Commande non linéaire

STI - Master

Série VII

Dr. Ph. Müllhaupt

Exercice VII.1

Soit le système en représentation d'état

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= (x_3 - x_1)^3 + \cos(x_1 + x_3)u \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= (x_1 - x_3)^3
\end{aligned}$$

1. Linéariser entrée-sortie le système en choisissant la sortie $y = x_1$.
2. Vérifier si le schéma est stable (utiliser la théorie de Lyapunov, et, éventuellement, la dynamique des zéros).
3. Est-ce que le schéma est stable de manière globale ?

Exercice VII.2

Soit les fonctions de transfert

$$G_1(s) = \frac{s+1}{s^2 - 2s + 1} \qquad G_2(s) = \frac{s-2}{s^2 - 2s + 1}$$

1. Construire des représentations d'état.
2. Utiliser la méthodologie de la linéarisation entrée-sortie pour contrôler les deux systèmes.
3. Est-ce que cela conduit à des schémas de commande stable ?

Exercice VII.3

Pour le problème VII.1, calculer les conditions de linéarisation exacte :

1. Involutivité de la famille de champs de vecteurs
$$\{\, g\,, \quad \mathrm{ad}_f g\,, \quad \mathrm{ad}_f^2 g \,\}.$$
2. Plein rang de la matrice
$$\left[\; g \quad \mathrm{ad}_f g \quad \mathrm{ad}_f^2 g \quad \mathrm{ad}_f^3 g \;\right].$$

Construire la sortie linéarisante et le bouclage stabilisant complet. Est-ce que le schéma assure la stabilité globale ?

Exercice VII.4

On considère la cinématique commandée de la roue qui roule sans glisser dans le plan. Les équations cinématiques sont

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u\cos\theta \\ \dot{y} &= u\sin\theta \\ \dot{\theta} &= v \end{aligned}$$

avec x et y qui désignent la position dans le plan et θ l'angle de la roue. Les entrées sont la vitesse tangentielle u et la vitesse angulaire v.

1. Déterminer les champs de vecteurs associés aux entrées u et v, autrement dit mettre la cinématique sous la forme
$$\dot{x} = g_1(x)u + g_2(x)v$$
où x désigne cette fois l'état du système.
2. Déterminer si la famille $\{g_1, g_2\}$ est involutive.
3. Déterminer une 1-forme ω qui annule la distribution $\{g_1, g_2\}$ (un co-champ perpendiculaire aux deux champs de vecteurs g_1 et g_2 en tout point de l'espace d'état).
4. Calculer $d\omega$ et $d\omega \wedge \omega$.
5. Que signifie la forme ω au niveau physique ? Déduire qu'il n'est pas possible de réduire les coordonnées x, y et θ pour obtenir que deux coordonnées généralisées.
