

Exercice 0.1

1. Soit

$$\dot{x} = -3x$$

Déterminer un intervalle pour la condition initiale x_0 , c.-à-d. un $r > 0$, de telle sorte que

$$|x_0| < r$$

implique

$$|x(t)| < 5 \quad \forall t > 0$$

2. Même question pour

$$\ddot{x} = -2\dot{x} - x$$

à savoir, déterminer $r > 0$, de telle sorte que

$$\|x_0\| < r$$

implique

$$\|\mathcal{X}(x_0, t)\| < 5 \quad \forall t > 0$$

où $\mathcal{X}(x_0, t)$ désigne la solution $x(t)$. Cette notation est utilisée d'une part pour insister sur la dépendance de la condition initiale x_0 , et, d'autre part, pour ne pas confondre la solution avec le vecteur d'état x .

Exercice 0.2

Soit le système

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 16 & -4 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} u$$

1. On considère la sortie $y = x_1$. Dérivée la sortie y jusqu'à ce que l'entrée u apparaisse. Est-ce qu'il est possible de stabiliser la sortie en utilisant l'entrée une fois que celle-ci est apparue ?
2. Même question avec la sortie $y = -5x_1 + 2x_2$.
3. Selon vous, quel est l'avantage de la deuxième sortie par rapport à la première ?