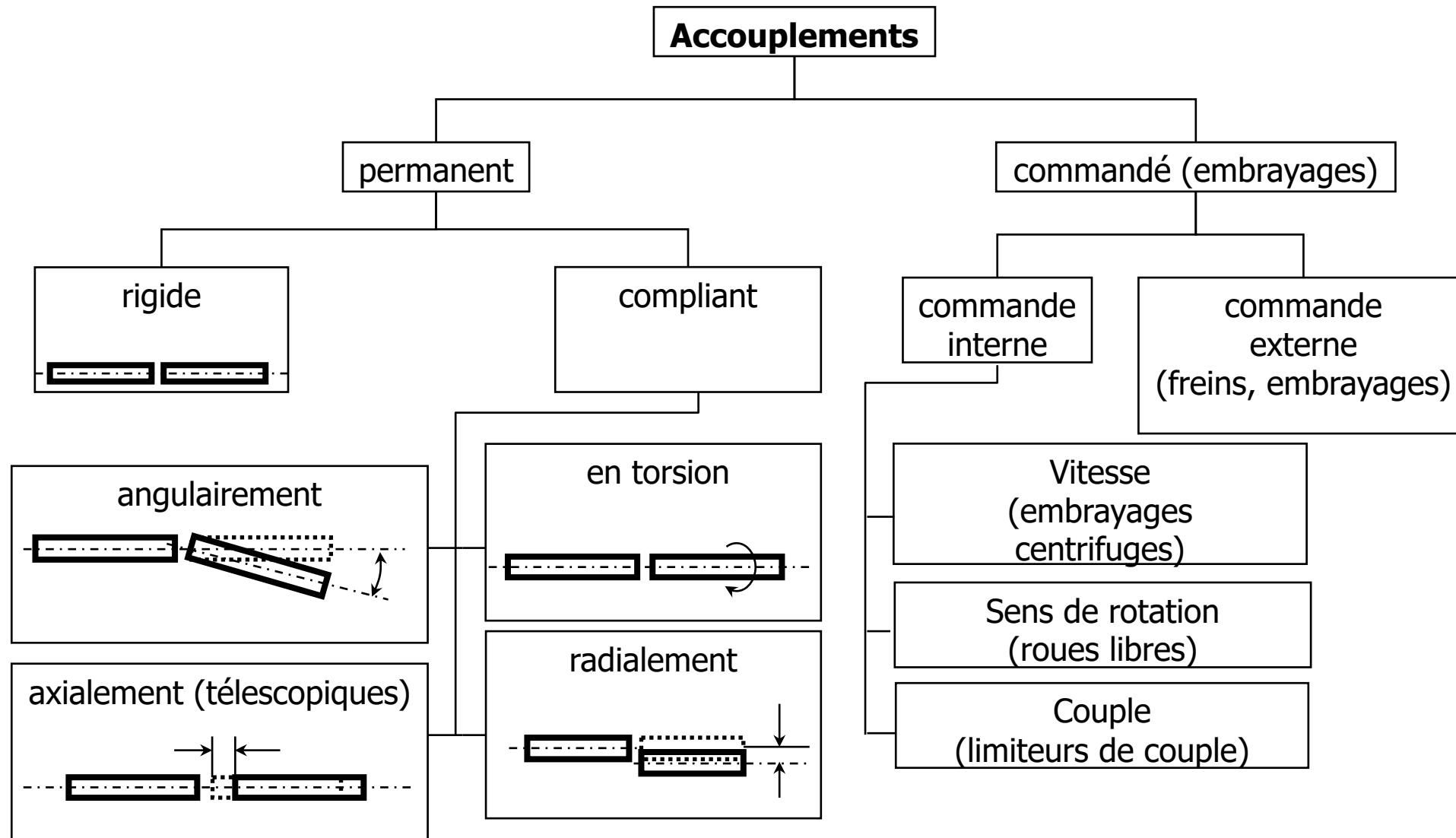


Domaine réversible : $\theta > \rho$
Limite de réversibilité : $\theta = \rho$
Domaine irréversible : $\theta < \rho$

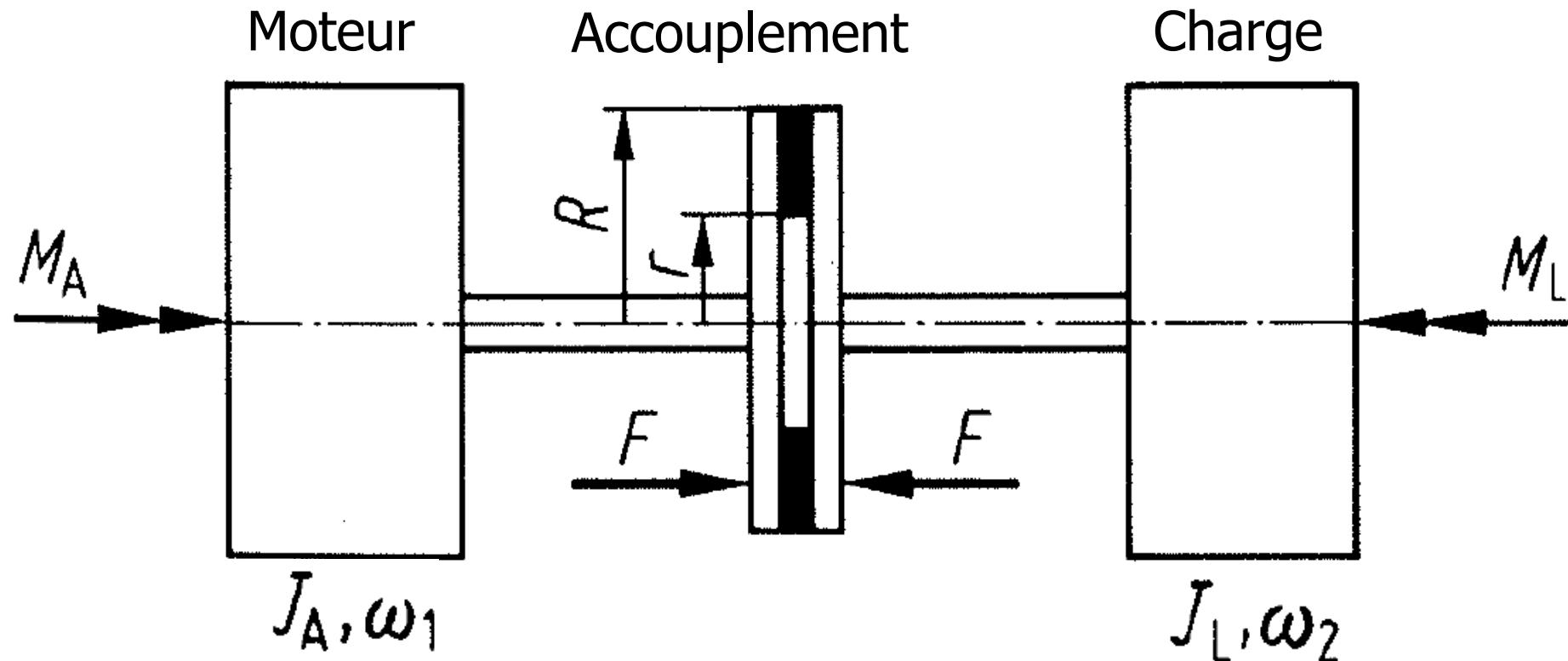
Rendement du plan incliné

$$\eta = \frac{\tan \theta}{\tan(\theta + \rho)}$$

PARTIE II : Accouplements



Concept d'accouplement



- Accouplement couplé ou découplé, on a toujours $M_A = M_L$
- Couplé: ω_2 tend vers ω_1 ; Vitesse de glissement: $s = (\omega_1 - \omega_2)/\omega_1$
- Découplé: ω_2 indépendant de ω_1

Accouplements rigides

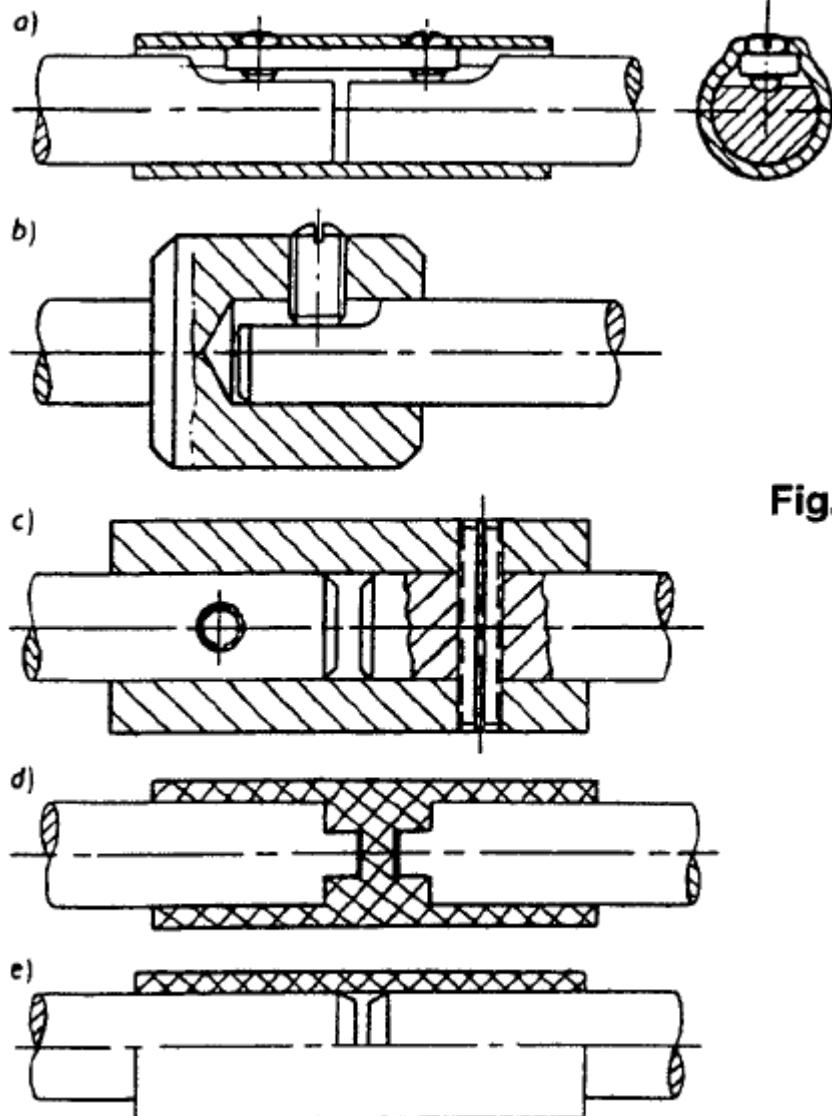
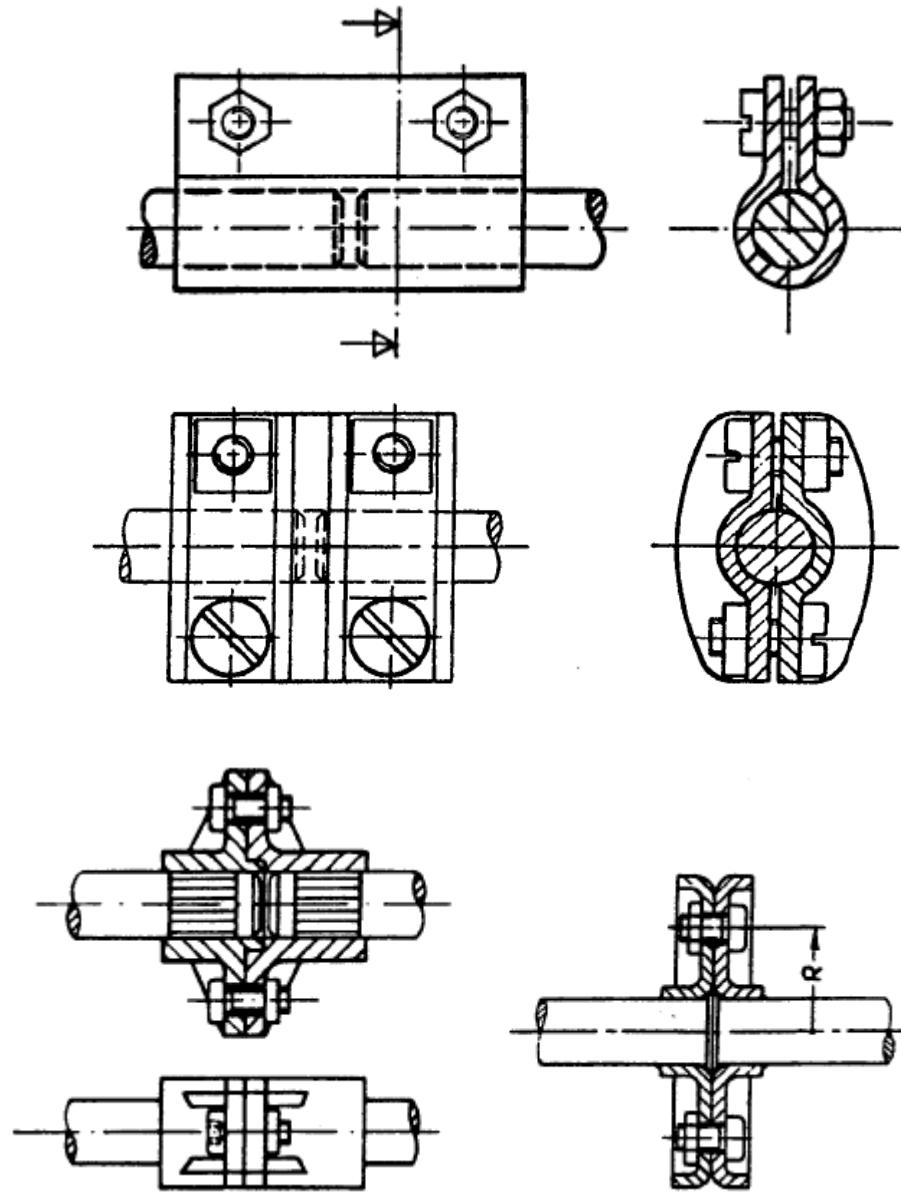
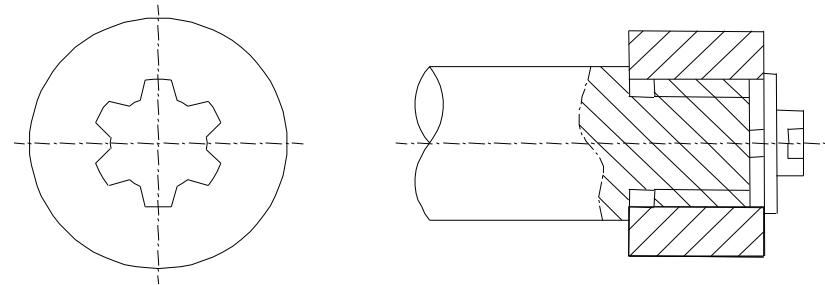


Fig.

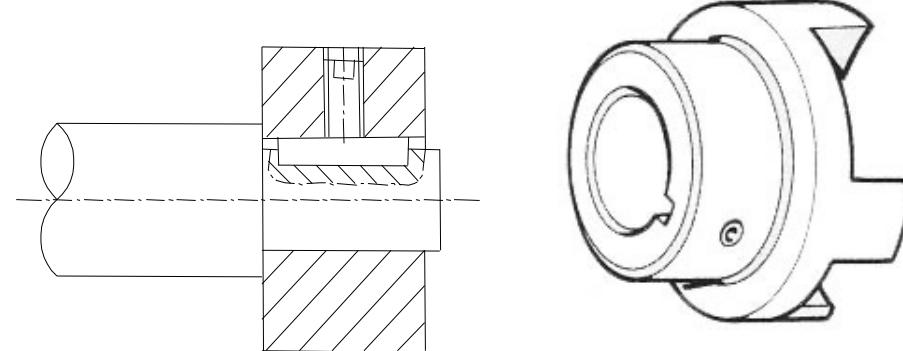


Accouplements rigides (suite)

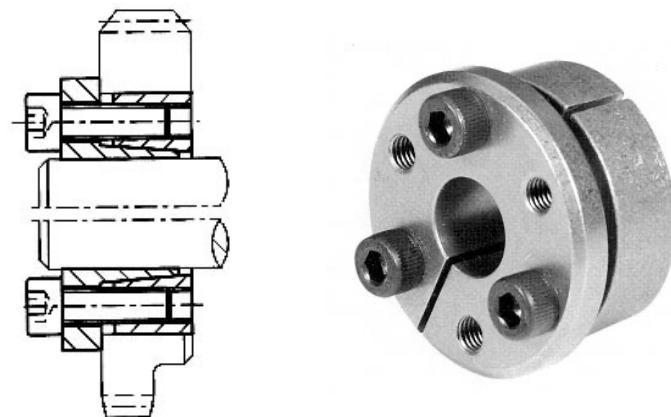
Arbre cannelé



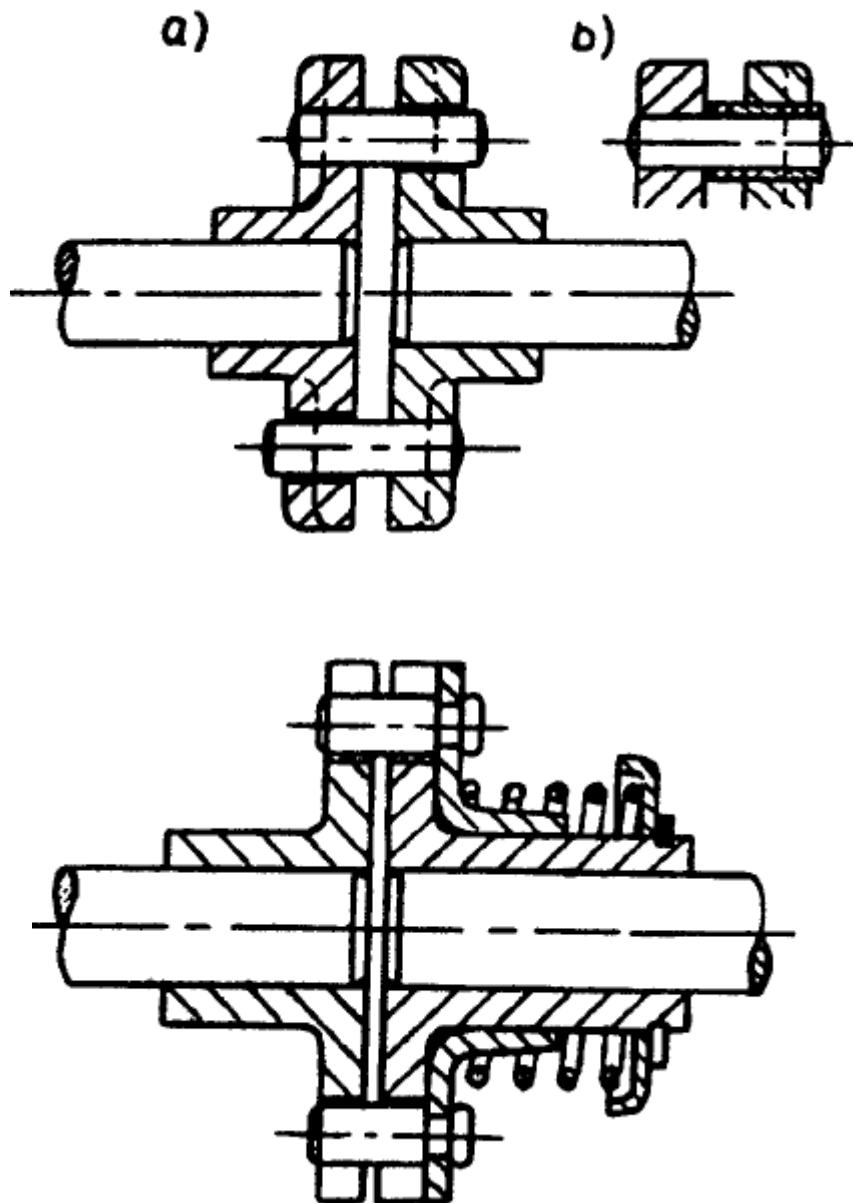
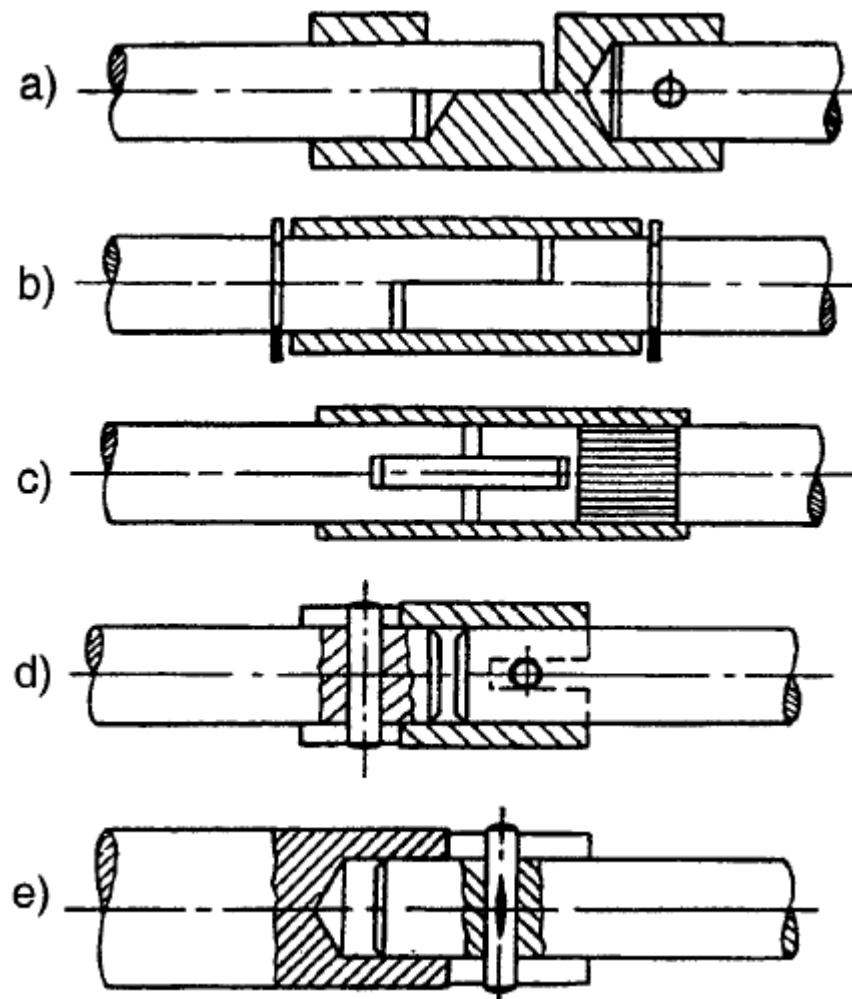
Accouplement à Clavette



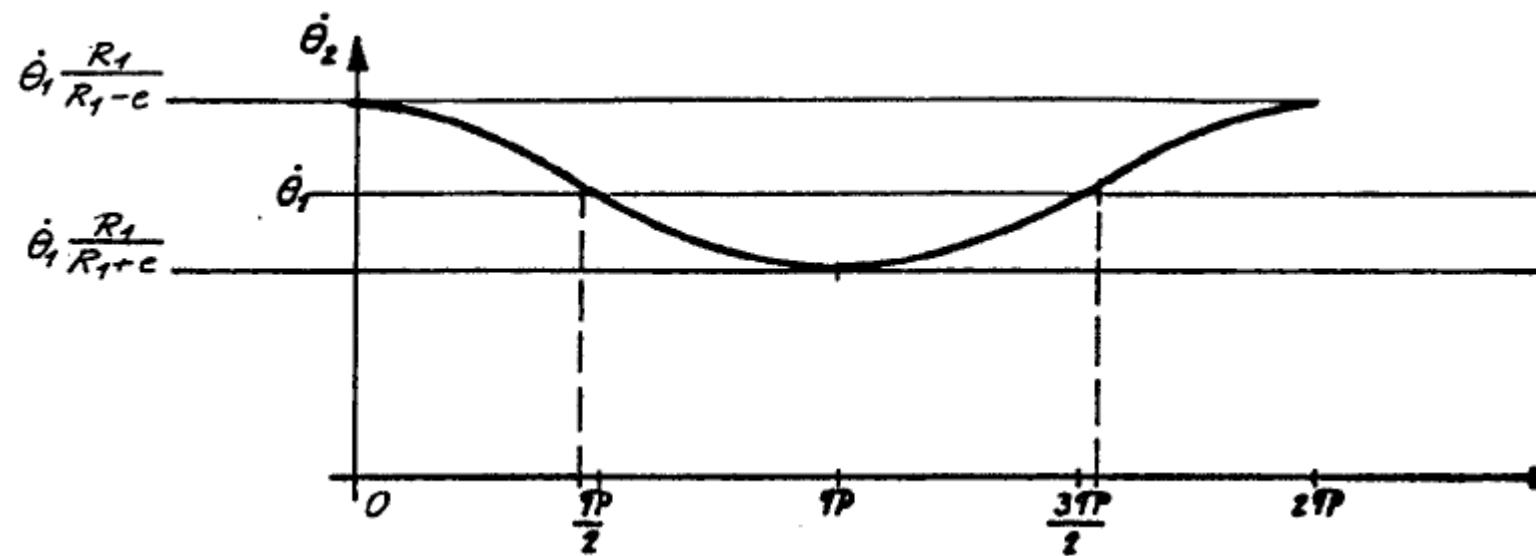
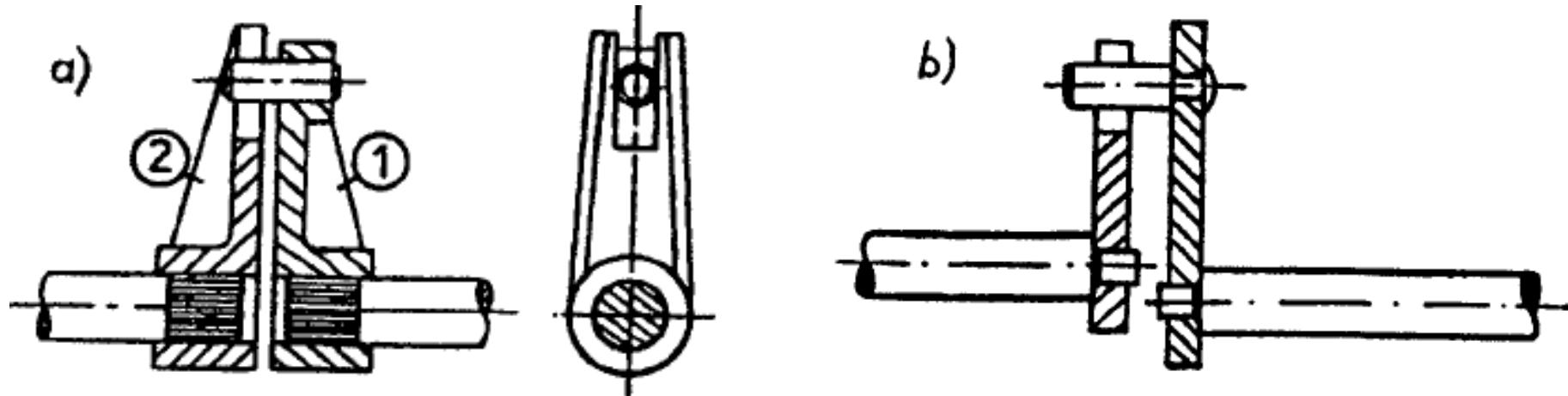
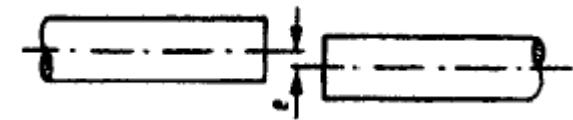
Bague cônique



Accouplements télescopiques



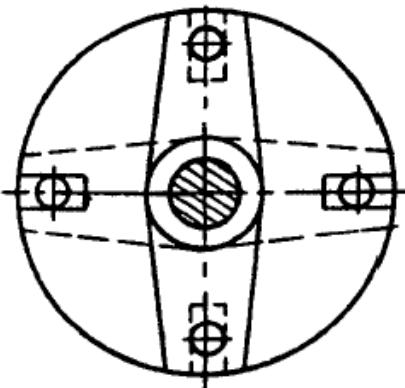
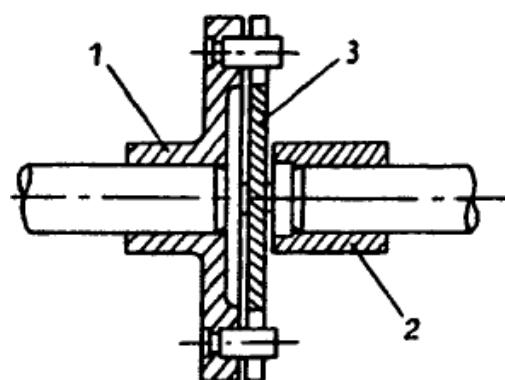
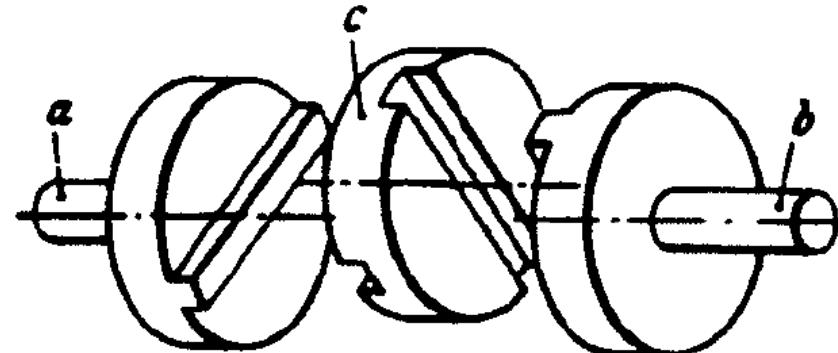
Accouplements à compliance radiale



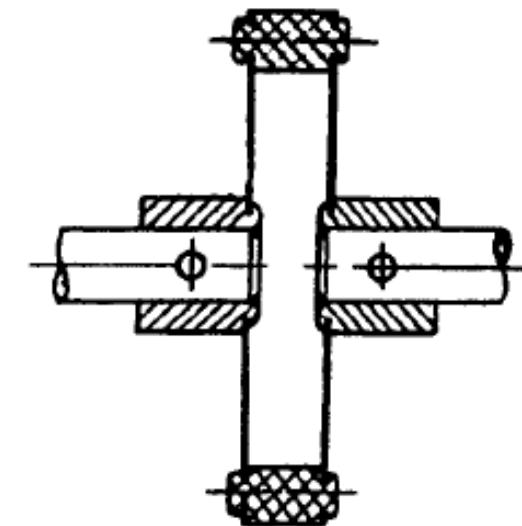
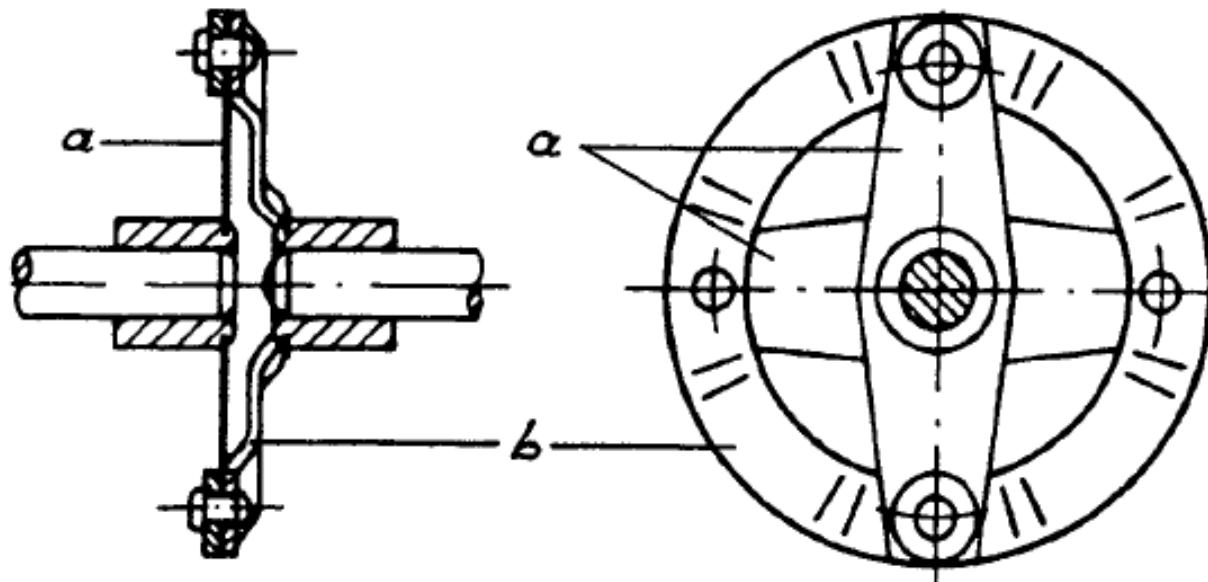
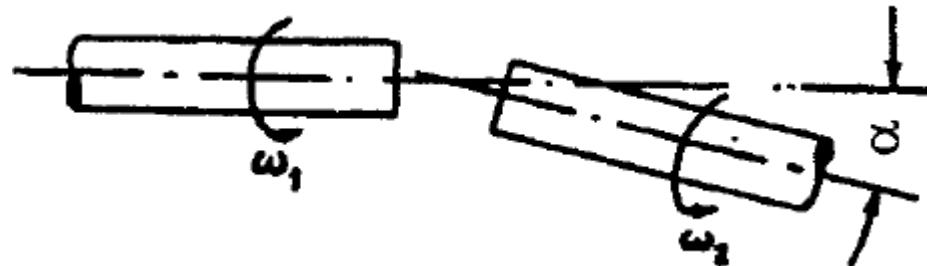
Accouplements à compliance radiale



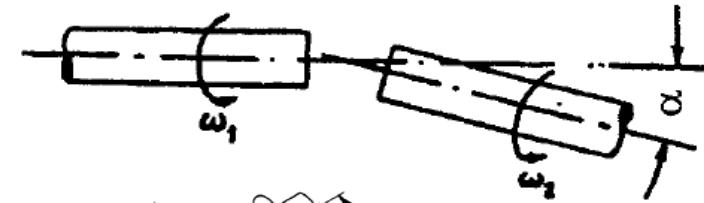
Joint d'Oldham



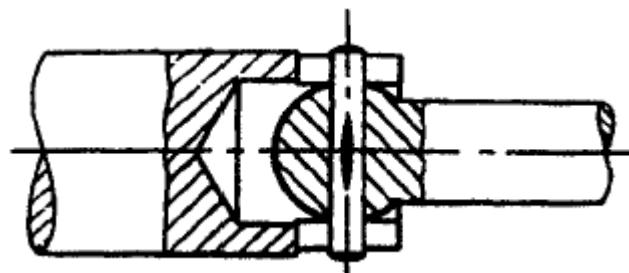
Accouplements élastiques à compliance angulaire



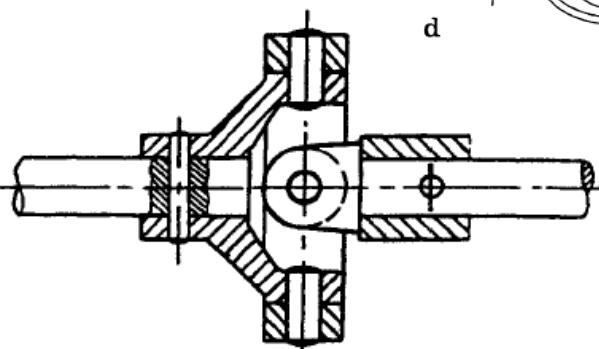
Accouplements à compliance angulaire



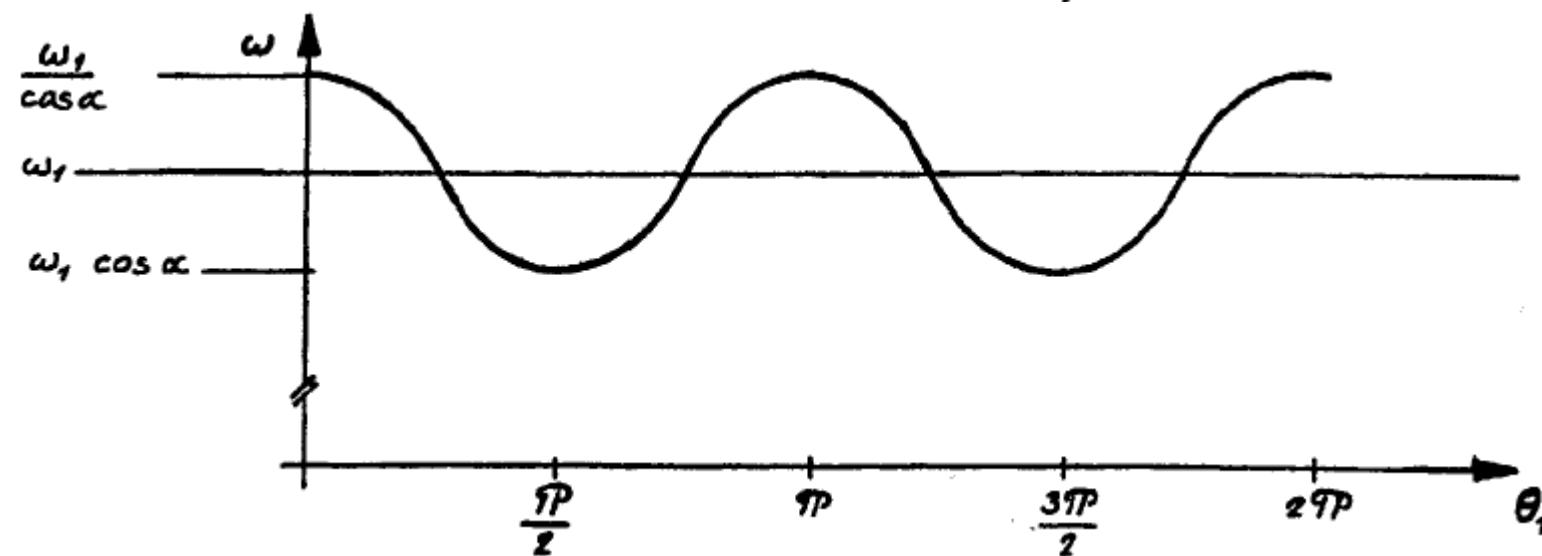
$$\alpha < 15^\circ$$



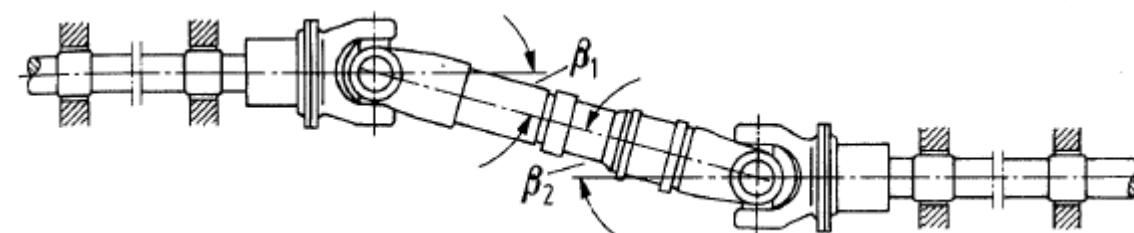
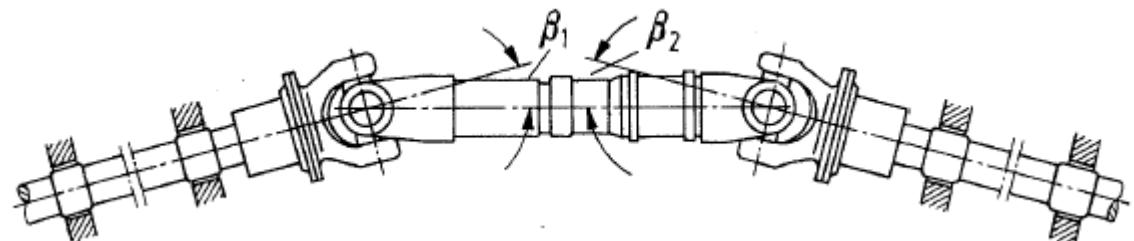
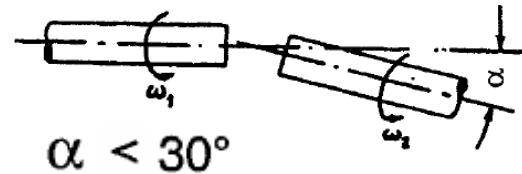
joint sphérique



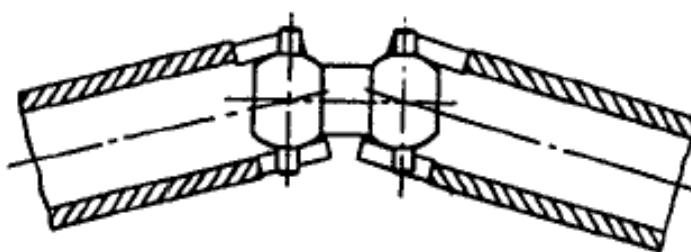
joint de cardan universel



Accouplements homocinétiques à compliance angulaire

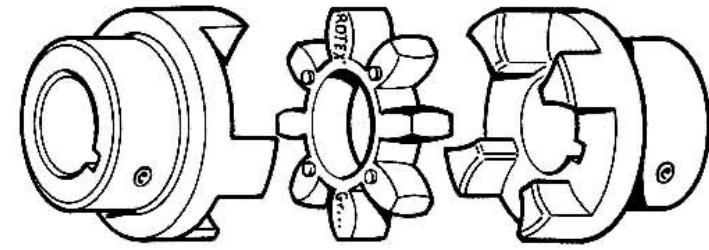
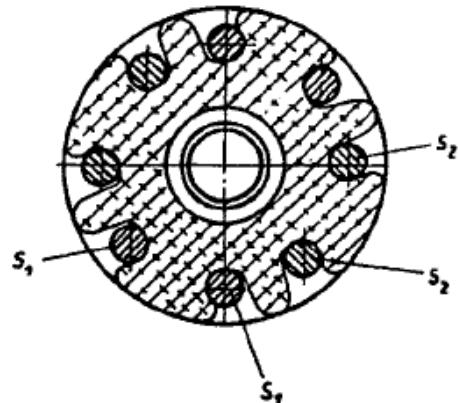
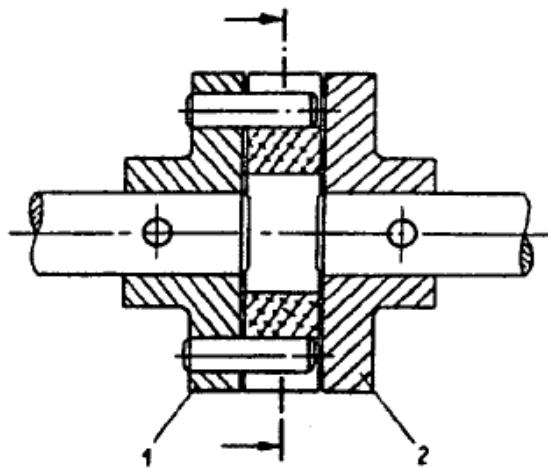


double joint de cardan

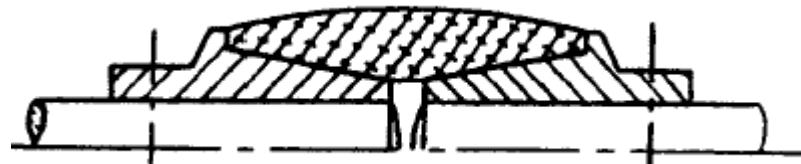


double joint sphérique

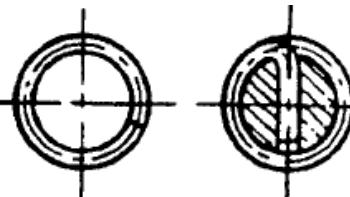
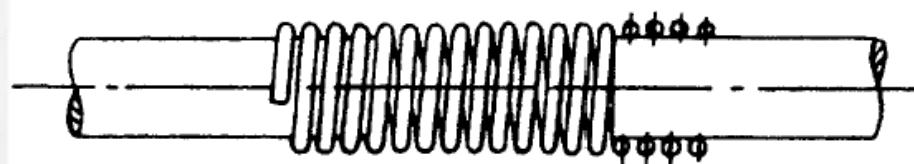
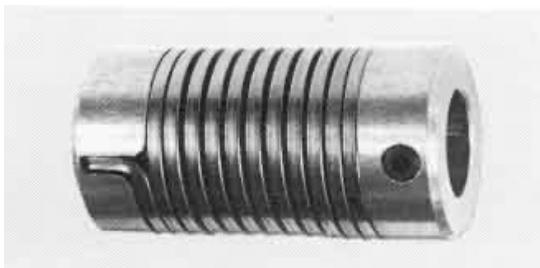
Accouplements élastiques en torsion



Accouplement élastique Guriflex.

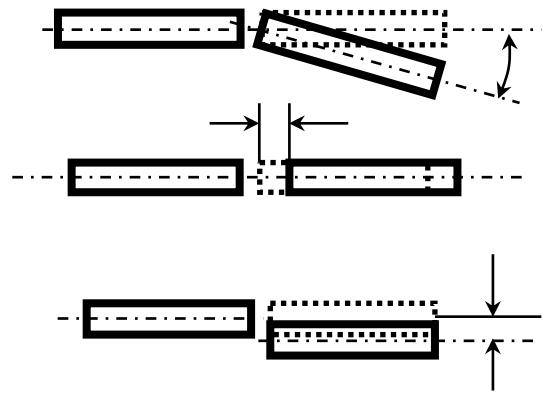


Accouplement élastique avec une pièce de caoutchouc collée.



ressort hélicoïdal.

Accouplements élastiques rigides en torsion

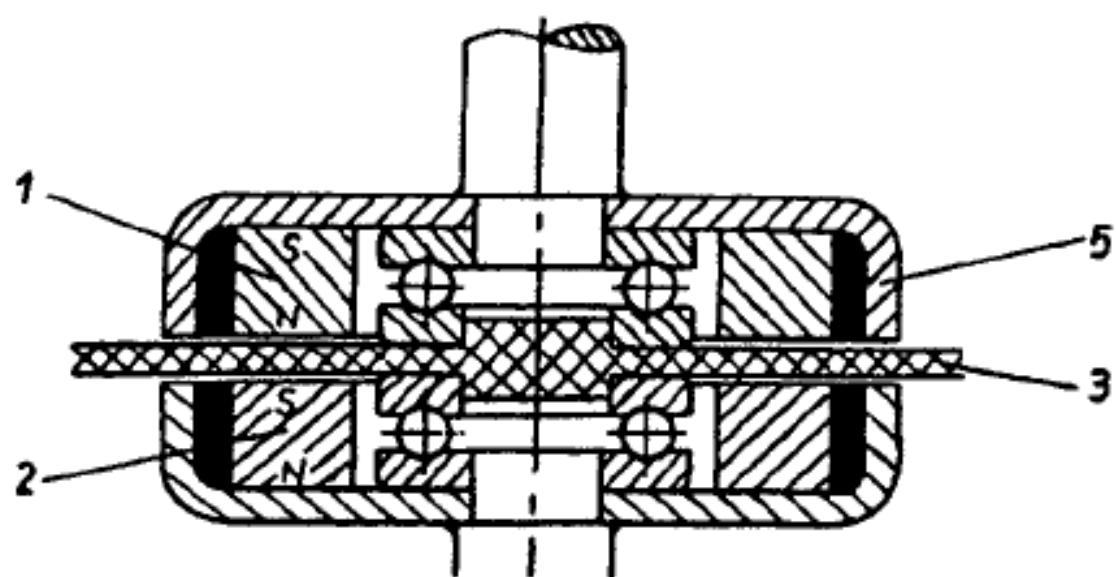


Soufflet

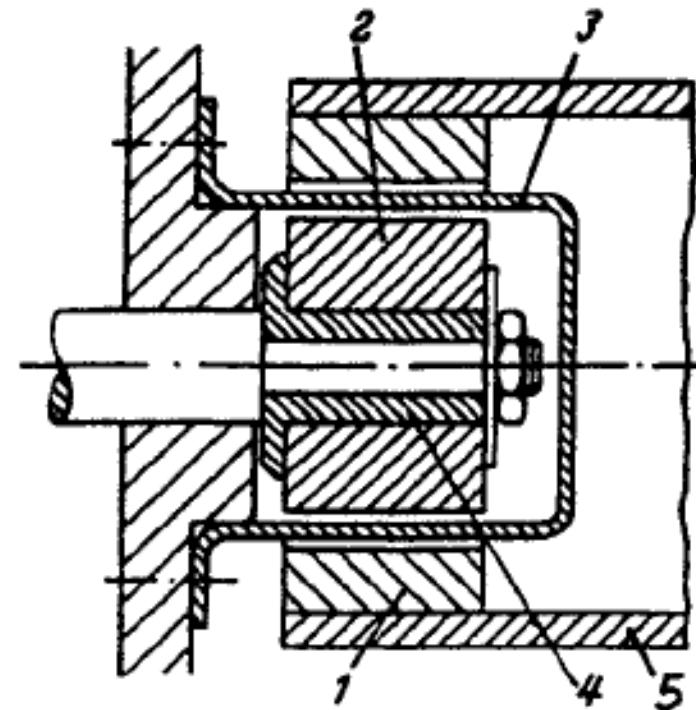


Accouplement à entailles

Accouplements magnétiques



frontal

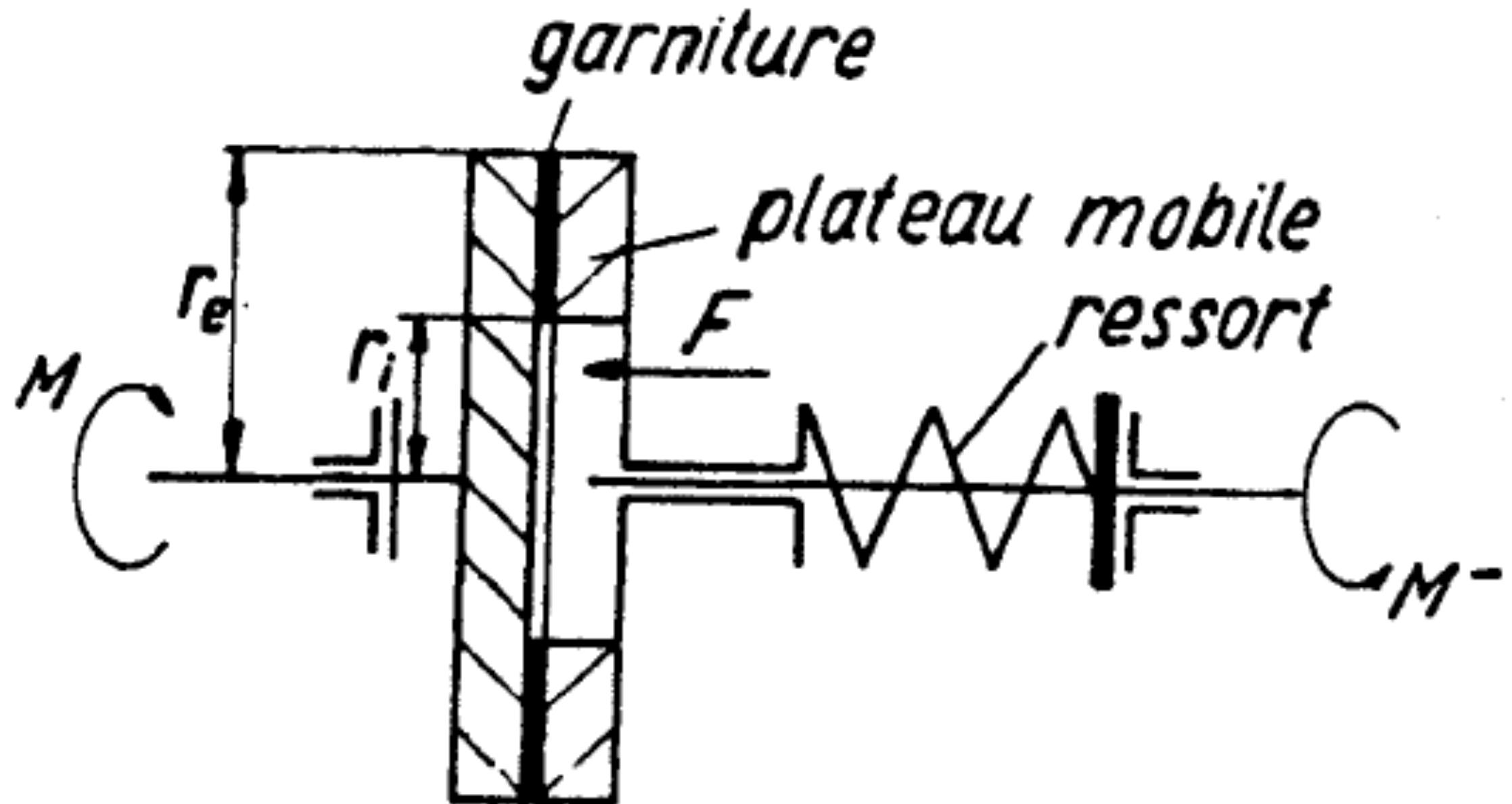


radial

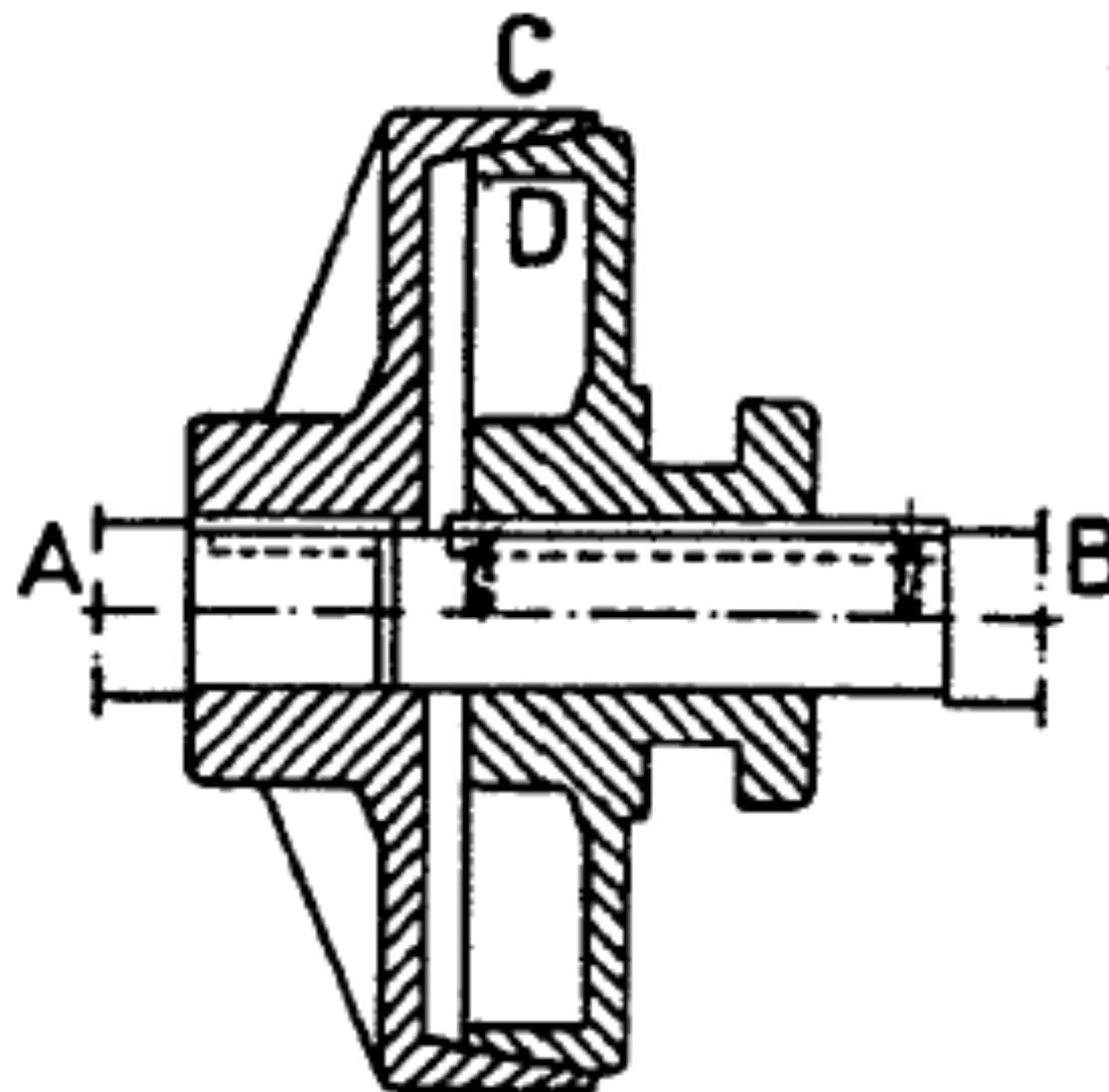
les forces magnétiques
s'équilibrent

- 1) 2) aimants permanents
- 3) paroi intermédiaire
- 4) tube en fer doux
- 5) boîtier en fer doux

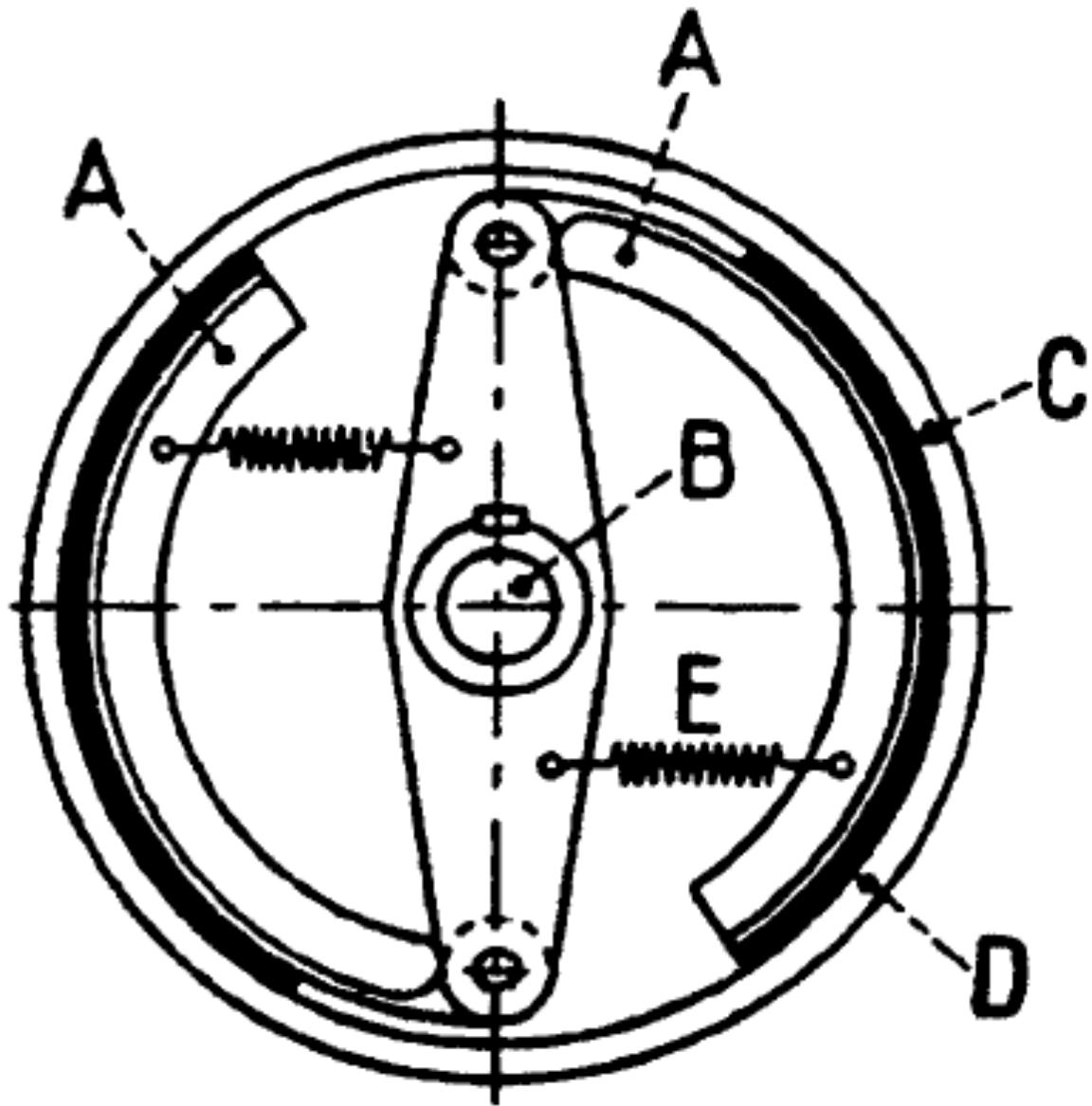
Embrayage à disque



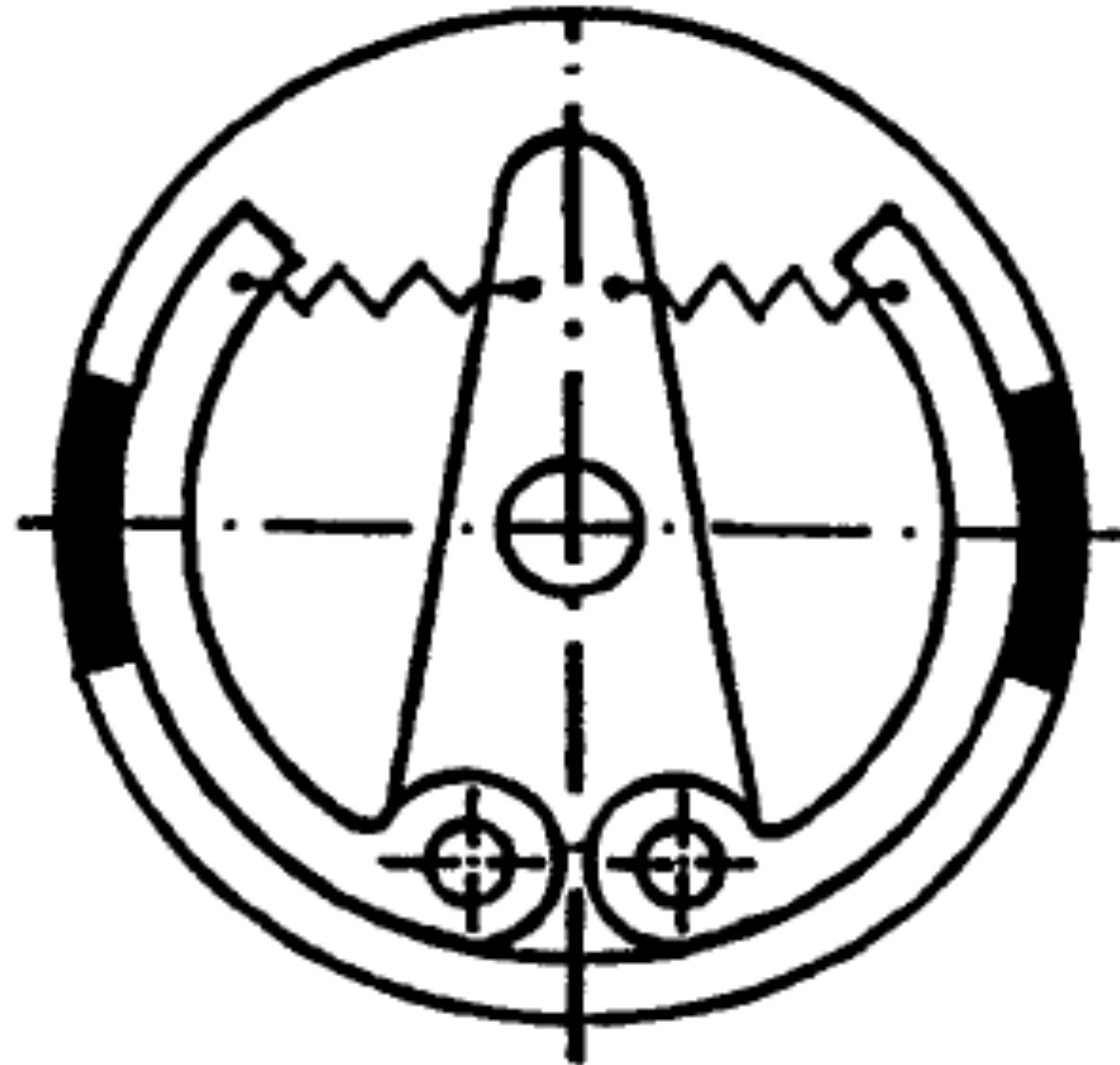
Embrayage à cônes



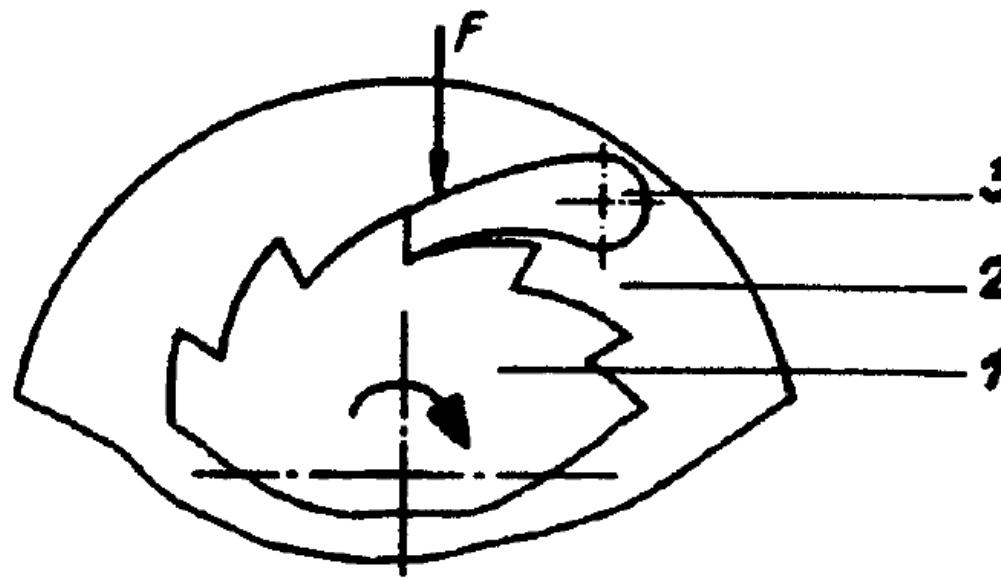
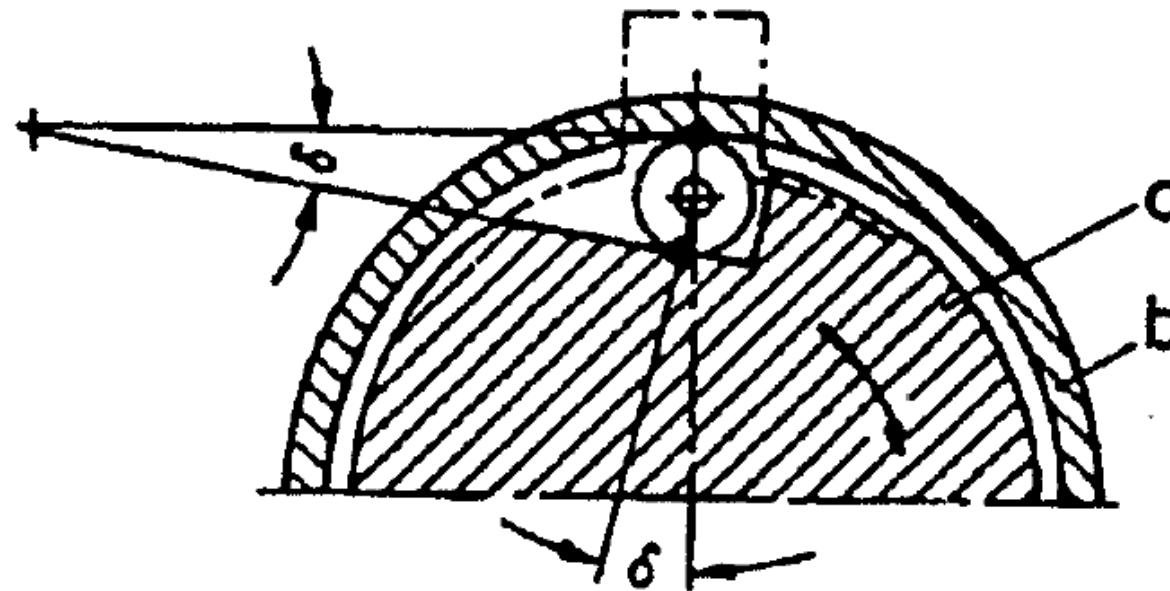
Embrayages centrifuges



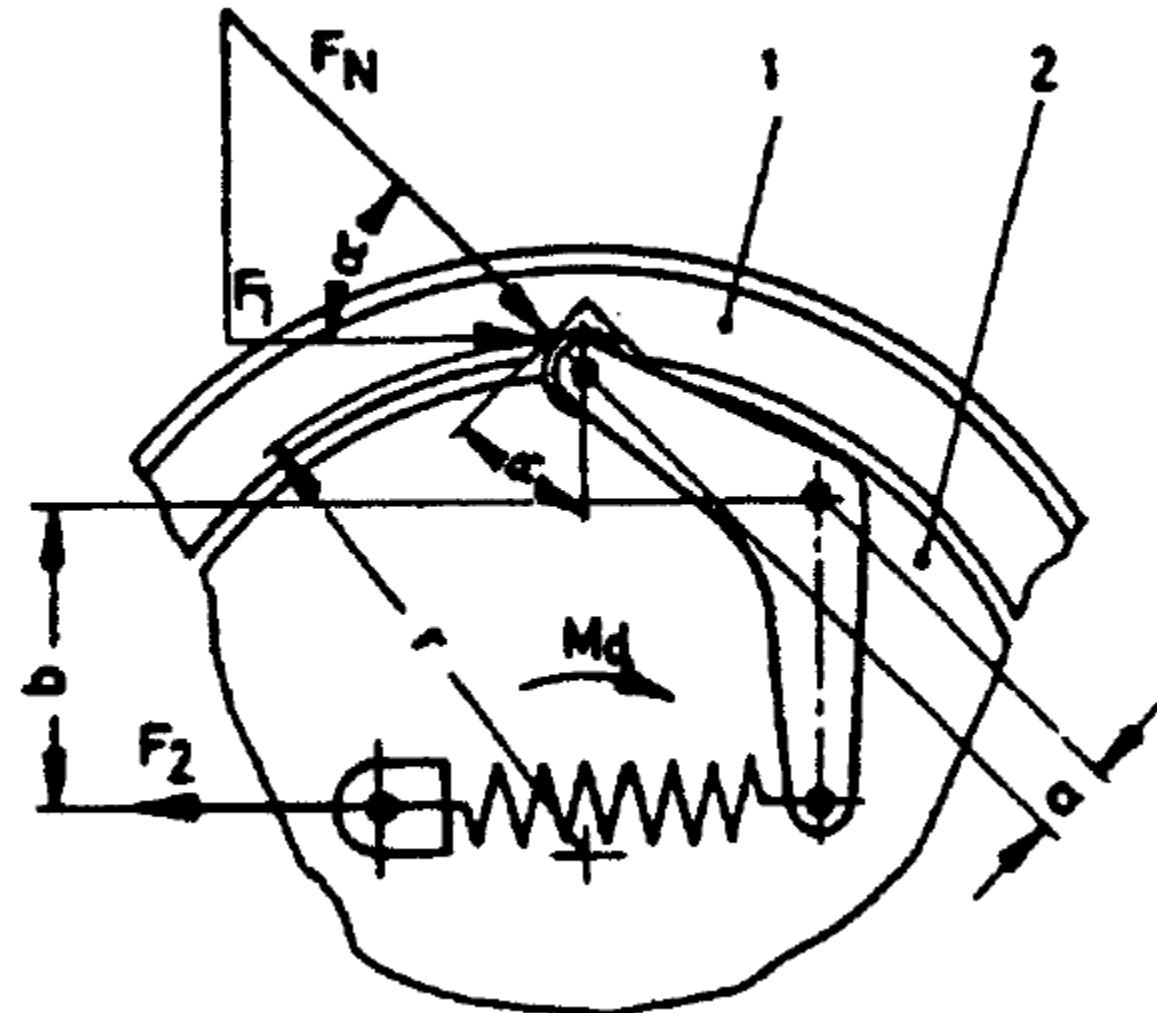
couple symétrique



Roue libre



Limiteur de couple



PARTIE III: Transmission de couple par adhérence tangentielle

Force tangentielle transmissible maximale (à la limite du glissement)

[Clavel, 2010, p. 6.20]:

$$F = (T_1 - T_2) = T_2 (e^{\mu\alpha} - 1) = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$$

Couple transmissible: $M = FR$

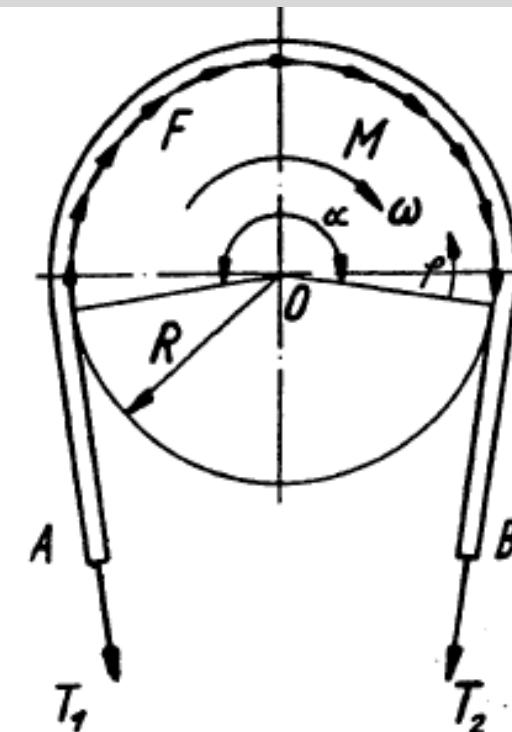
α : angle d'enroulement

μ : coefficient de frottement

T_1 : tension du brin tendu

T_2 : tension du brin mou

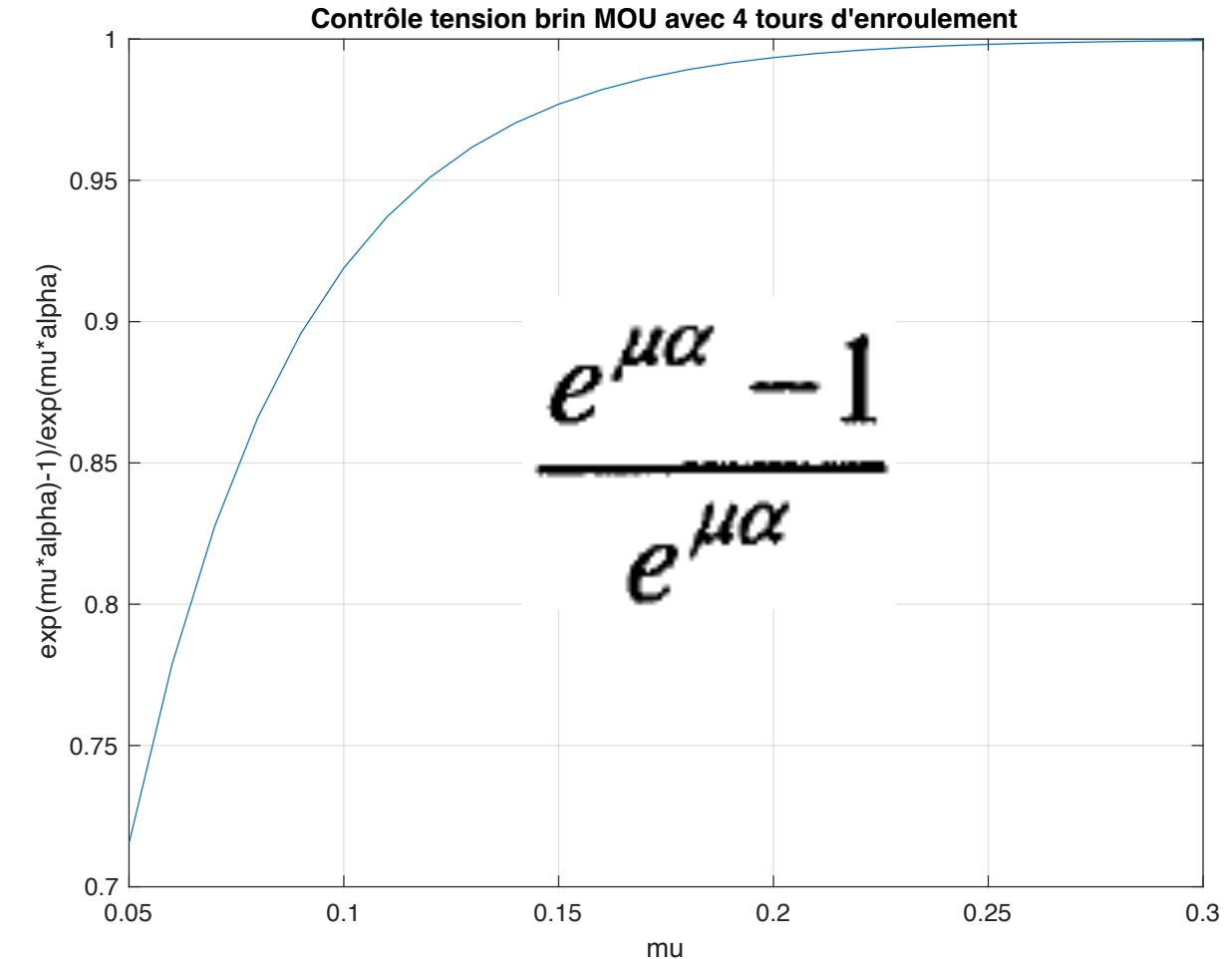
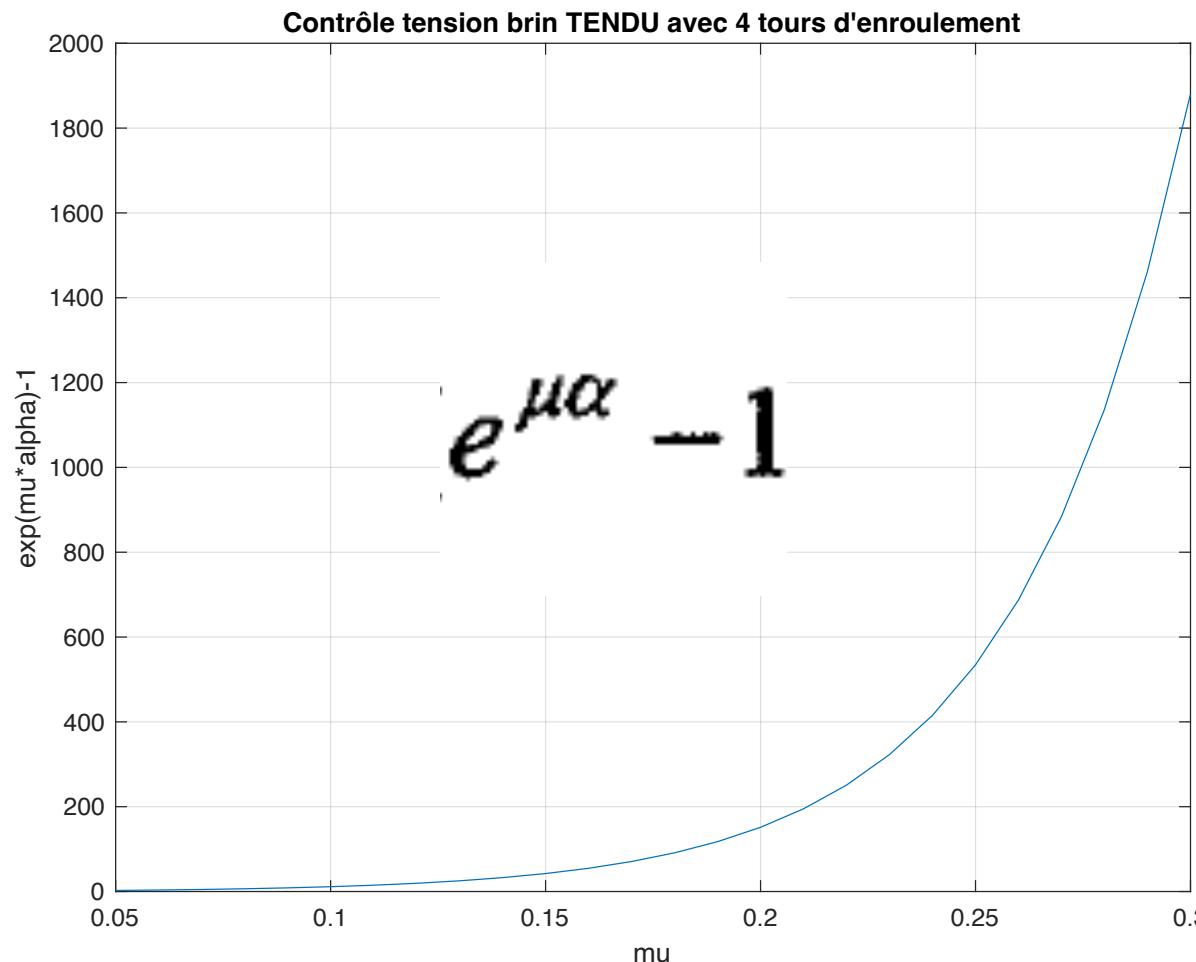
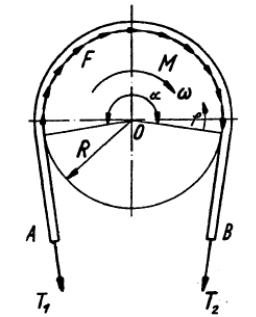
R : Rayon de la poulie



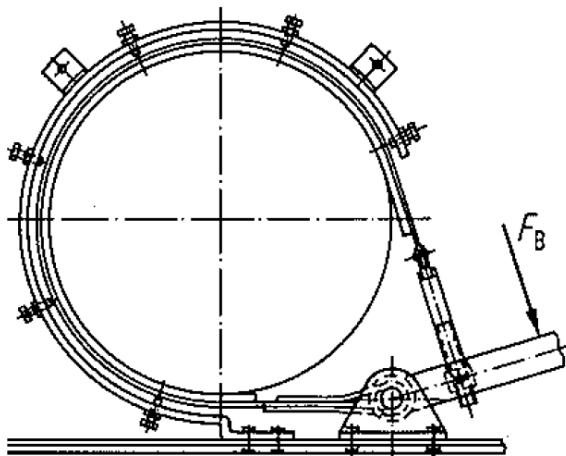
Nature de la courroie	Matière poulie	Coef. de frottement μ
Coton imprégné	Acier	0,2 ... 0,25
Soie	Acier	0,3
Polyester-Néoprène	Acier	0,5 ... 0,6

Exemple avec $\alpha = 4$ tours

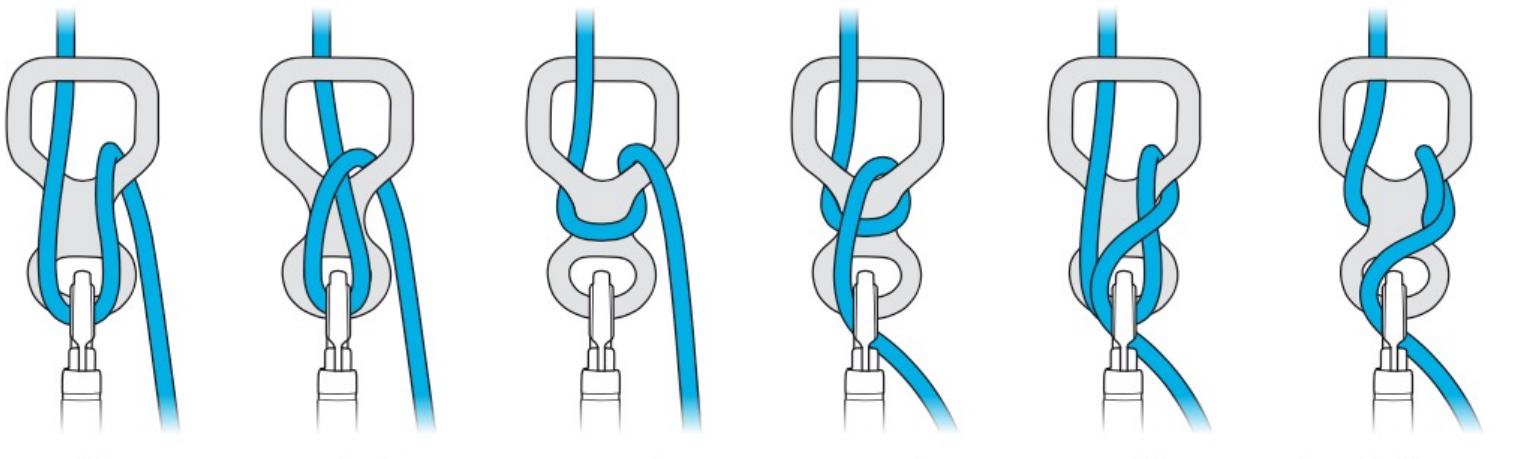
$$F = (T_1 - T_2) = T_2 (e^{\mu\alpha} - 1) = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$$



Exemples de freins



Frein à bande



Descendeur en huit (escalade)

Courroies

- Permet de varier la vitesse, le couple et le sens
- Sont utilisées pour des arbres distants

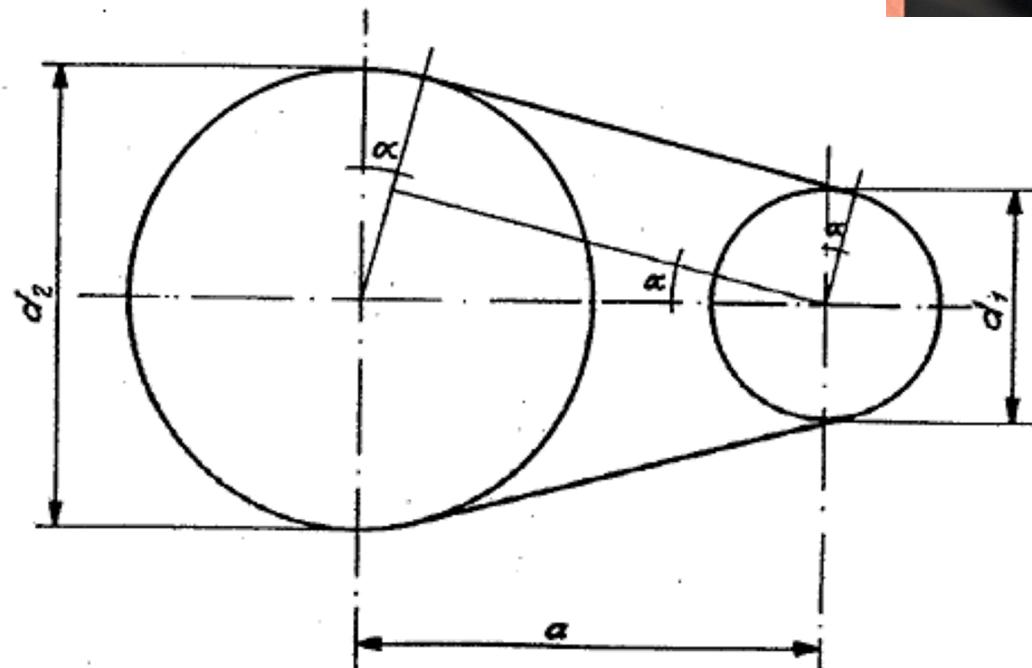
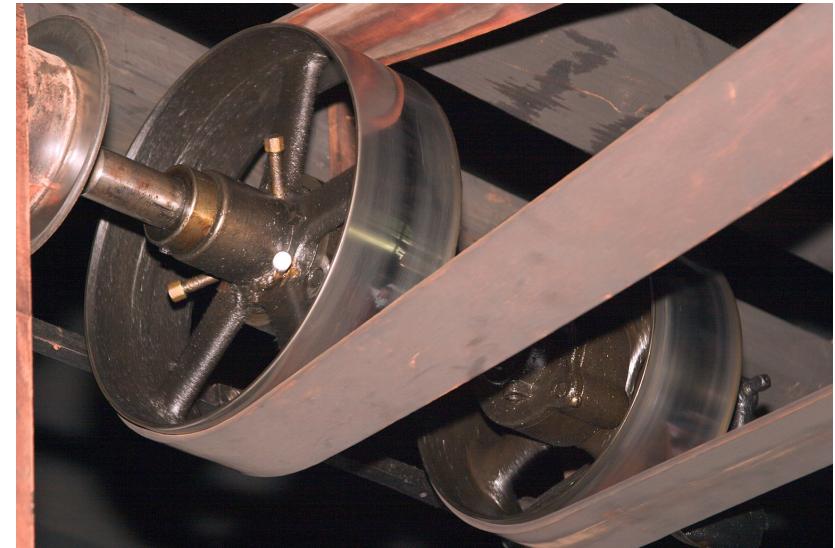
Types de courroies:

- Avec glissement (asynchrones)
 - Le couple transmissible limité par le glissement
 - Ex: Courroies plates, courroies trapézoïdales
- Sans glissements (synchrones)
 - Le couple transmissible limité par le cisaillement des dents ou la tension maximale dans la courroie
 - Ex: courroie dentée



Courroies plates

- Adaptées aux vitesses élevées
- Rapport de transmission $i = \frac{d_2}{d_1}$
- Rendement de la courroie seule
 $\approx 97\%$ (sans les pertes dans les paliers)



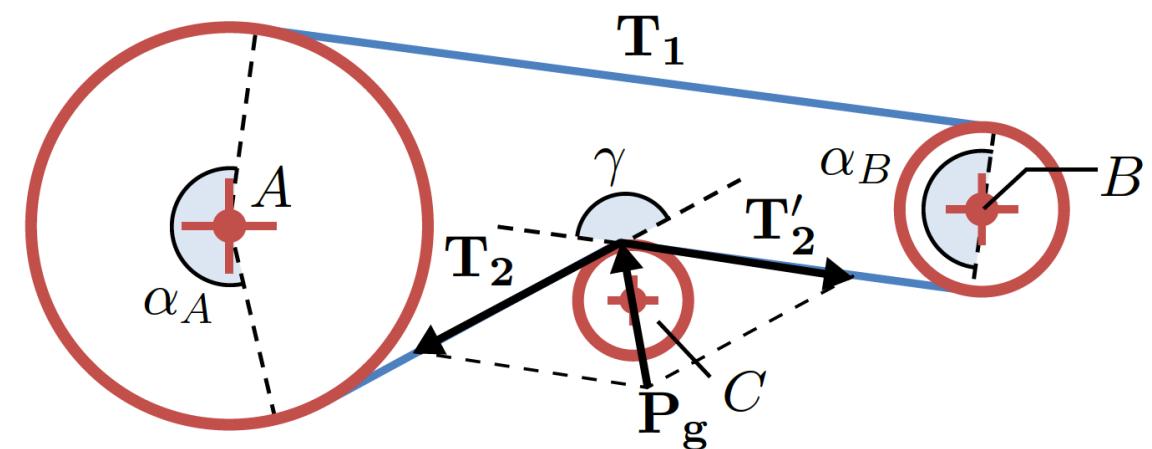
Couple transmissible

Force tangentielle transmissible maximale : $F = (T_1 - T_2) = T_2(e^{\mu\alpha} - 1) = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$

Couple transmissible: $M = FR$

Moyens pour augmenter le couple transmissible :

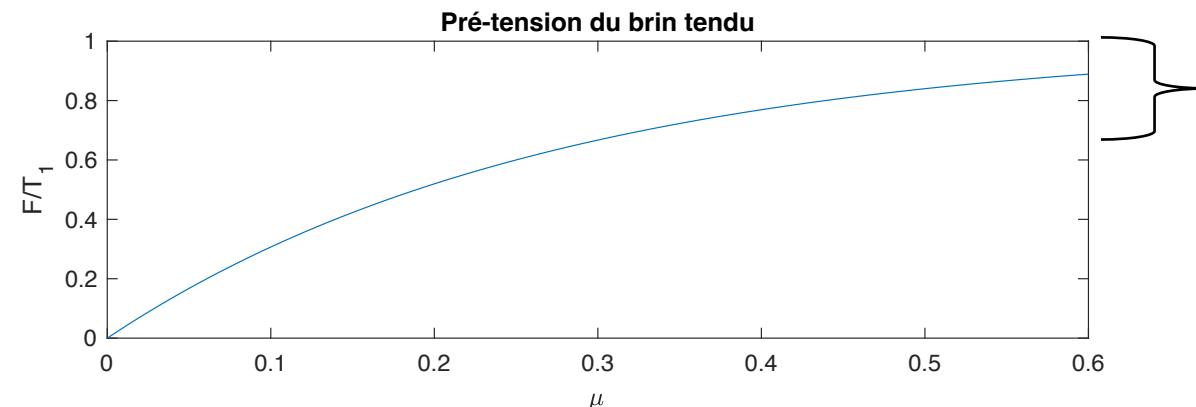
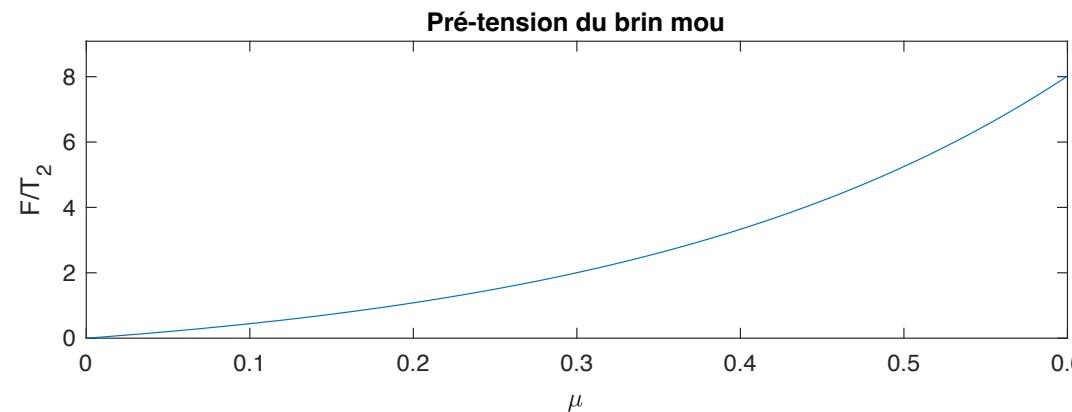
- Augmenter le coefficient de frottement μ
- Augmenter l'angle d'enroulement α
- Augmenter la tension T_2 du brin mou
- Augmenter le rayon R de la poulie



Couple transmissible: influence de μ et de la pré-tension

Force tangentielle transmissible maximale: $F = (T_1 - T_2) = T_2(e^{\mu\alpha} - 1) = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$

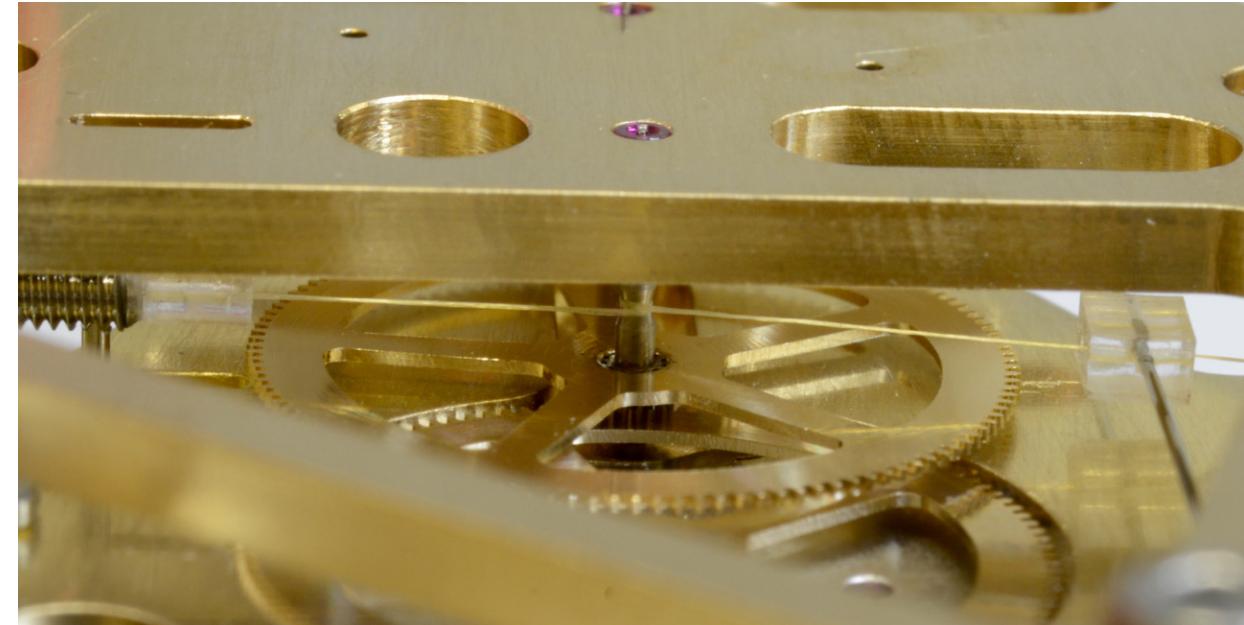
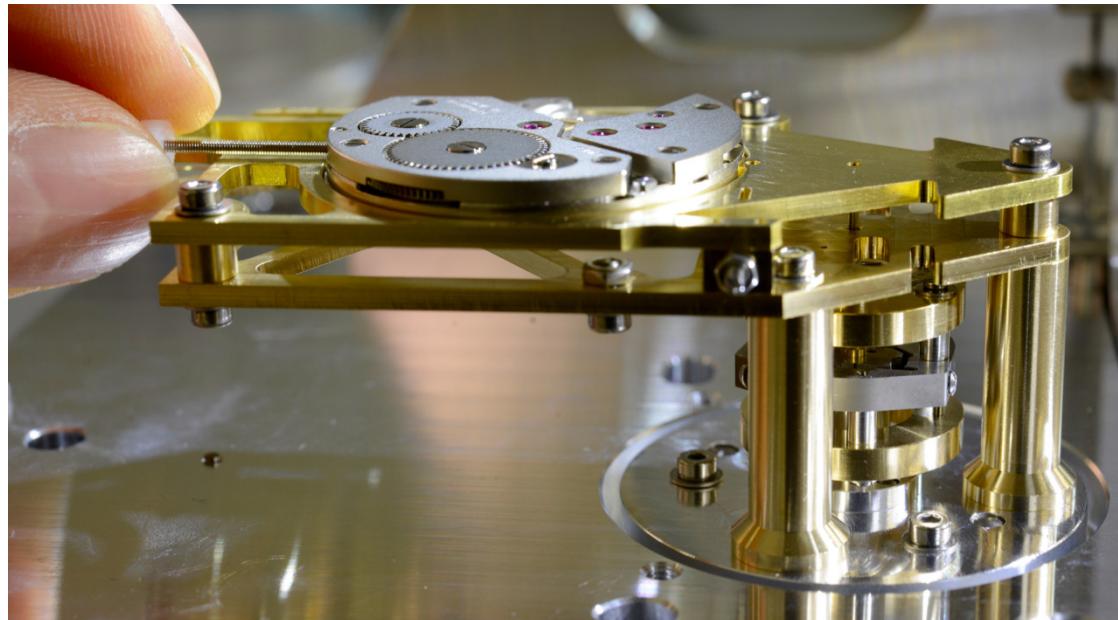
Force tangentielle transmissible en fonction de μ ($\alpha = 210^\circ$)



Comportement intéressant pour limiteur de couple

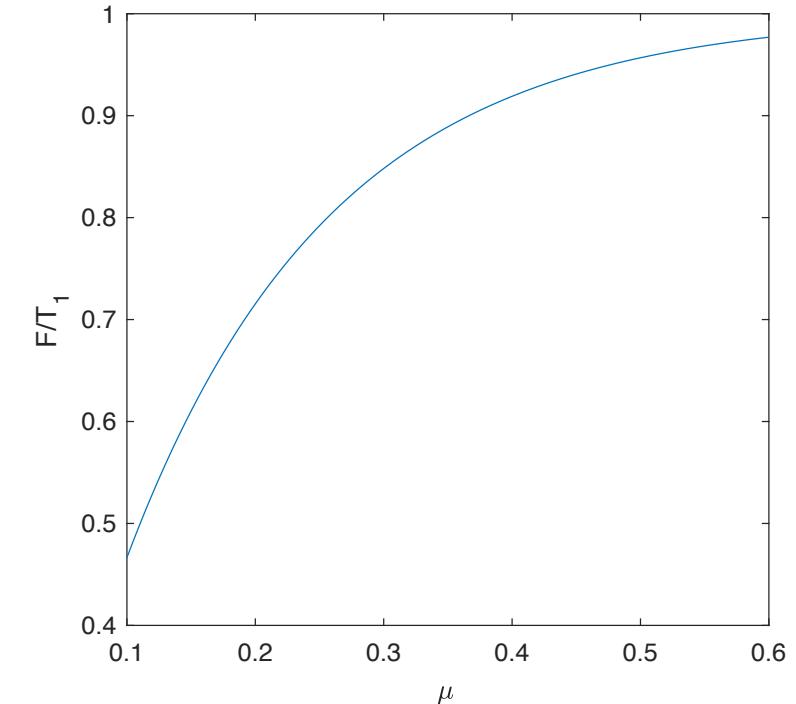
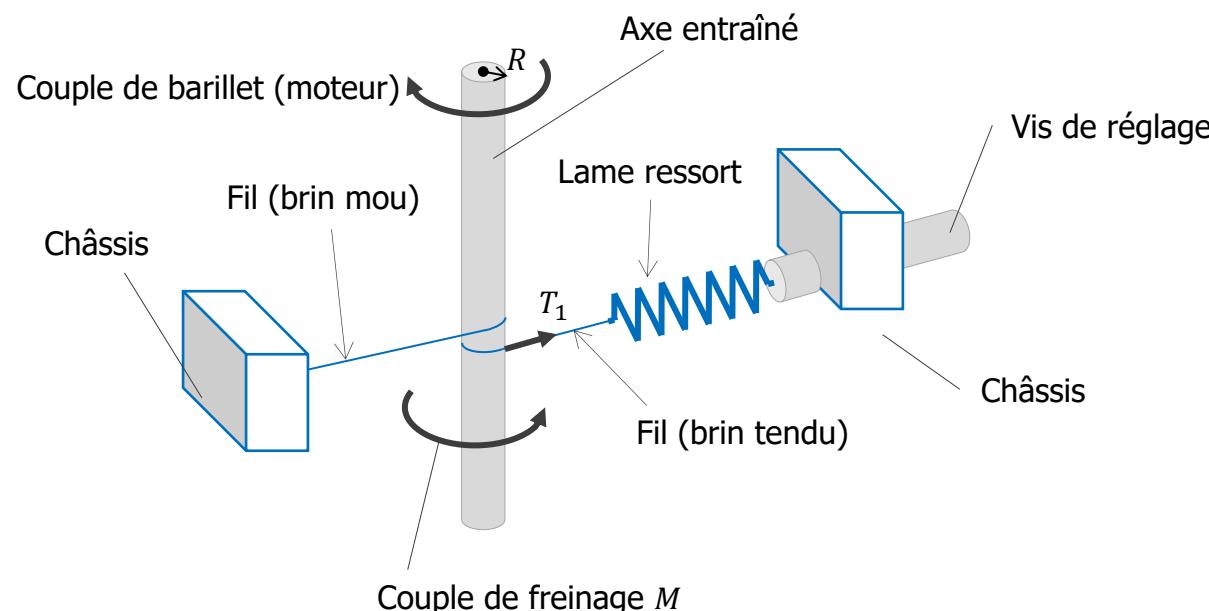
Nature de la courroie	Matière poulie	Coef. de frottement μ
Coton imprégné	Acier	0,2 ... 0,25
Soie	Acier	0,3
Polyester-Néoprène	Acier	0,5 ... 0,6

Exemple 1: Frein pour mobile horloger



Exemple 1: Frein pour mobile horloger

- Couple de freinage: $M = FR = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}} R$
- $\alpha = 2\pi$
- Le système permet de contrôler le couple de freinage à l'aide de la tension du brin tendu T_1
- Pour $\mu=0.5$, environ 1% de variation de couple pour 10% de variation du coefficient de frottement



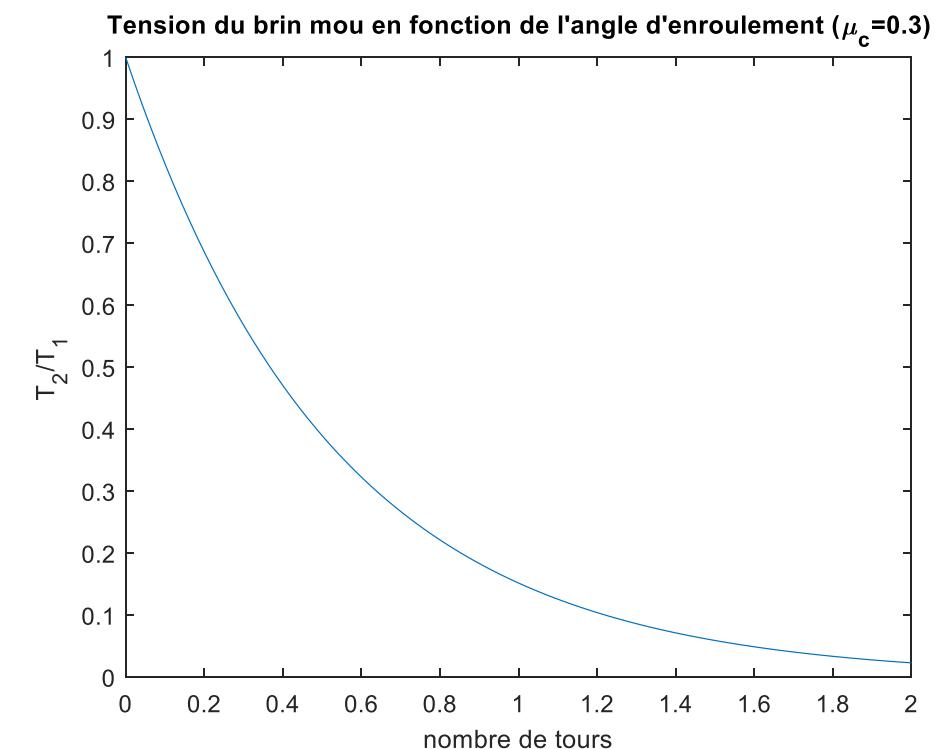
Exemple 2: Influence de l'angle α sur la tension du brin mou

A la limite du glissement: $F = (T_1 - T_2) = T_2(e^{\mu\alpha} - 1) = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$

Force dans le brin mou: $T_2 = \frac{T_1}{e^{\mu\alpha}}$



Hacksaw Ridge, 2016



Contrainte maximale admissible

- Contrainte en traction: $\sigma_{tr} = \frac{T_1}{s}$

- Contrainte en flexion: $\sigma_{fl} = \frac{E a}{2 r}$

- La contrainte totale $\sigma_{tot} = \sigma_{tr} + \sigma_{fl}$ doit être inférieure à la contrainte admissible σ_{adm}

a : Epaisseur de la courroie

b : Largeur de la courroie

$s = a \cdot b$: Section

E : Module de Young

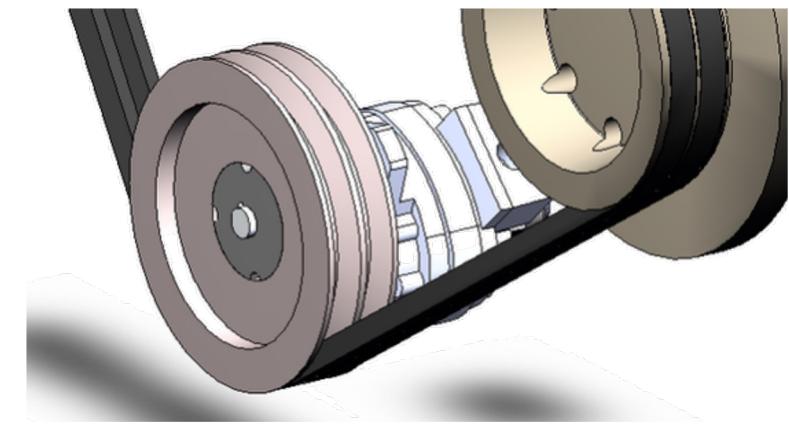
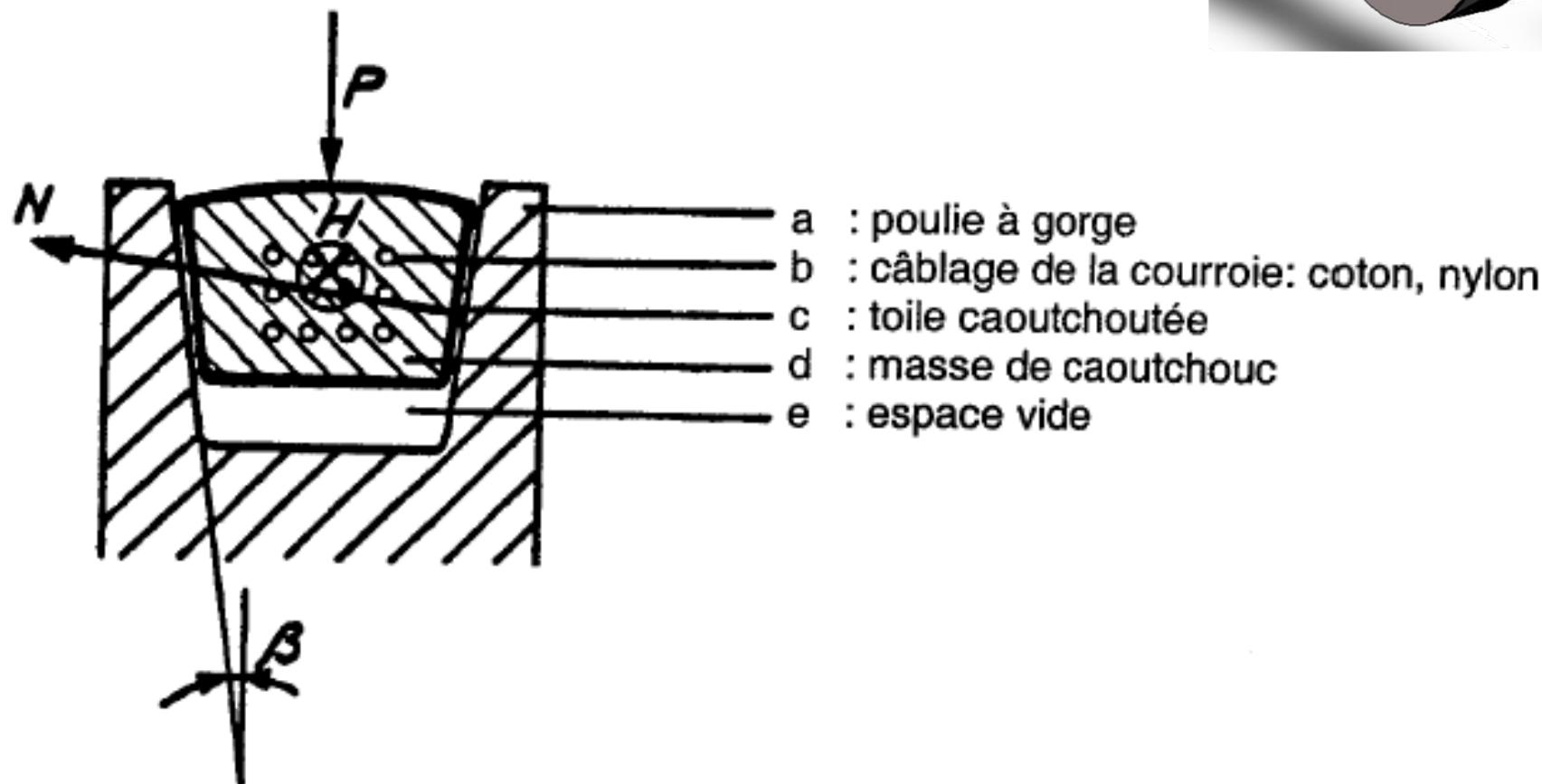
r : Rayon de courbure de la fibre neutre

Matière courroie	σ_{adm} (MN/m ²)
Coton imprégné	2
Soie	3.5
Polyester – Néoprène	10
Bande d'acier ressort	≈ 200

Si la flexion est alternée (galet tendeur), considérer une contrainte admissible divisée par deux.

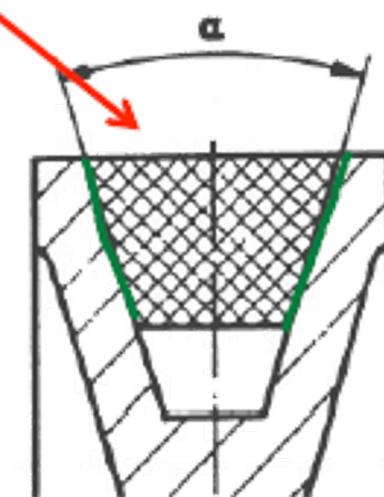
Courroies trapézoïdales

- Augmentation de la force de frottement par effet de coin
- Permet de diminuer la tension dans la courroie et donc également les charges et le frottement dans les paliers.



Courroies trapézoïdales

Position correcte

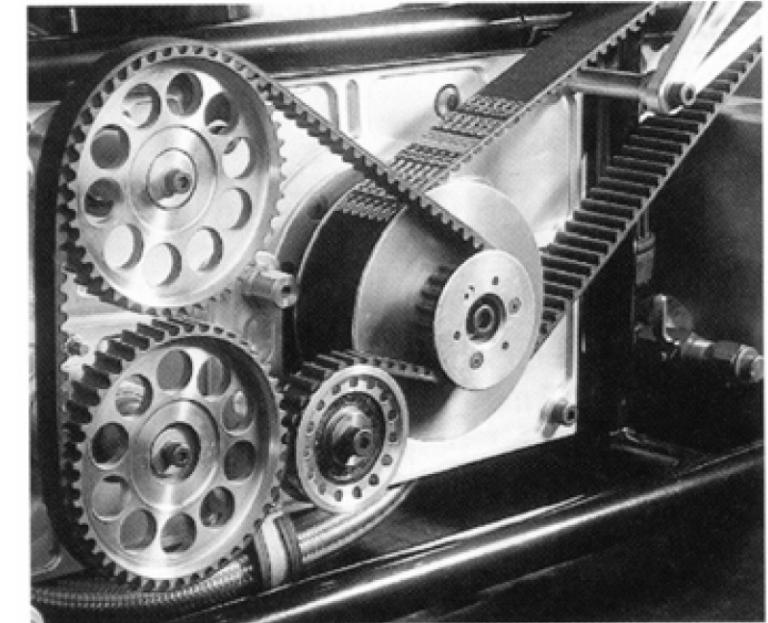


Courroie usée (perte de l'effet de coin)

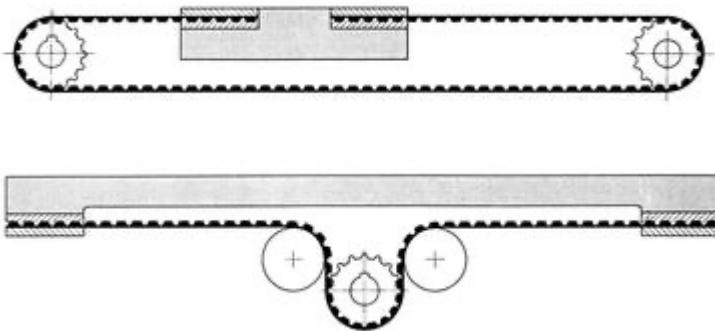


Courroies dentées (crantées)

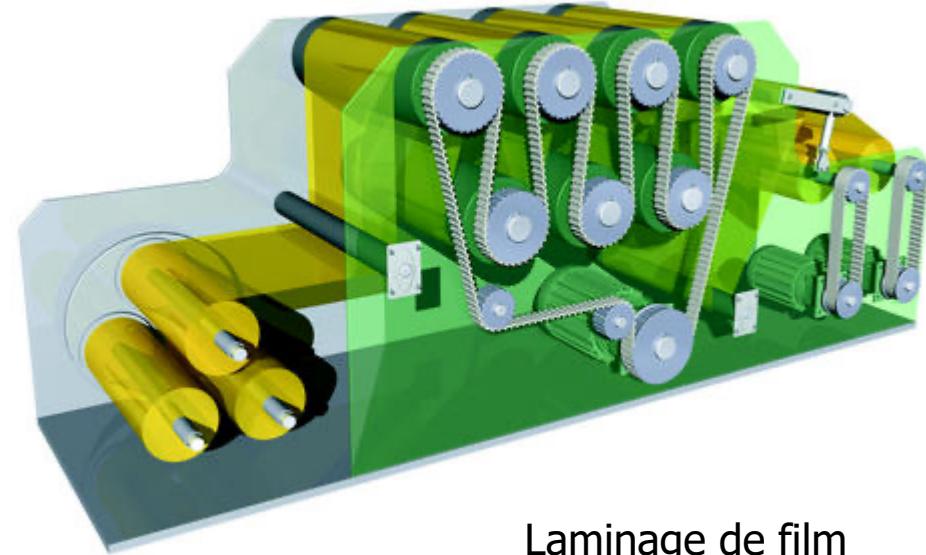
- Transmission synchrone (pas de glissement)
- Poulies avec denture fraisée
- 2 flasques de guidage sur la petite roue, ou une flasque par roue
- Rendement jusqu'à 99%
- Pré-tension inférieure aux courroies plates (moins de charge sur les paliers)
- Critères de dimensionnement dans [Clavel, 2010]



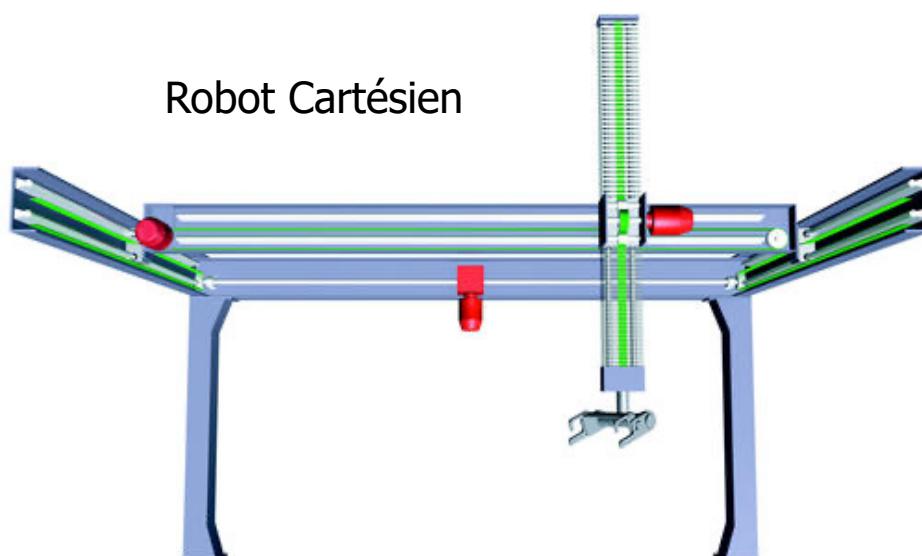
Courroies dentées : exemples d'application



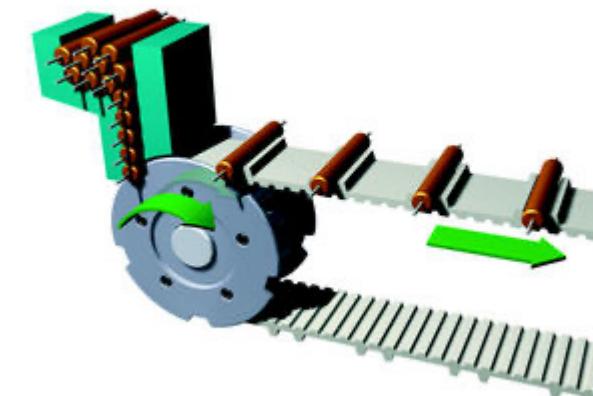
Entraînement linéaire



Laminage de film

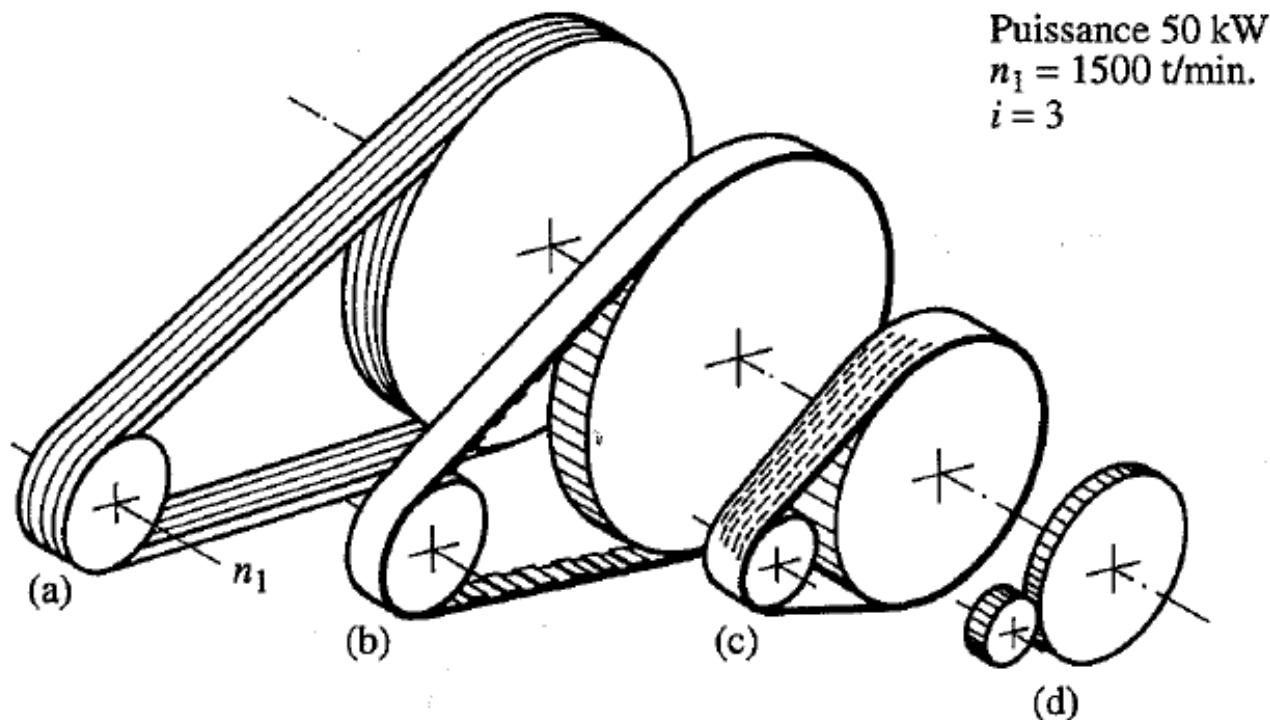


Robot Cartésien



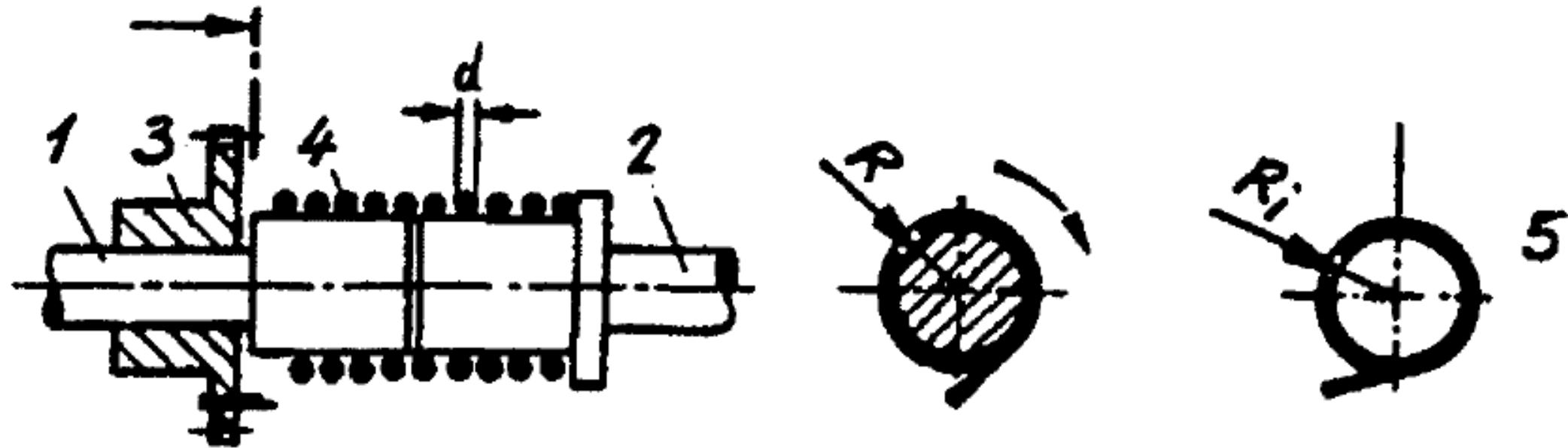
Convoyeur

Comparaison de l'encombrement



	Type de transmission	Diamètre des roues	Entraxe	Largeur
(a)	courroies trapézoïdales	190 x 570	810	101
(b)	courroie dentée	198 x 594	588	63
(c)	chaîne (Westinghouse)	138 x 412	297	76
(d)	engrenage	90 x 270	180	26

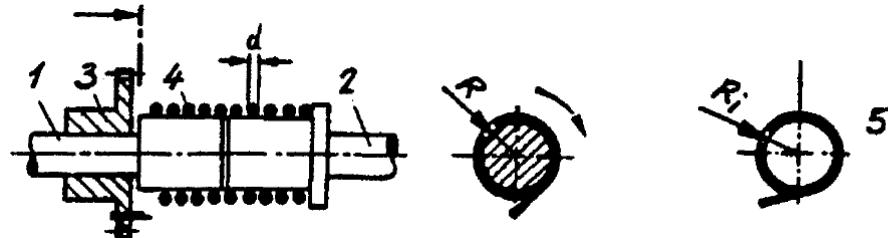
Embrayages à ressort



- (1) arbre menant
- (2) arbre mené
- (3) roue de commande
- (4) ressort monté ($\varnothing_{moyen} : D$)
- (5) ressort non monté ($\varnothing_{moyen} : D_i$)
(ressort enroulé à gauche
dans cette représentation).

Embrayage à ressort utilisé comme embrayage

Couple transmissible par friction dans le sens qui serre les spires contre le tambour (dans l'hypothèse où le fil ne casse pas en traction):



$$C = \frac{D^2 - D_i^2}{D D_i^2} EI (e^{\mu \alpha} - 1)$$

α : angle (en rd) d'enroulement de la partie active du ressort sur le tambour

D : diamètre moyen du ressort monté

D_i : diamètre moyen du ressort détendu

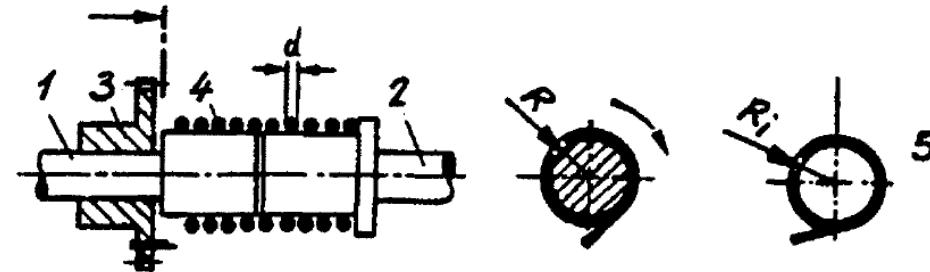
E : module d'élasticité du fil : $2,1 \cdot 10^{11}$ N/m² pour acier

I : moment d'inertie du fil

$$\text{Fil rond de diamètre } d : \quad I = \frac{\pi d^4}{64} \quad \text{Fil rectangulaire } b \times h : \quad I = \frac{b h^3}{12}$$

Embrayage à ressort utilisé comme limiteur de couple

Couple transmissible par friction dans le sens qui desserre les spires du tambour:



$$C = \frac{D^2 - D_i^2}{D D_i^2} EI \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$$

α : angle (en rd) d'enroulement de la partie active du ressort sur le tambour

D : diamètre moyen du ressort monté

D_i : diamètre moyen du ressort détendu

E : module d'élasticité du fil : $2,1 \cdot 10^{11}$ N/m² pour acier

I : moment d'inertie du fil

Embrayage à ressort utilisé comme limiteur de couple

Faible sensibilité aux variations du coefficient de frottement μ

$$C = \frac{D^2 - D_i^2}{DD_i^2} EI \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$$

Exemple numérique:

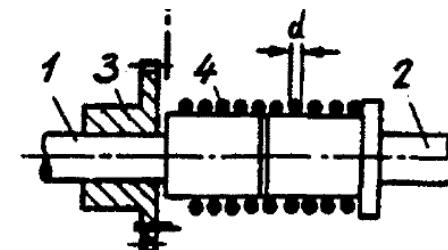
Limiteur de couple à 4 spires utiles :

Nombre de spires en travail : 4 $\Rightarrow \alpha = 8\pi$

μ varie de 0,1 à 0,5 :

- $\mu = 0,1 : \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}} = 0,919$

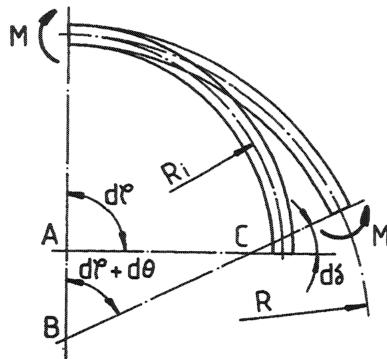
- $\mu = 0,5 : \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}} \approx 1$ identique si $\mu \rightarrow \infty$



On voit donc que lorsque μ varie de 0,1 à l'infini, le couple transmis varie de moins 10%.

Embrayage à ressort : contrôle de la résistance du fil

Moment de flexion dans le fil



$$M = \frac{R - R_i}{R R_i} EI = 2 \frac{D - D_i}{D D_i} EI$$

Avec E : module d'élasticité du matériau du fil ;
I : moment d'inertie de la section du fil.

Contrainte en flexion pour

Fil de section circulaire
de diamètre d:

$$\sigma = \frac{dM}{2I}$$

Fil de section rectangulaire
de hauteur h:

$$\sigma = \frac{hM}{2I}$$

Contrainte en traction dans le fil

Fil de section circulaire de diamètre

$$\sigma = \frac{2C}{D} \cdot \frac{1}{bh}$$

Fil de section rectangulaire

$$\sigma = \frac{2C}{D} \cdot \frac{4}{\pi d^2}$$

La contrainte maximum admissible dans le ressort

Fil rond	
\varnothing (mm)	σ_{adm} (MN/m ²)
0 ... 0,8	600
0,8 ... 3	500

Embrayage

0 ... 0,8	600
0,8 ... 3	500

Limiteur de Couple

0 ... 0,8	1000
0,8 ... 3	800

Fil rectangulaire

Fil rectangulaire	
b ou h (mm)	σ_{adm} (MN/m ²)
0 ... 0,8	500
0,8 ... 3	400

Embrayage

0 ... 0,8	500
0,8 ... 3	400

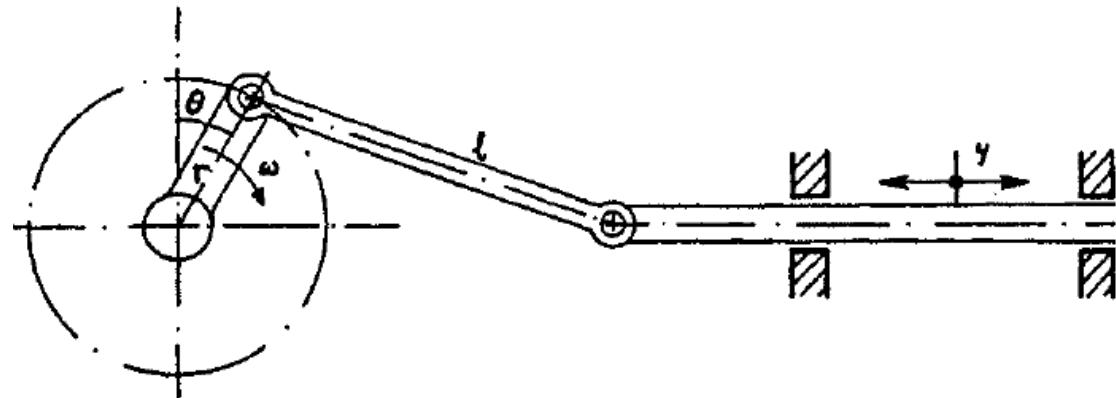
Limiteur de Couple

0 ... 0,8	800
0,8 ... 3	600

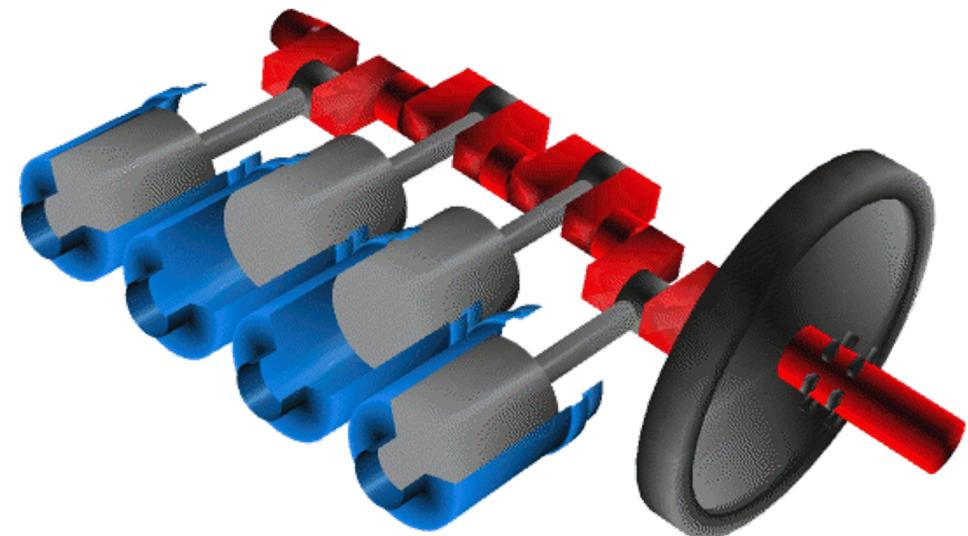
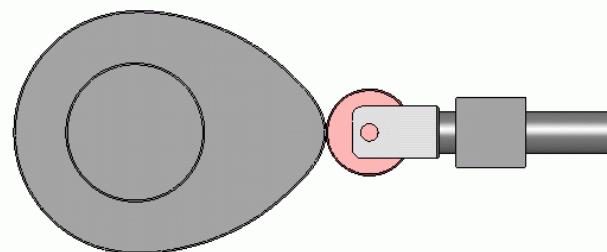
PARTIE IV : Transformation de mouvement

a) Mouvement de translation \leftrightarrow mouvement de rotation

Mécanisme Bielle-manivelle



Came



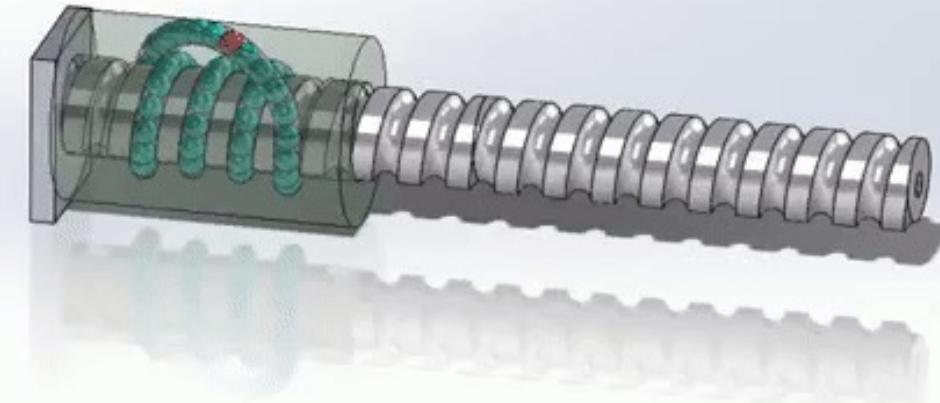
Transformation de mouvement

a) Mouvement de translation \leftrightarrow mouvement de rotation

Système pignon-crémaillère



Vis de mouvement

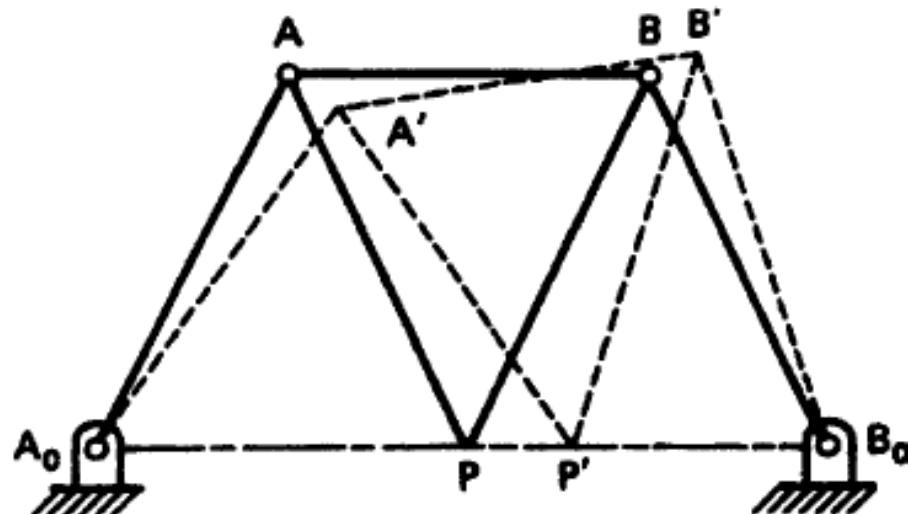


<https://www.youtube.com/watch?v=zjXnv5Uzarw>

Transformation de mouvement

a) Mouvement de translation \leftrightarrow mouvement de rotation

Mécanismes à développement rectiligne

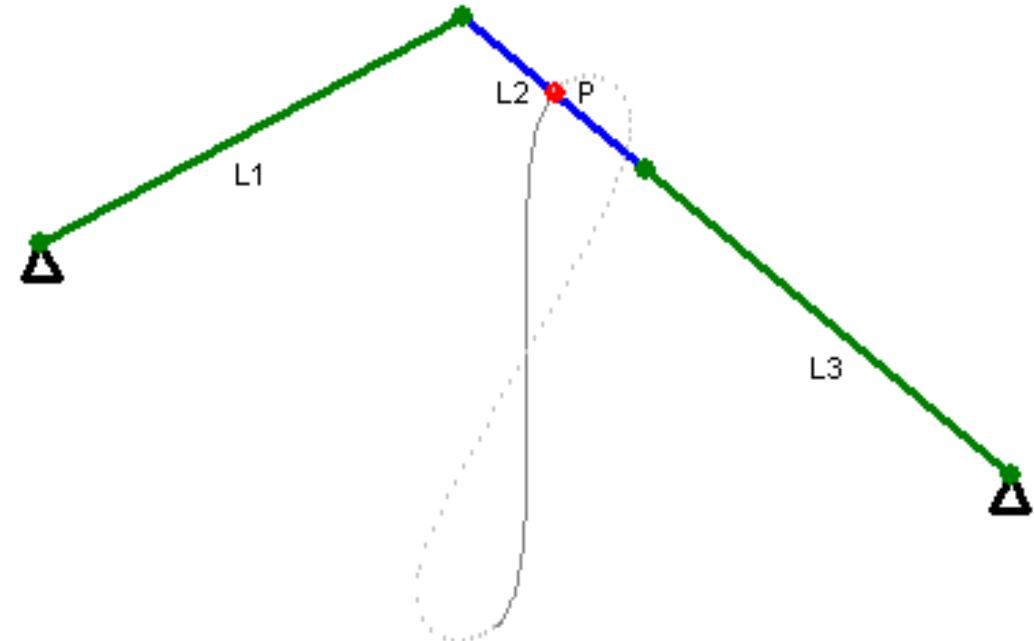


Mécanisme de Robert.

$$A_0A = AP = PB = BB_0, \\ A_0B_0 = 2AB$$

la trajectoire est approximativement droite

By Van helsing,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2691372>

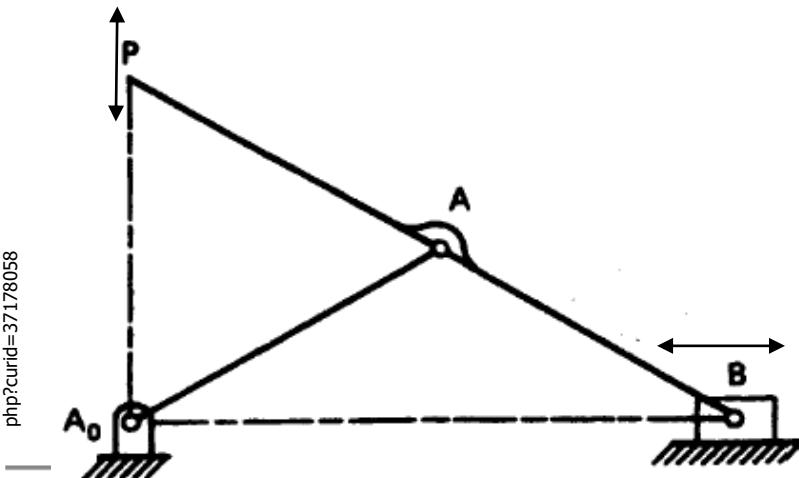


Mécanisme de Watt

Transformation de mouvement

b) Changement d'axe de mouvement

By MichaelFrey
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=37178058>

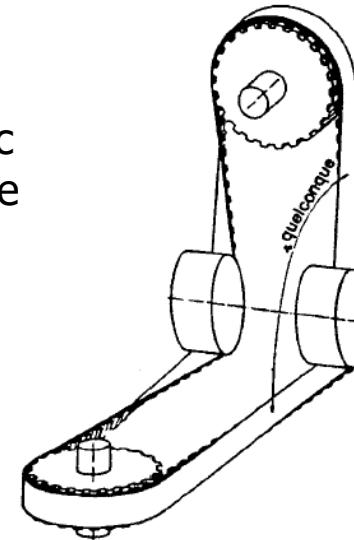


Mécanisme de Scott-Russell.

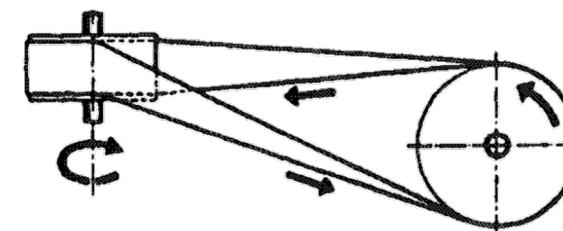
$$A_0A = AB = AP$$

le mouvement de P est parfaitement rectiligne

Courroie avec
renvoi d'angle



Courroie semi-croisée

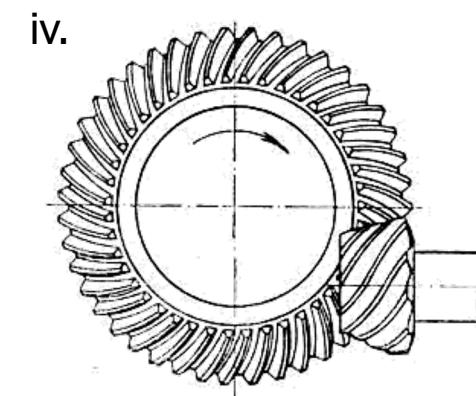
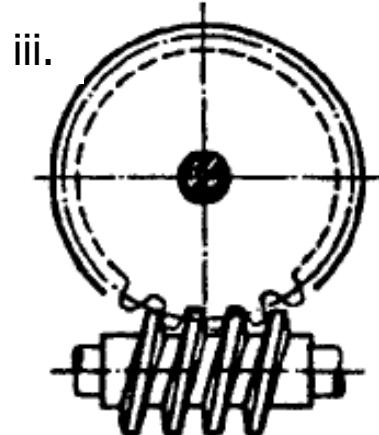
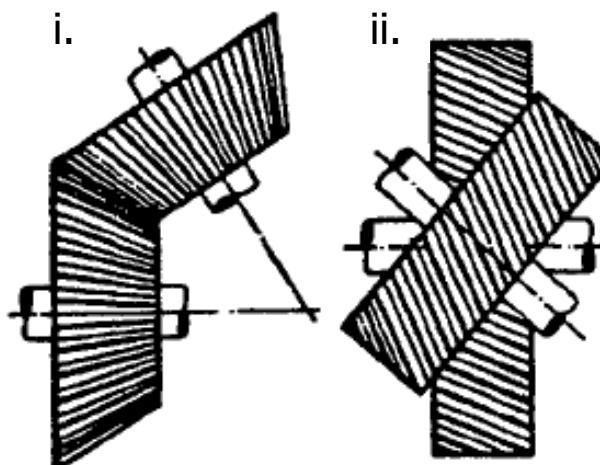


Transformation de mouvement

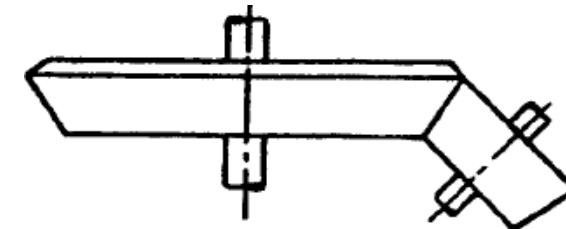
b) Changement d'axe de mouvement

Engrenage

- i. Conique
- ii. Cylindrique gauche à denture hélicoïdale
- iii. À roue et vis sans fin
- iv. Hypoïde



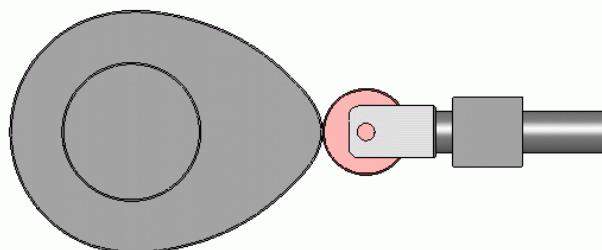
Transmission conique par friction



Transformation de mouvement

c) Mouvement continu \leftrightarrow mouvement intermittent

Came



Croix de Malte

