Turbulence

Tobias M. Schneider

Pierre Beck (TA)
Jean-Clement Ringenbach (TA)
Savya Deshmukh (TA)

09.05.2025

Vattenfall, Denmark

Plan for today

1. **Intermittency corrections / Intro Models (10h15-12h00)**

2. **Chaos Theory – Episode 2 (13h15-15h00) (Omid Ashtari)**

Ch. 8: Intermittency

Aim of this chapter: Demonstrate that K41 theory may need corrections

Observation: Energy specturm

Slope = -5/3
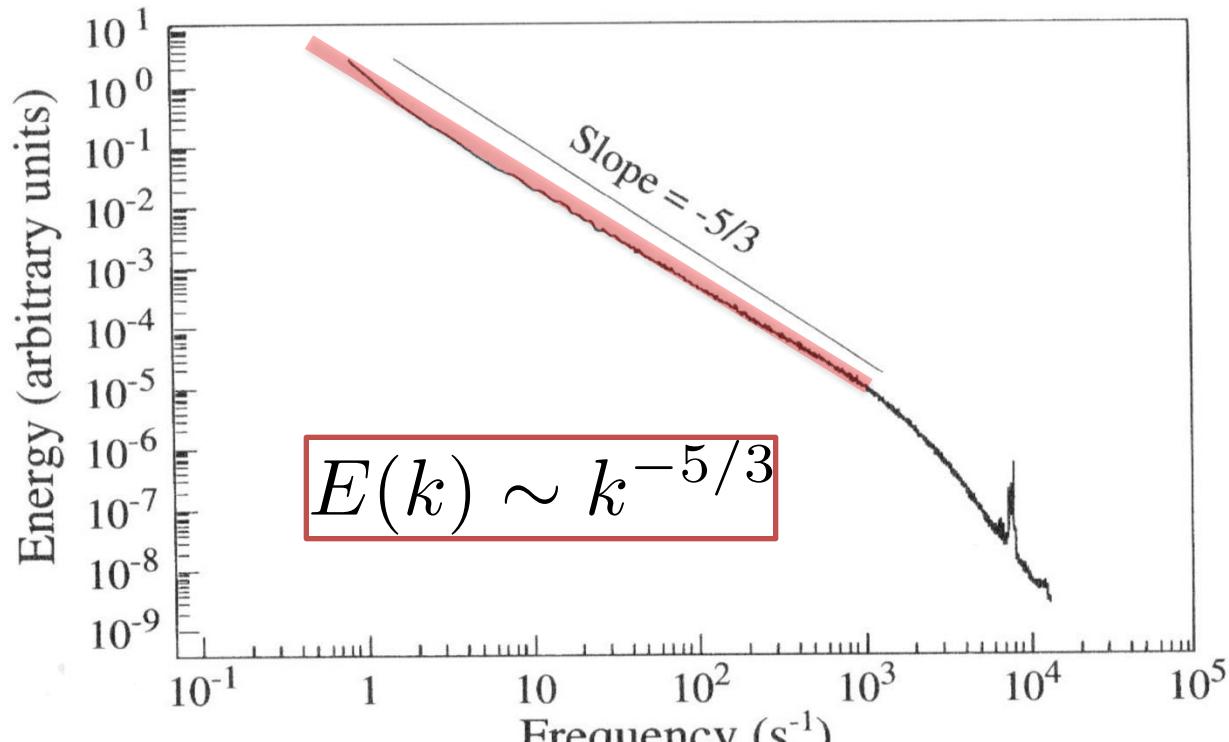
$$E(k) \sim k^{-5/3}$$

Or wavenumber k (Taylor frozen flow)

ONERA S1 windtunnel

- K41 theory described data very well
- But: small deviations from -5/3 scaling?

Intermittent turbulent signal

Question: Is the signal scale invariant (self-similar) – c.f. hypothesis 2

Turbulent jet

(or space via Taylor frozen flow)

High-frequency part

Active regions
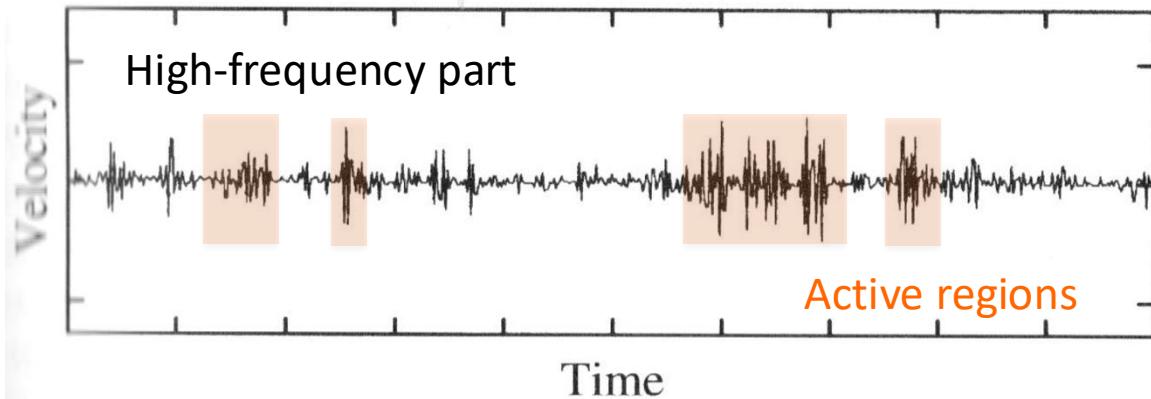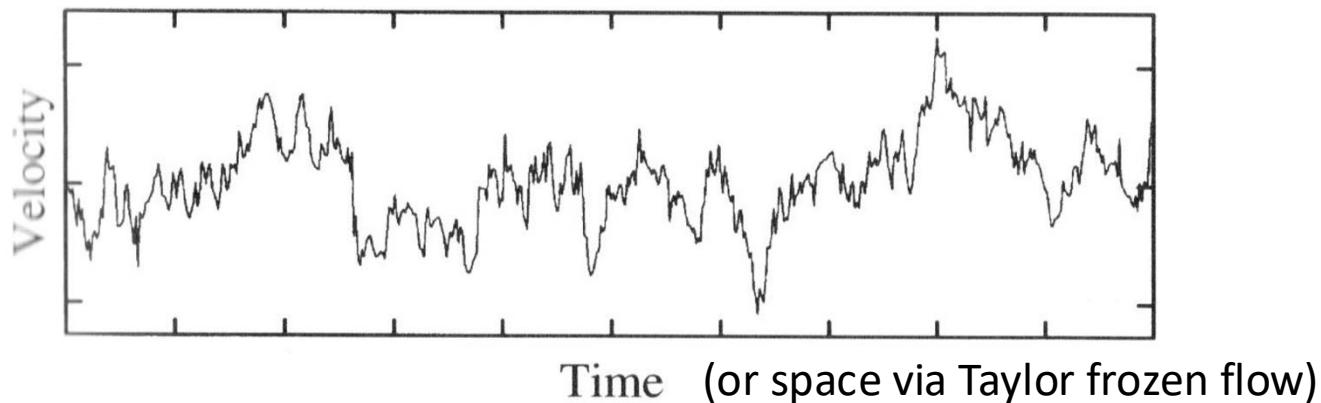
Intermittent: Activity only during a fraction of time

➡ Not self-similar (violates H2)

Here: Dissipation-range intermittency

High-order structure functions
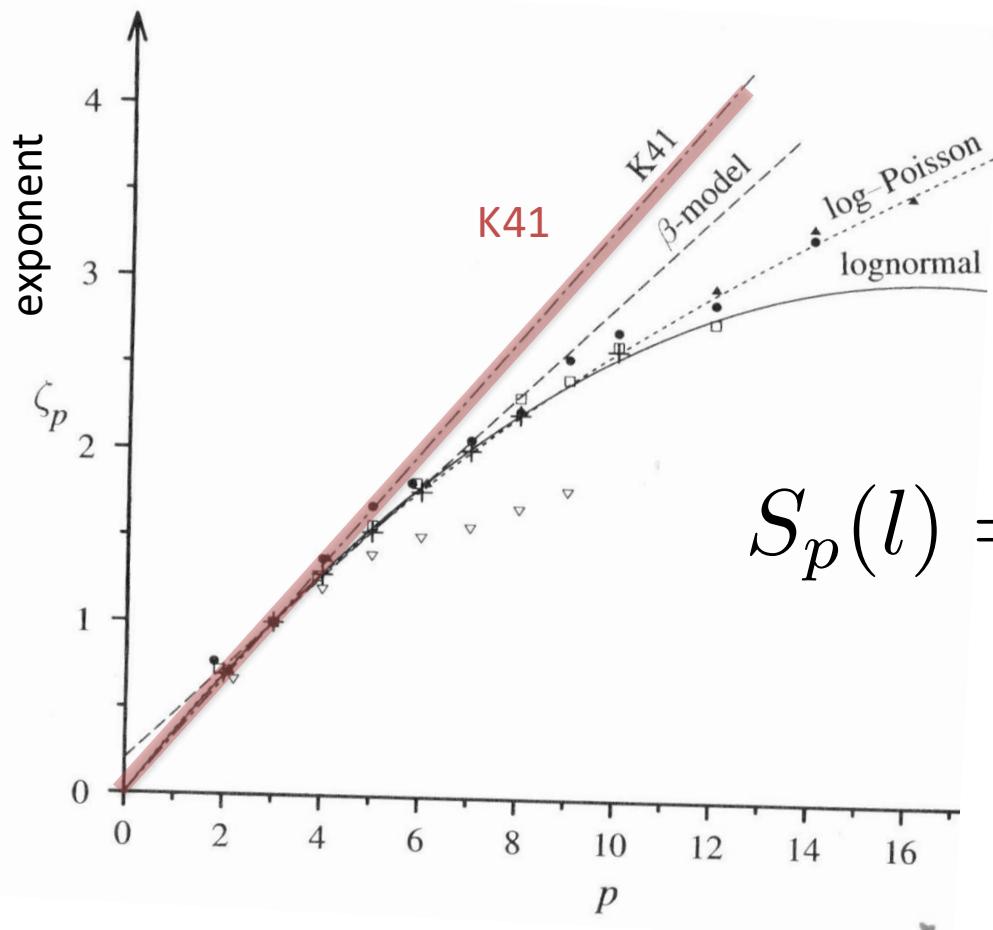
$$S_p(l) = \langle (\delta v_{||}(l))^p \rangle \propto l^{\zeta_p}$$

Likely that there are *intermittency corrections* to K41 in the inertial range

Intermittency models – Beta-model

Richardson cascade - cartoon

K41

Beta model

Flux of energy

$$l = r^n l_0$$

$$p_l = \beta^n$$

'active' part
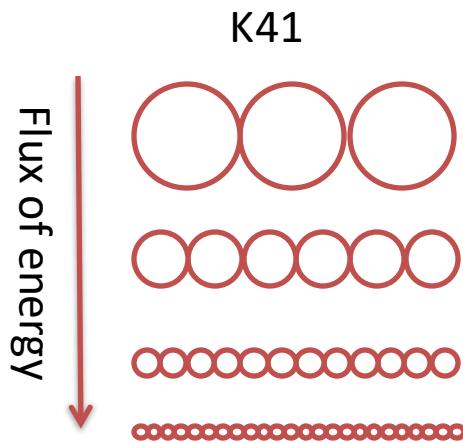
Space-filling eddy generations
Scale invariant
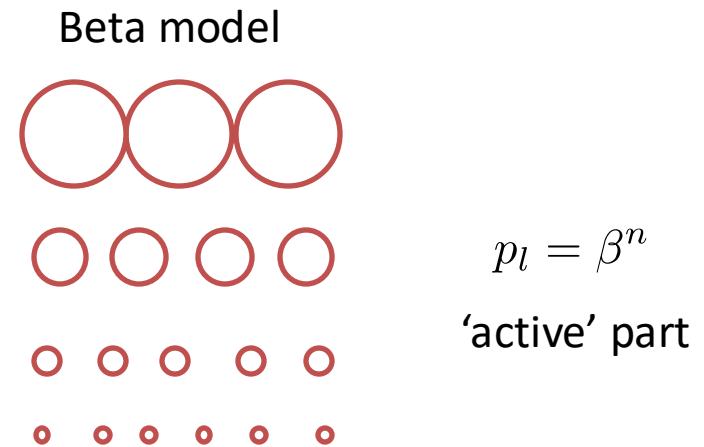
Not space-filling

$$\zeta_p = \frac{p}{3}$$

$$\zeta_p = \frac{p}{3} + (3 - D)(1 - \frac{p}{3}) \; ; \quad 3 - D = \frac{ln\beta}{lnr}$$

Summary turbulence theory

3 hypotheses
H1: restored symmetries
H2: self-similar scaling
H3: finite dissipation

Navier-Stokes equations

Energy transport

Statistics

E(k) <-> correlations

K41 theory, including spectrum

$$E(k) \sim \epsilon^{2/3} \, k^{-5/3}$$

Physical picture
   - Richardson cascade
   - characteristic scales
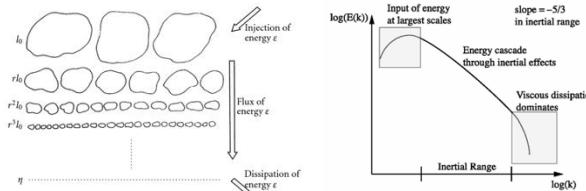
Violation of H2 → Intermittency corrections to K41 theory

Fundamental open questions about turbulence

Feynman: *"Turbulence is the most important unsolved Problem of classical physics"*

P. Delache, 1977 (observing turbulence research)

- Intermittency corrections to K41

- Universality of the decay
- Transition to turbulence
- Smoothness of Navier-Stokes solutions
- …..

Exciting fundamental questions about the nature of turbulence remain

➔ One approach: Dynamical Systems Theory
   (tbc today 13h00 – 15h00)

Extrait du "Guide de l'Alpiniste Turbulent"

Ascensions du Pic de NAVIER-STOKES

Le Pic de NAVIER-STOKES est à coup sûr le sommet le plus difficile à atteindre, mais l'un des plus beaux.

La fière devise des élèves de l'Ecole des Hautes Montagnes en Friches: "QUO NON ASCENDAM" doit guider l'ardeur de tous ceux qui s'attaquent à ce Massif.

Sur le croquis ci-contre, et suivant l'usage, les altitudes sont exprimées en Reynolds.

$R_e = \infty$
$R_e = 10^8$
$R_e = 400$
$R_e = 1$

torrent intermittent

zone fractale

voie du groupe de renormalisation

cascades

voie expérimentale

face de la fermeture

directissime mathématique

Cliché, mise en page, et traduction des notes originales par

rocher-école de la simulation numérique

Quatre voies sont actuellement identifiées:

La face de la fermeture: paroi glacée, pente raide mais constante, de 166 % (=5/3). Le sommet est en vue directe tout au long du chemin.
La directissime mathématique: escalade artificielle, mais la voie est sûre, et pitonnée dans toute sa partie explorée.
La voie du groupe de renormalisation: à condition de n'emprunter que les gros tourbillons, on arrive au sommet. Les petits tourbillons n'ont pas été approchés avec succès: pour certains, cette voie s'apparente à du "rocher pourri" demandant une extrême délicatesse.
La voie expérimentale: considérée par certains comme la voie normale, elle est semée d'embûches, et l'on n'a pas encore réussi à l'ouvrir jusqu'au sommet. Enfin, il *existe un rocher-école,* dit de la simulation numérique, tout semblable au Pic de NAVIER-STOKES - Des prises artificielles ont été ménagées sur ce rocher peu élevé, suivant un maillage régulier.

Ch. 9 – Simulation and Models

Engineering problems involving turbulence - examples
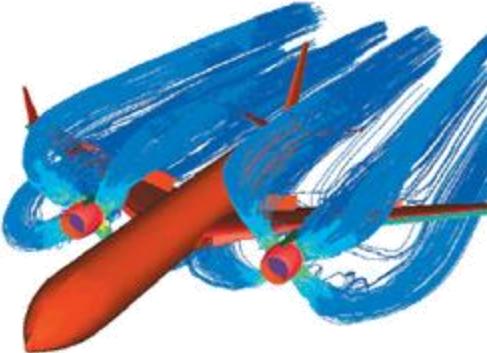
Typical tasks
- determine forces (drag, lift,…)
- design geometries optimizing forces
- …

Features of the flow:
- high Reynolds number
- complex geometries
-…

Tools
- experiments (full-size / models)
- computer simulation CFD – *Computational Fluid Dynamics*

Question: How to simulate the flow?

The plan for the last classes

9.1 Introduction and motivation – Why models?

9.2 RANS Concepts
   Reynolds decomposition and equations
        - closure problem
   eddy viscosity models
        - mixing length
        - k-ε model
        - Reynolds stress models

9.3 LES (very short)

Logistics for the remaining weeks

Reminder: Project deadline May 30 17h00 sharp

May 16th: No class but only Q&A (only 10h00 – 12h00)
- Project
- Remaining exercise sheets (and solutions)

May 23rd: RANS & LES – last class of the semester (!!!)

Week of May 26th: if possible, one extra Q&A session (tbc)