

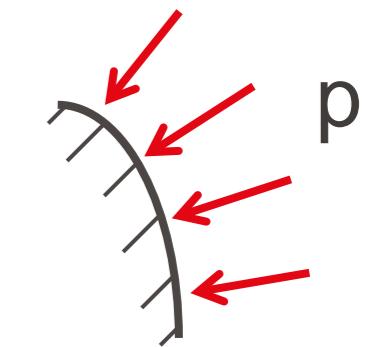
Symétrie & Conditions aux limites

**Modélisation et simulation
par éléments finis**

Chargements et CL #1 : chargements surfaciques

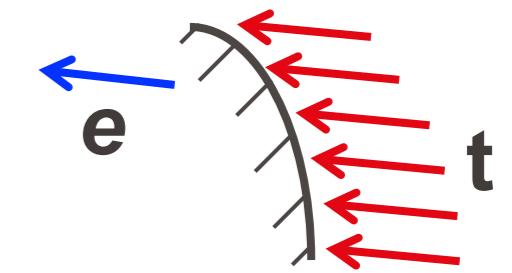
■ Pression :

- Unité : force/surface ($[N/m^2]=[Pa]$, $[N/mm^2]=[MPa]...$)
- Toujours NORMALE à la surface.
- Positive vers l'intérieur
- Distribution non-uniforme (“analytical field”) possible.

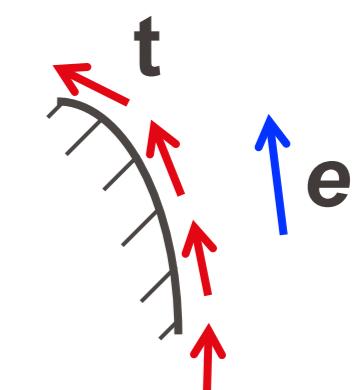


■ Traction surfacique :

- Unité : force/surface ($[Pa]$, $[MPa]...$)
- Vecteur de contraintes orienté (orientation libre).
- Peut être non-uniforme (“analytical field”).
- Abaqus : type “general”, définir orientation, vecteur e et amplitude.



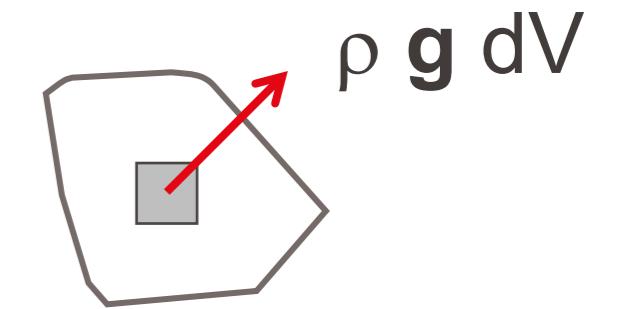
- Cas particulier : type “shear” pour cisaillement surfacique.
- Toujours TANGENT à la surface (ex. : frottement, couple distribué).
- Abaqus : définir orientation, vecteur e et amplitude.



Chargements et CL #2 : chargements volumiques

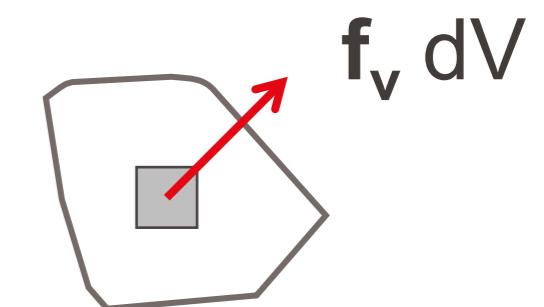
■ Gravité (ou autre accélération linéaire, par ex. repère mobile) :

- Unité : accélération L/T^2 ($[m/s^2]$, $[mm/s^2]$...)
- Définit le vecteur accélération g .
- Il faut définir la densité ρ (dans les propriétés des matériaux).



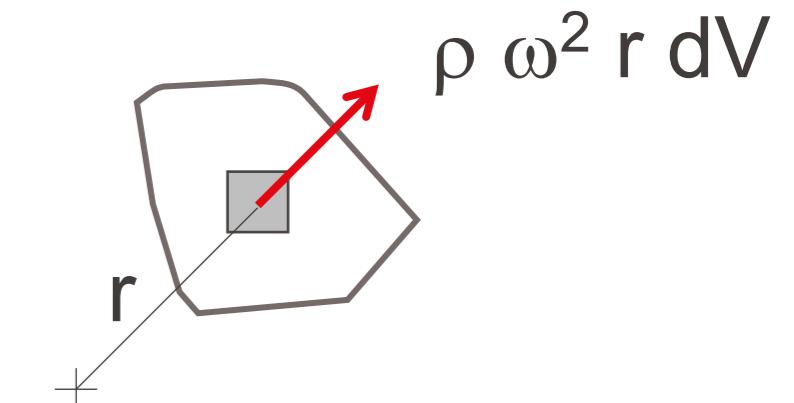
■ Force volumique linéaire :

- Unité : force/volume $M/(L^2 T^2)$ ($[N/m^3]$, $[N/mm^3]$...)
- Définit la force volumique f_v avec 3 composantes selon x, y, z .



■ Chargement centrifuge (force volumique rotationnelle) :

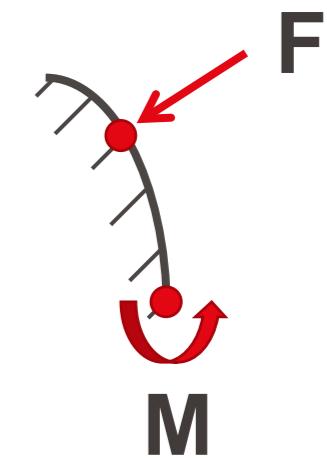
- Type “centrifuge” : accélération centrifuge ;
Définie par axe de rotation (2 pts) et vitesse angulaire ω .
- Type “rotary acceleration” : définie par axe de rotation (2 pts)
et accélération $d\omega/dt$.



Chargements et CL #3 : chargements concentrés

■ Force concentrée :

- Unité : force $M \cdot L/T^2$ ([N]...)
- Seulement possible en un point (de la géométrie, ou de construction).
- Peut être combinée à un couplage pour distribuer une charge.



■ Moment :

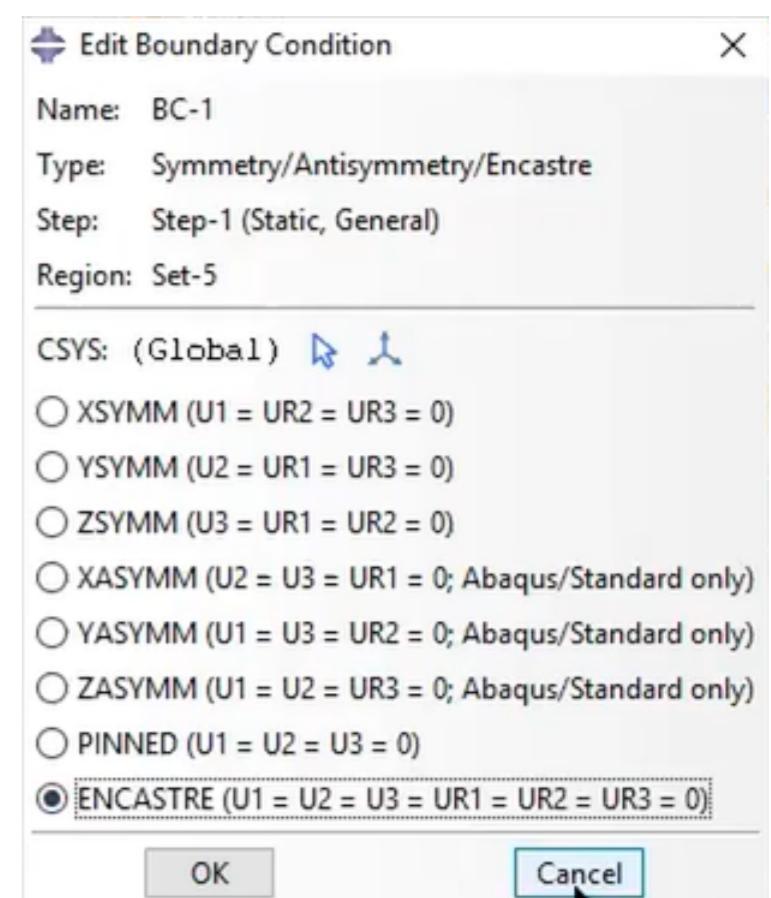
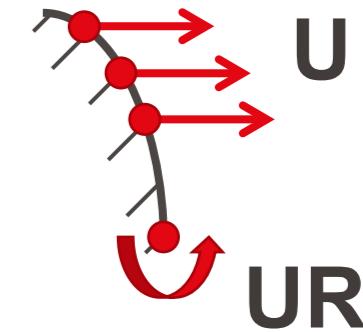
- Unité : force * longueur $M \cdot L^2/T^2$ ([N.m], [N.mm]...)
- Seulement en un point lié à une coque, une poutre, ou un point de référence (couplage).

Chargements et CL #4 : CL en déplacement

Modélisation et simulation par éléments finis

■ Déplacement imposé :

- Unité : longueur ([m], [mm]...)
- Définit les composantes des déplacements U sur chaque nœud de la région.
- Peut être non-nul et non-uniforme.
- Peut utiliser système de coord. local (utile pour liaison glissante, pivot etc.).
- Rotations (UR) : seulement pour coques, poutres, et points de référence (sinon, pas de sens → simplement ignorées).



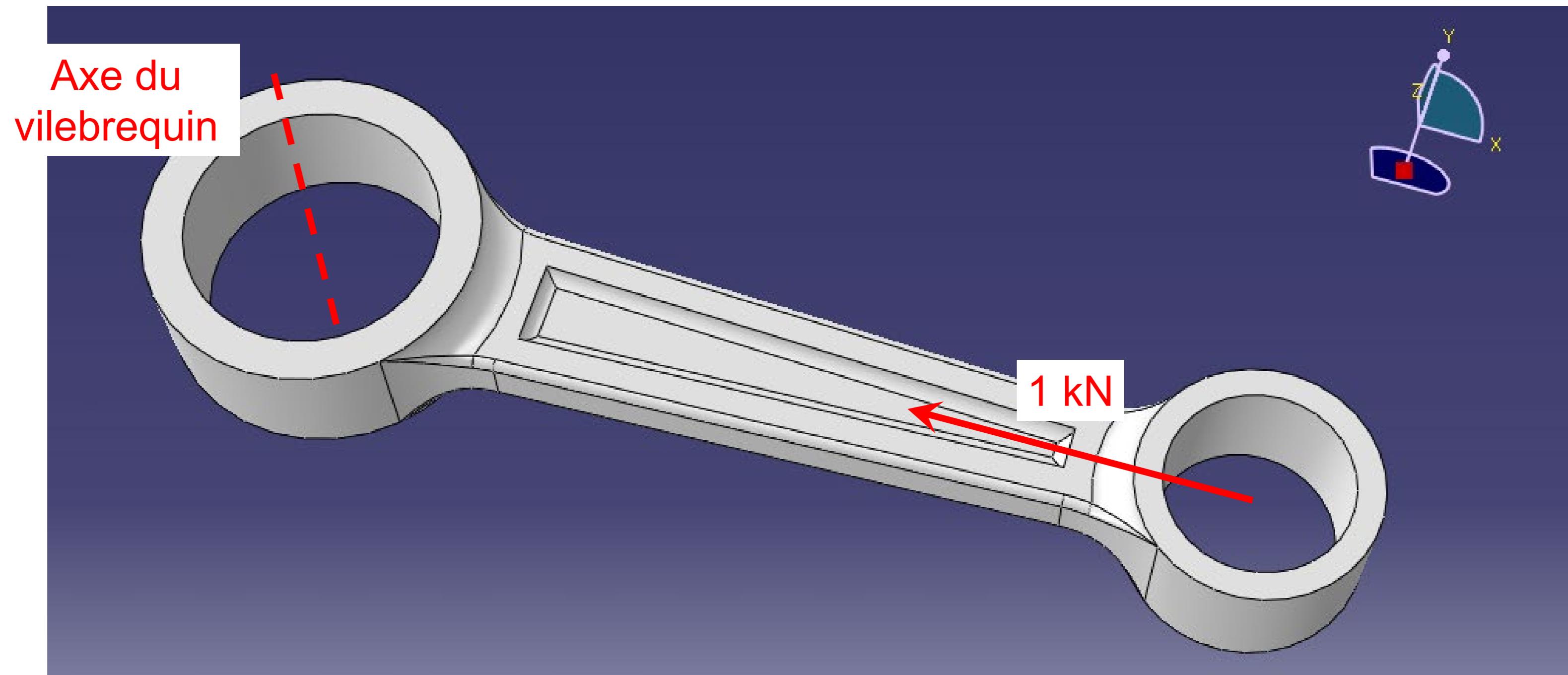
■ Symétries / encastrement : combinaisons prédéfinies de déplacement(s) nul(s). Pratiques mais pas indispensables.

- Note : en plus des chargements, il faut **toujours imposer des déplacements** pour éviter des "modes de corps rigide" (cf. slides suivants) !

Interpréter / modéliser un cas de charge : exemple

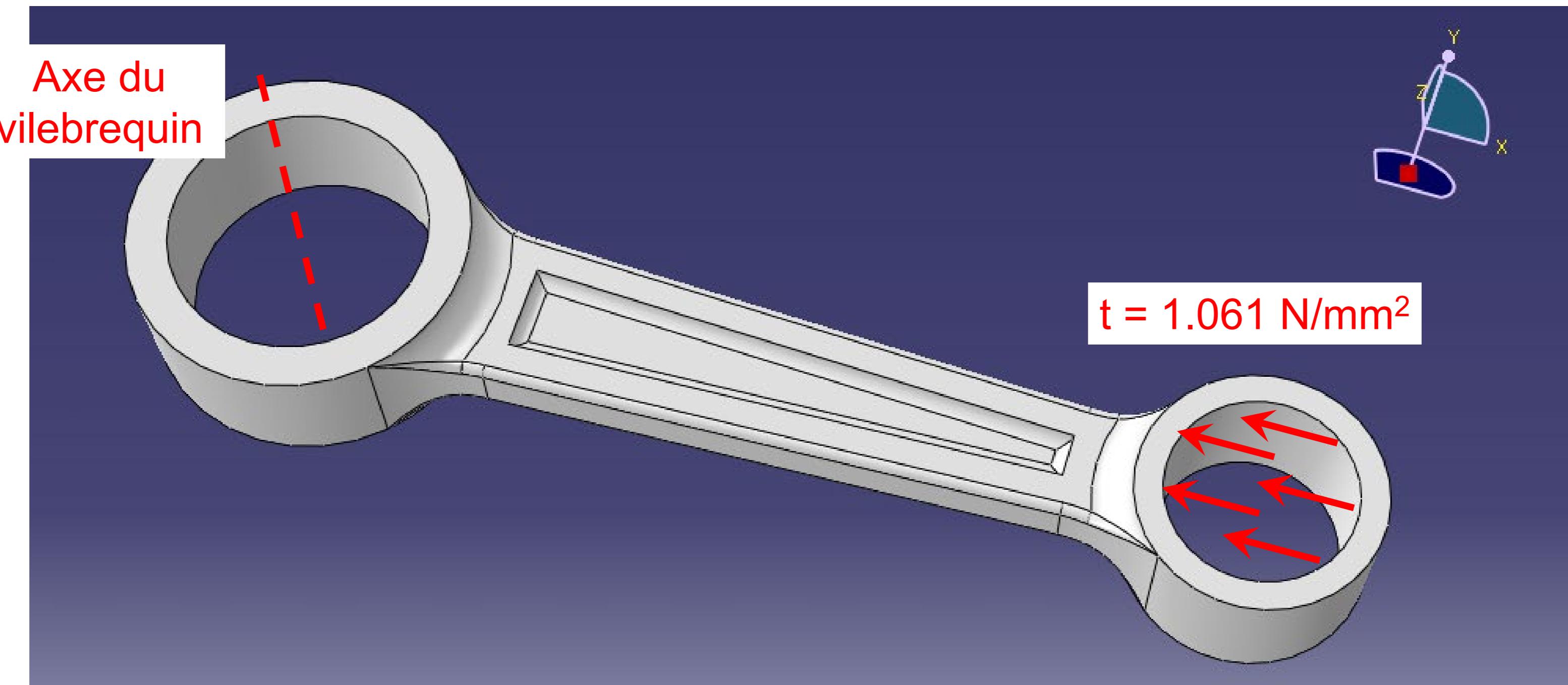
- Bielle soumise à un chargement en compression de 1 kN selon son axe.
- Le vilebrequin est supposé infiniment rigide → peut uniquement glisser le long de la bielle.

Modélisation et simulation par éléments finis



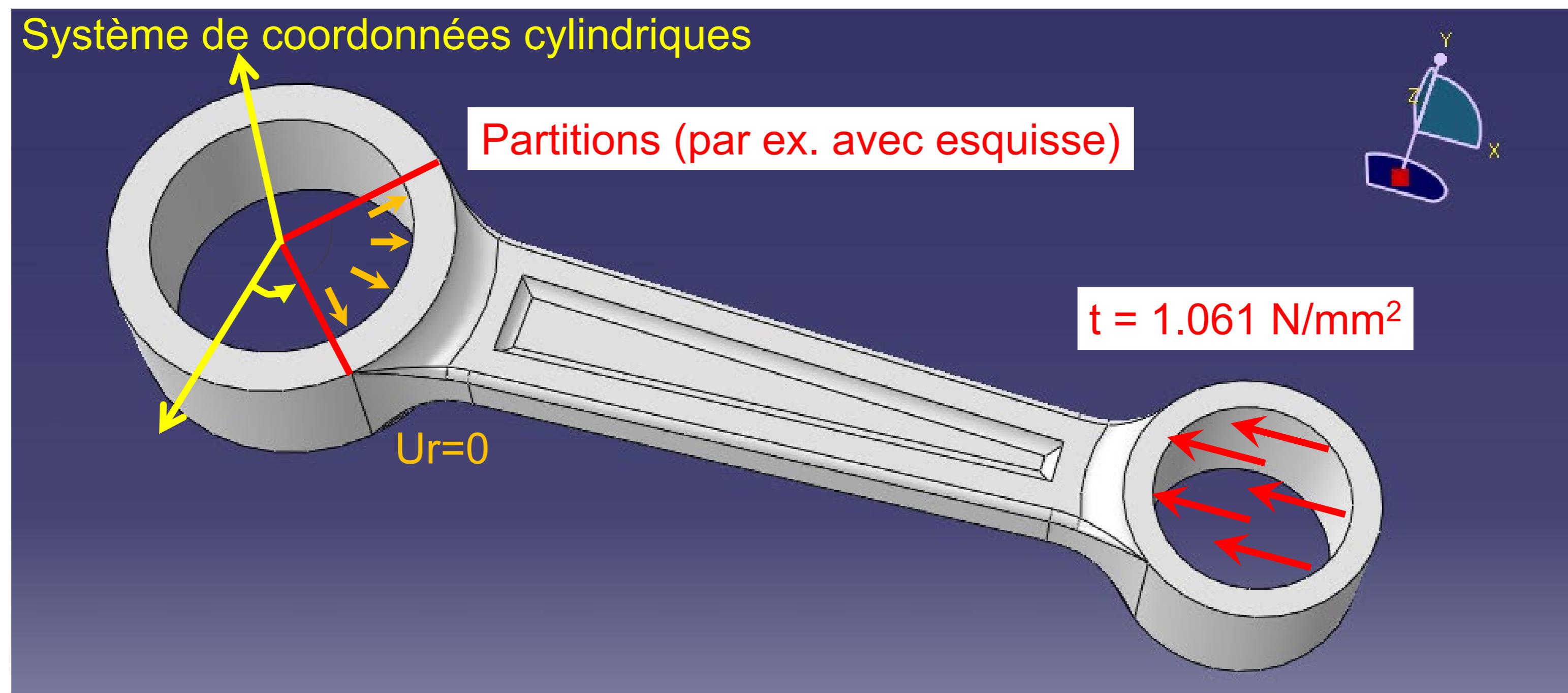
Interprétation / modélisation : étape 1

- On distribue le chargement : traction surfacique sur la surface intérieure
 - Direction : (-1,0,0)
 - Force = 1000 [N] ; aire surfacique = 942.5 [mm²]
 - Traction surfacique = $1000 / 942.5 = 1.061$ [N/mm²]



Interprétation / modélisation : étape 2

- Axe du vilebrequin indéformable dans la direction radiale \rightarrow définir système de coordonnées cylindriques ; imposer déplacement radial nul $U_r = U_1 = 0$.
- On suppose que la surface de contact couvre un secteur $+/- 45^\circ$ \rightarrow définir une partition de ce secteur.



Symétries

- Un modèle EF a une symétrie si et seulement si la géométrie, les matériaux et les chargements / CL ont tous la même symétrie !
- Les symétries permettent de :
 - Réduire la taille du modèle (\rightarrow coût plus faible) ou utiliser un maillage plus fin (meilleure précision).
 - Simplifier la définition de CL isostatiques (supprimer des modes rigides).
 - Réduire l'effort de post-traitement (visualisation plus simple).
 - Montrer à tout le monde que vous maîtrisez la modélisation EF ;-)
- Utiliser les symétries chaque fois que c'est possible !

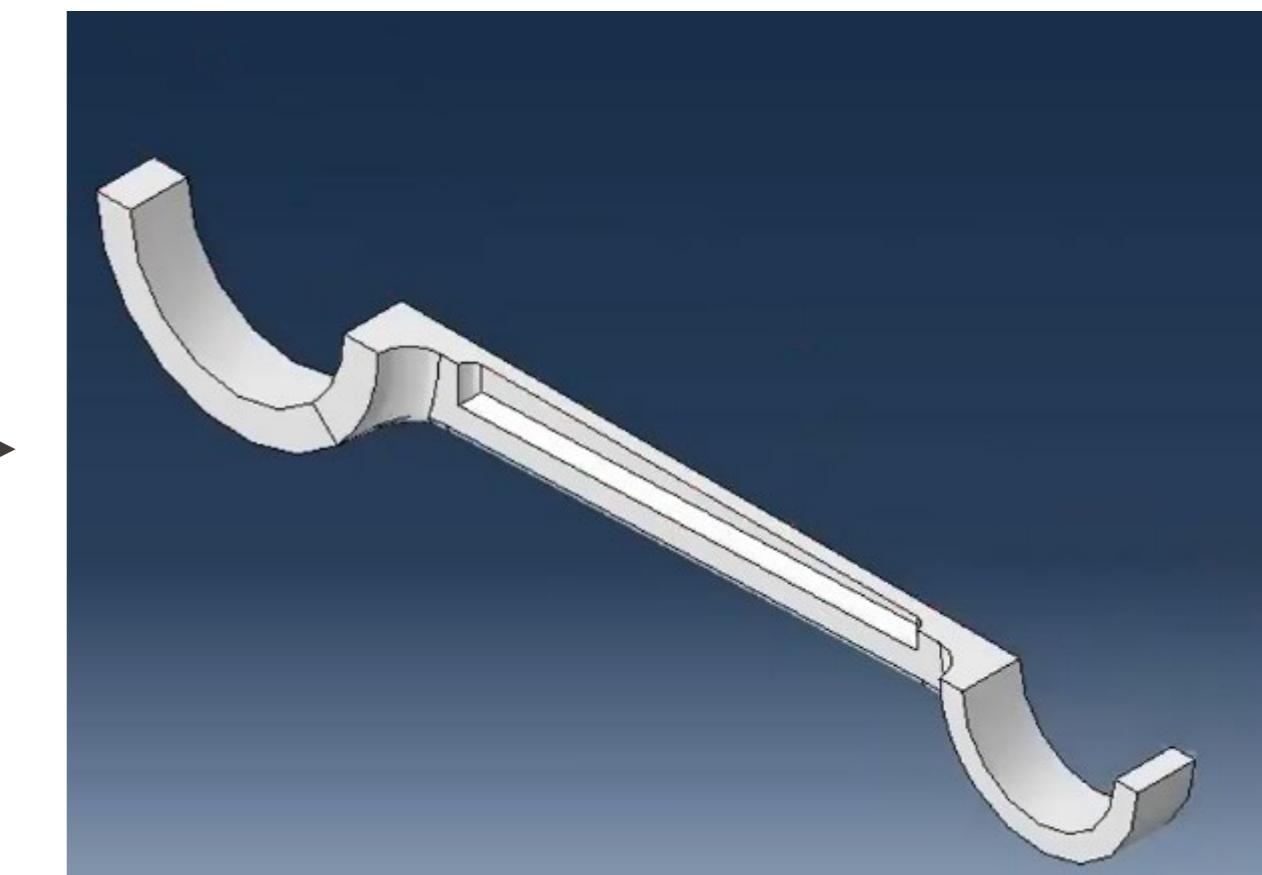
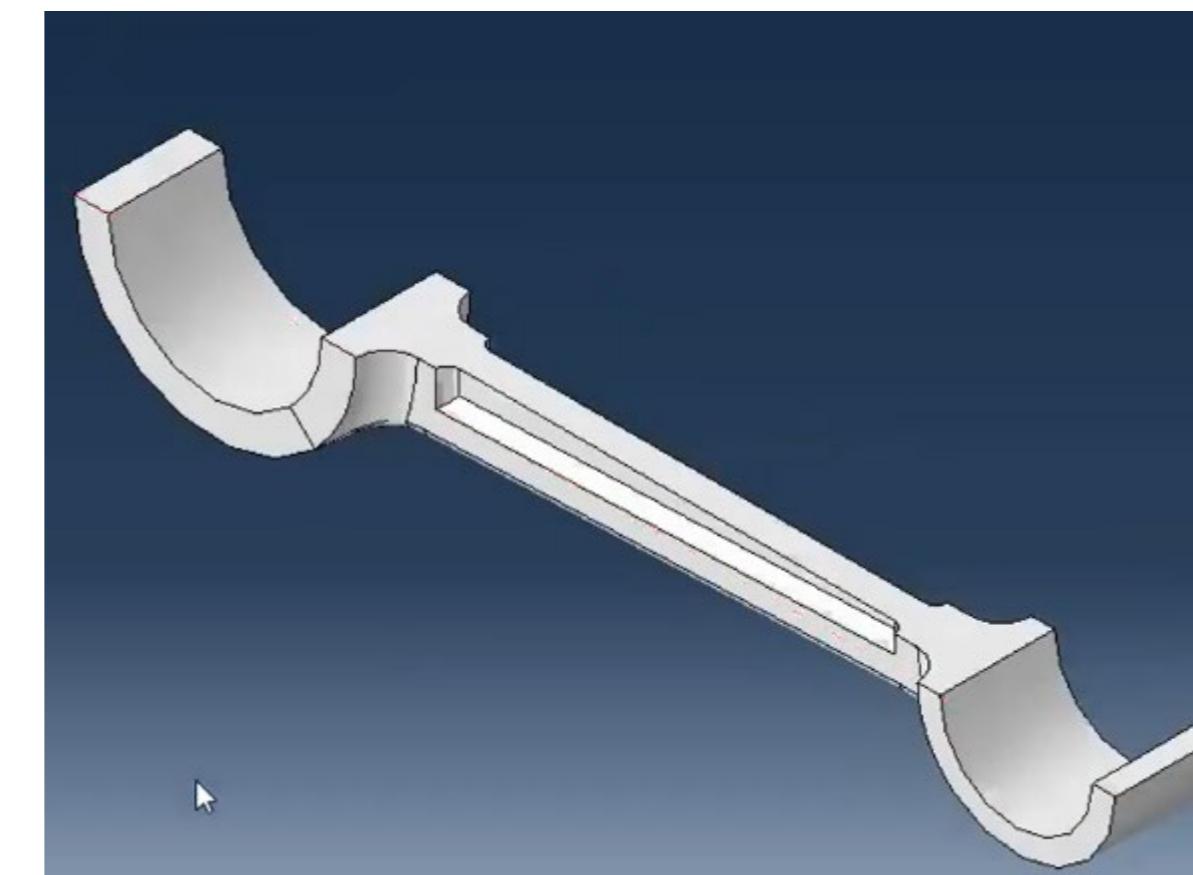
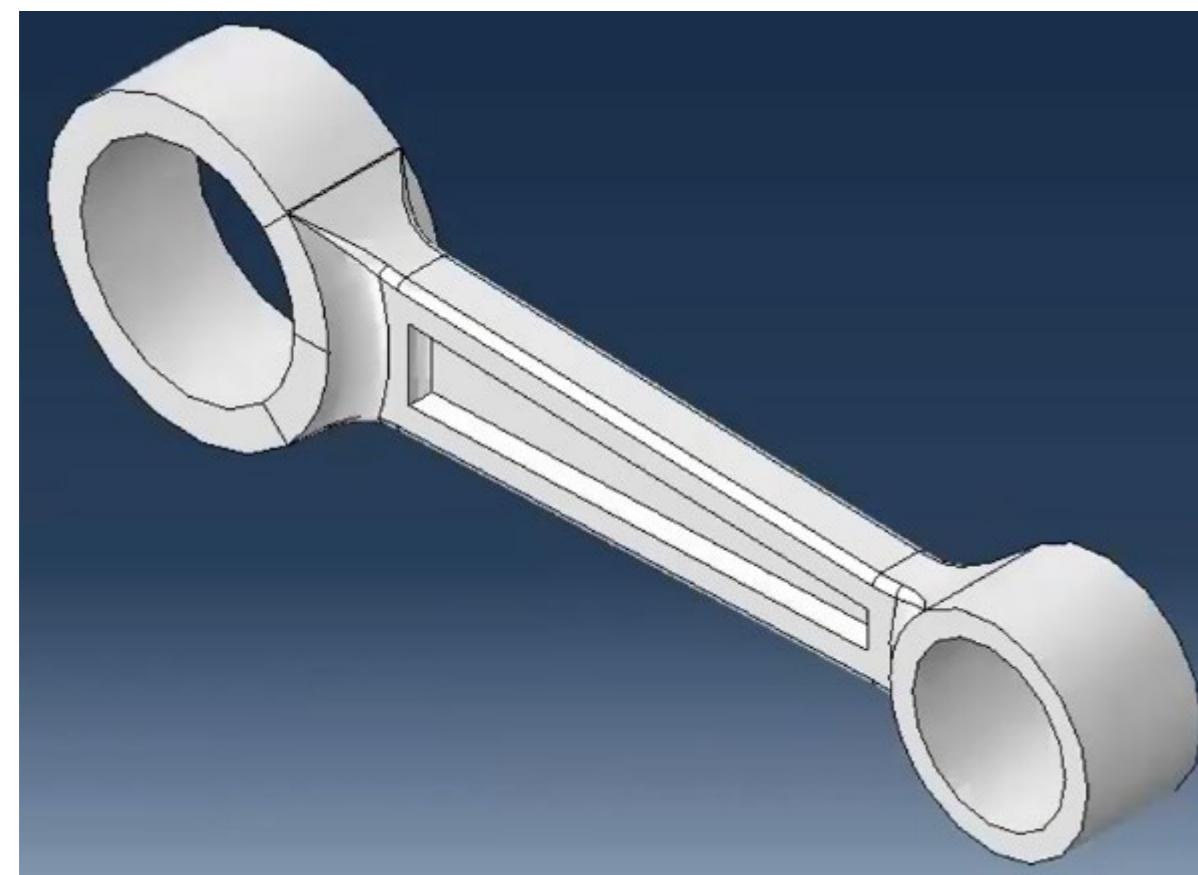
Symétries

Pour modéliser des symétries :

1. Extraire la géométrie pertinente la plus petite possible avec des coupes.

Exemple :

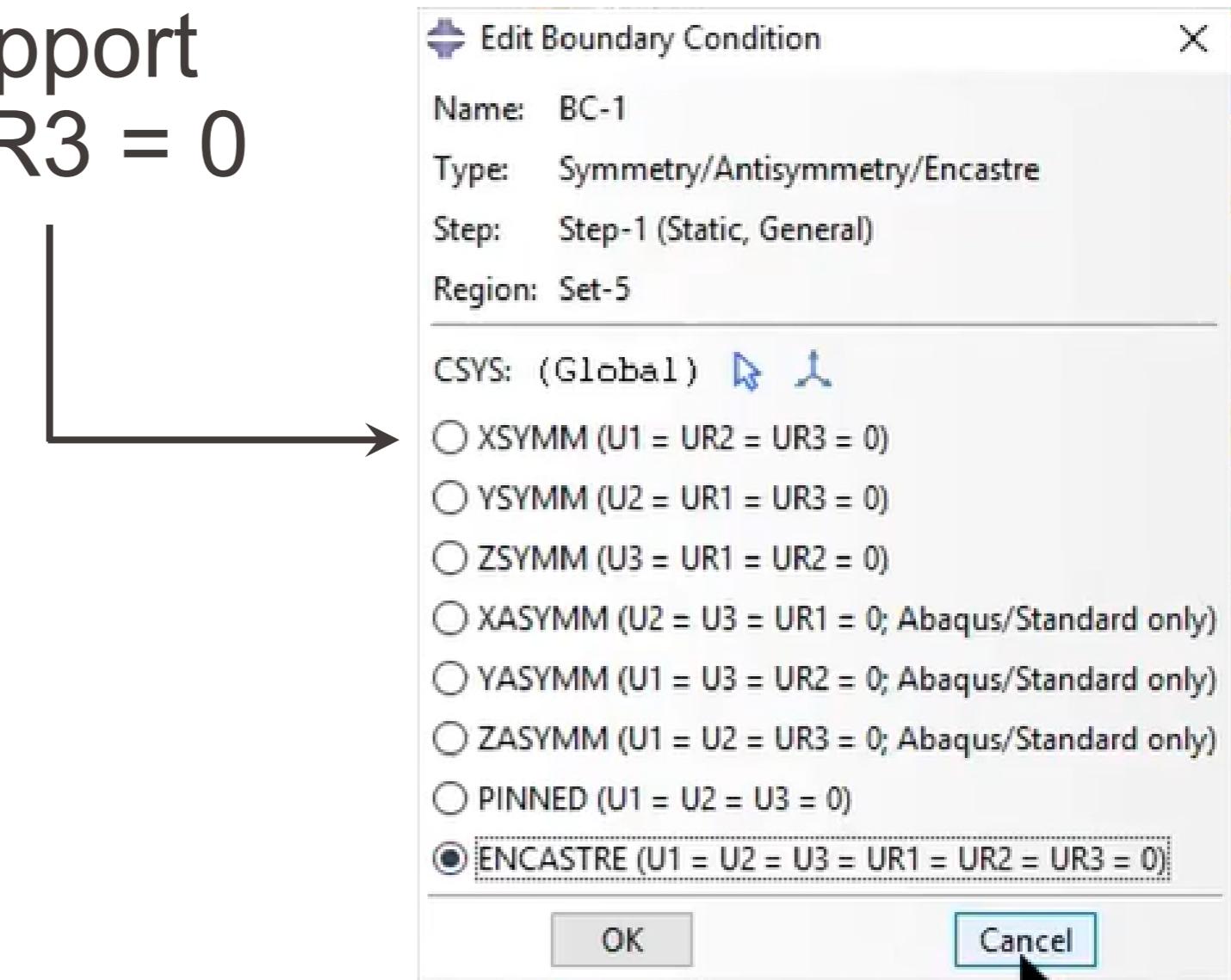
Modélisation et simulation par éléments finis



Symétries

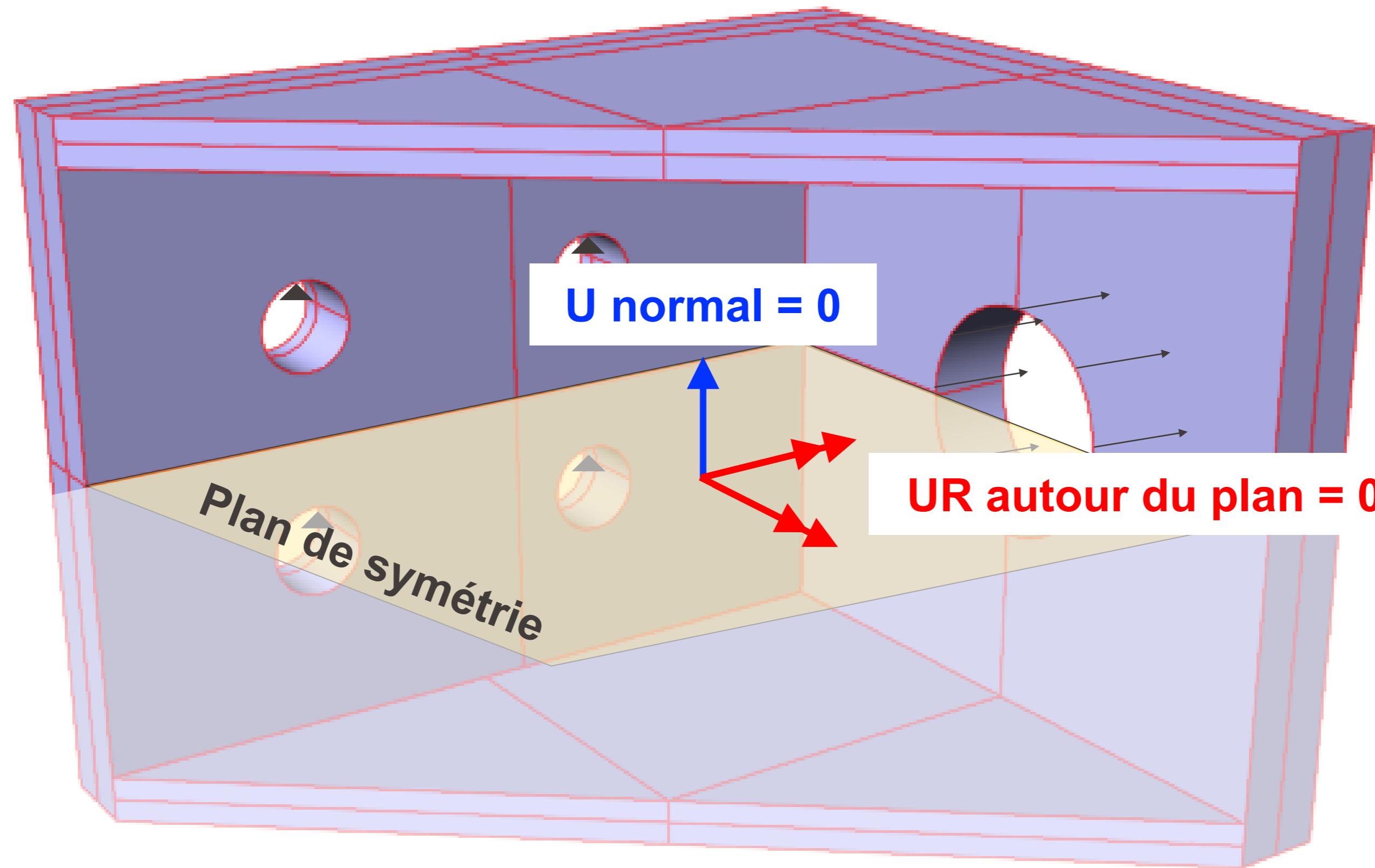
Pour modéliser des symétries :

1. Extraire la géométrie pertinente la plus petite possible avec des coupes.
2. Imposer les CL correctes sur les plans de symétrie :
 - Pas de déplacement perpendiculaire au plan de symétrie.
 - Pas de rotations autour de 2 axes tangents au plan de symétrie (seulement coques / poutres).
 - Exemple : "X-symmetry" = symétrie par rapport au plan de normale X $\rightarrow U1 = UR2 = UR3 = 0$



Symétries : exemple

Modélisation et simulation par éléments finis

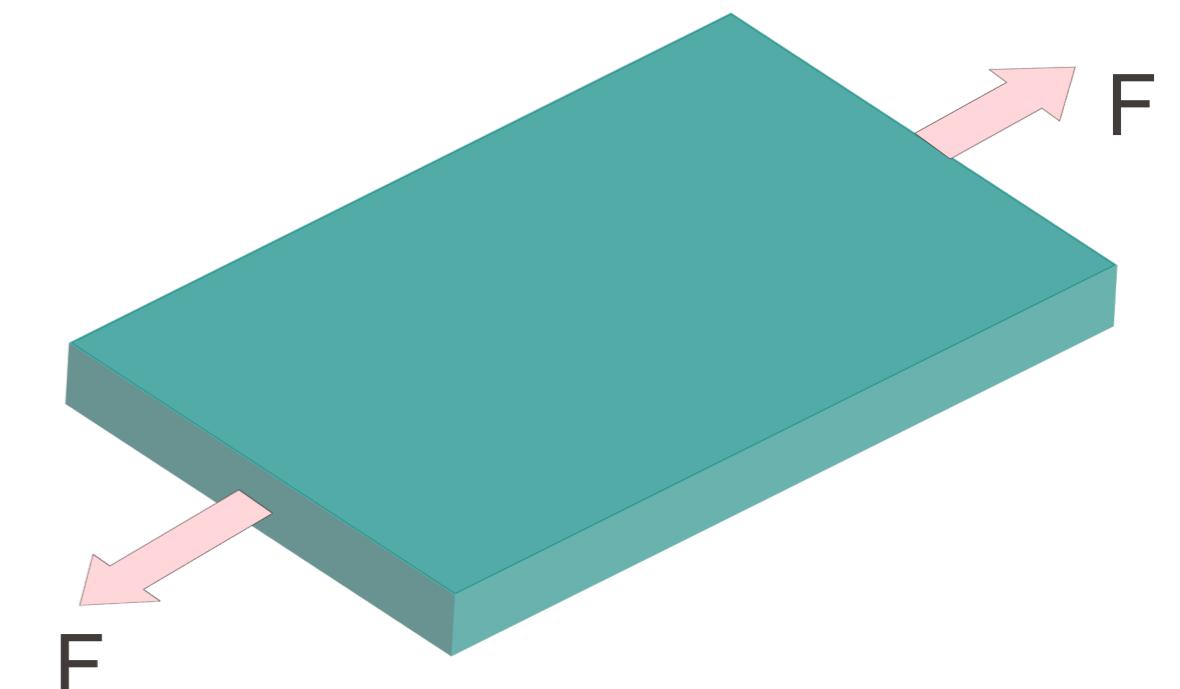


Modes de corps rigide

- En statique, des modes de corps rigide conduisent à une matrice de rigidité K singulière (non-inversible) → on ne peut pas calculer la solution.
- Qu'est-ce qu'un mode rigide ?
 - Déplacement ou rotation u_0 (ou combinaison déplacement + rotation) **sans déformation** ("en bloc") : $\nabla u_0 = 0$.
 - Si pas assez de CL sur les déplacements, mode rigide u_0 possible, en plus du déplacement u qui découle des forces / tractions imposées :

$$\begin{aligned} \nabla^T (\mathbf{C} \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{f} &= \mathbf{0} & \Rightarrow \quad \mathbf{Kq} = \mathbf{r} \\ \nabla^T (\mathbf{C} \nabla \mathbf{u}_0) &= \mathbf{0} & \Rightarrow \quad \mathbf{Kq}_0 = \mathbf{0} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{c} \\ \diagup \\ \mathbf{K \text{ non-inversible}} \end{array} \right\} \Rightarrow \quad \mathbf{K}(\mathbf{q} + \alpha \mathbf{q}_0) = \mathbf{r}$$

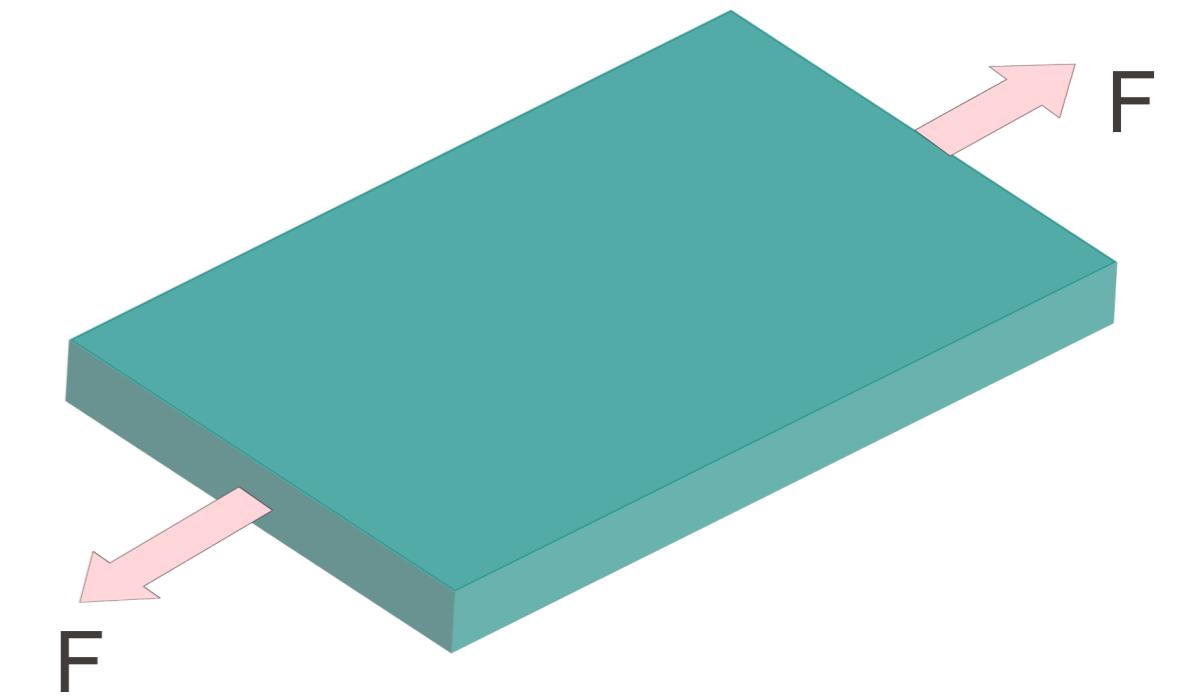
La solution n'est déterminée qu'à une "constante" αq_0 près.



Exemple : système en équilibre statique, mais sous-déterminé car 6 modes rigides possibles (3 translations + 3 rotations).

Modes de corps rigide

- En statique, des modes de corps rigide conduisent à une matrice de rigidité K singulière (non-inversible) → on ne peut pas calculer la solution.
- Il faut supprimer les 6 modes de corps rigide avec des conditions limites appropriées.
- 90 % des problèmes du type “*le solveur ne converge pas*” viennent de modes de corps rigide → toujours bien vérifier les CL.
- Pour ne pas introduire artificiellement de contraintes, il faut utiliser des CL isostatiques.

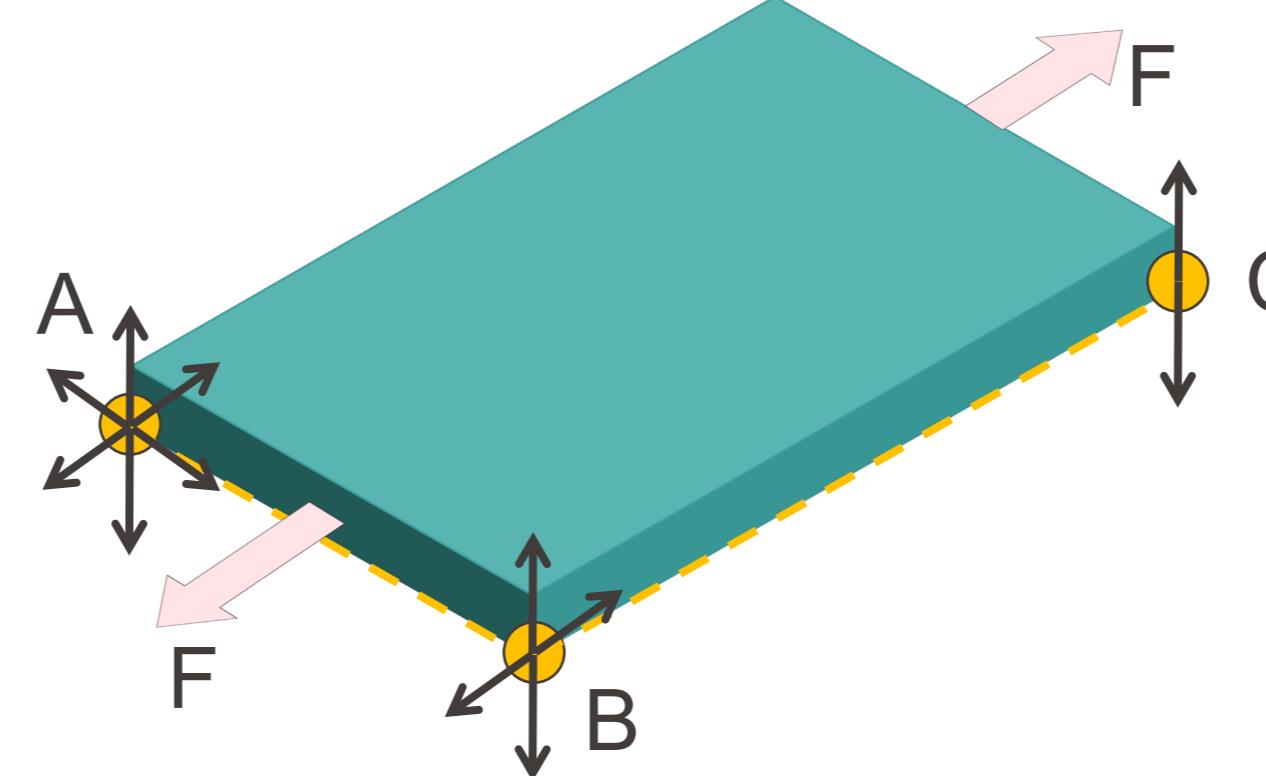


Exemple : système en équilibre statique, mais sous-déterminé car 6 modes rigides possibles (3 translations + 3 rotations).

Supprimer des modes de corps rigide : méthode 3-2-1

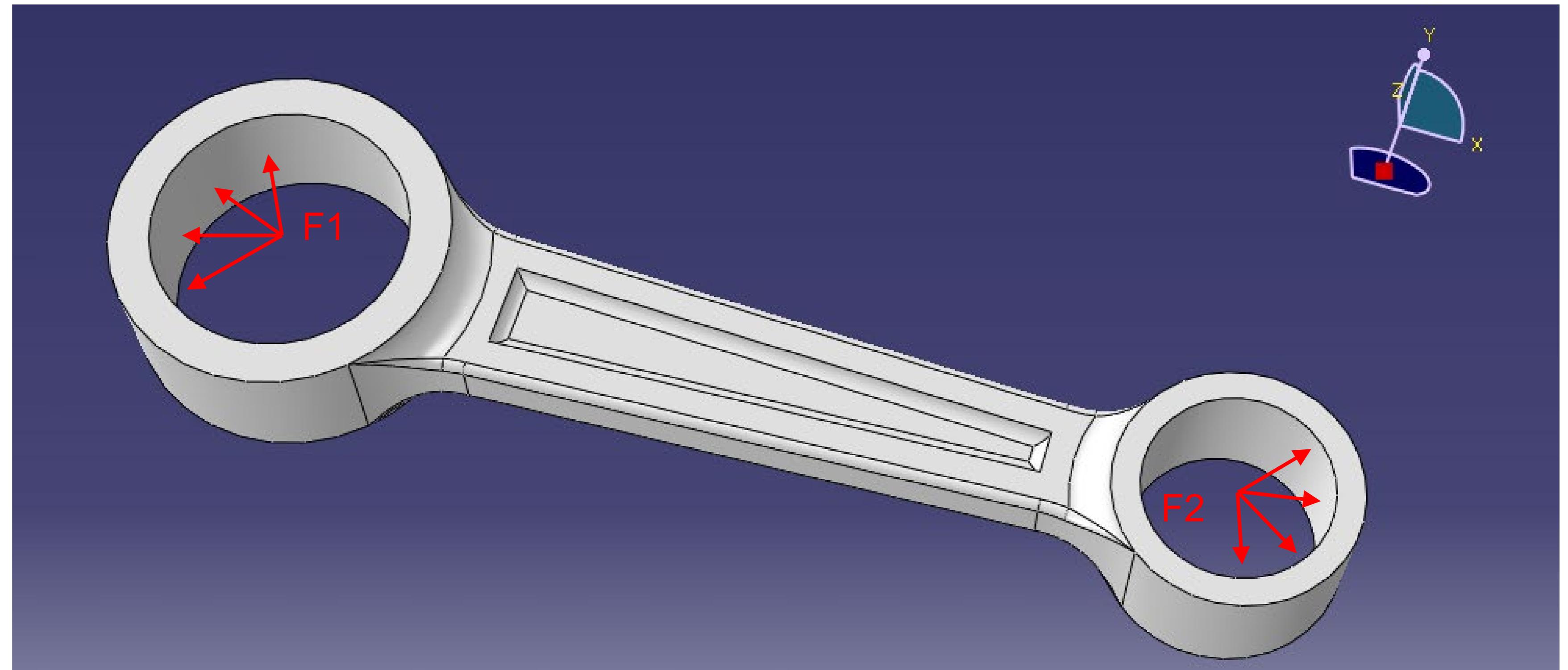
Méthode simple pour imposer des CL isostatiques (si nécessaire, et quand il n'y a pas de symétrie) :

- Sélectionner 3 points,
- 1^{er} point A : bloquer 3 déplacements \rightarrow empêche toutes translations (\rightarrow *rotule*),
- 2^e point B : bloquer 2 déplacements perpendiculaires à la droite AB
 \rightarrow empêche 2 rotations (\rightarrow *charnière*),
- 3^e point C : bloquer 1 déplacement perpendiculaire au plan ABC
 \rightarrow empêche dernière rotation autour de AB (\rightarrow *appui isostatique*).



Supprimer des modes de corps rigide : méthode 3-2-1

- Exemple : charges en équilibre $F_1 + F_2 = 0$, mais on ne peut pas résoudre le système à cause de modes de corps rigide.



Supprimer des modes de corps rigide : méthode 3-2-1

- Exemple : charges en équilibre $F_1 + F_2 = 0$, mais on ne peut pas résoudre le système à cause de modes de corps rigide.

Modélisation et simulation par éléments finis

Non-convergence :

Job-1 Monitor

Job: Job-1 Status: Aborted

Step	Increment	Att	Severe Discon Iter	Equil Iter	Total Iter	Total Time/Freq	Step Time/LPF	Time/LPF Inc
1	1	1U	0	6	6	0	0	1
1	1	2U	0	6	6	0	0	0.25
1	1	3U	0	6	6	0	0	0.0625
1	1	4U	0	6	6	0	0	0.015625
1	1	5U	0	6	6	0	0	0.00390625

Log ! Errors ! Warnings Output Data File Message File Status File

***WARNING: SOLVER PROBLEM. NUMERICAL SINGULARITY WHEN PROCESSING NODE BIELE-1.306 D.O.F. 3 RATIO = 7.54262E+09.

***WARNING: SOLVER PROBLEM. NUMERICAL SINGULARITY WHEN PROCESSING NODE BIELE-1.178 D.O.F. 2 RATIO = 474.429E+09 .

***WARNING: SOLVER PROBLEM. NUMERICAL SINGULARITY WHEN PROCESSING NODE BIELE-1.178 D.O.F. 3 RATIO = 9.40467E+12.

***WARNING: SOLVER PROBLEM. NUMERICAL SINGULARITY WHEN PROCESSING NODE BIELE-1.166 D.O.F. 1 RATIO = 19.1353E+12 .

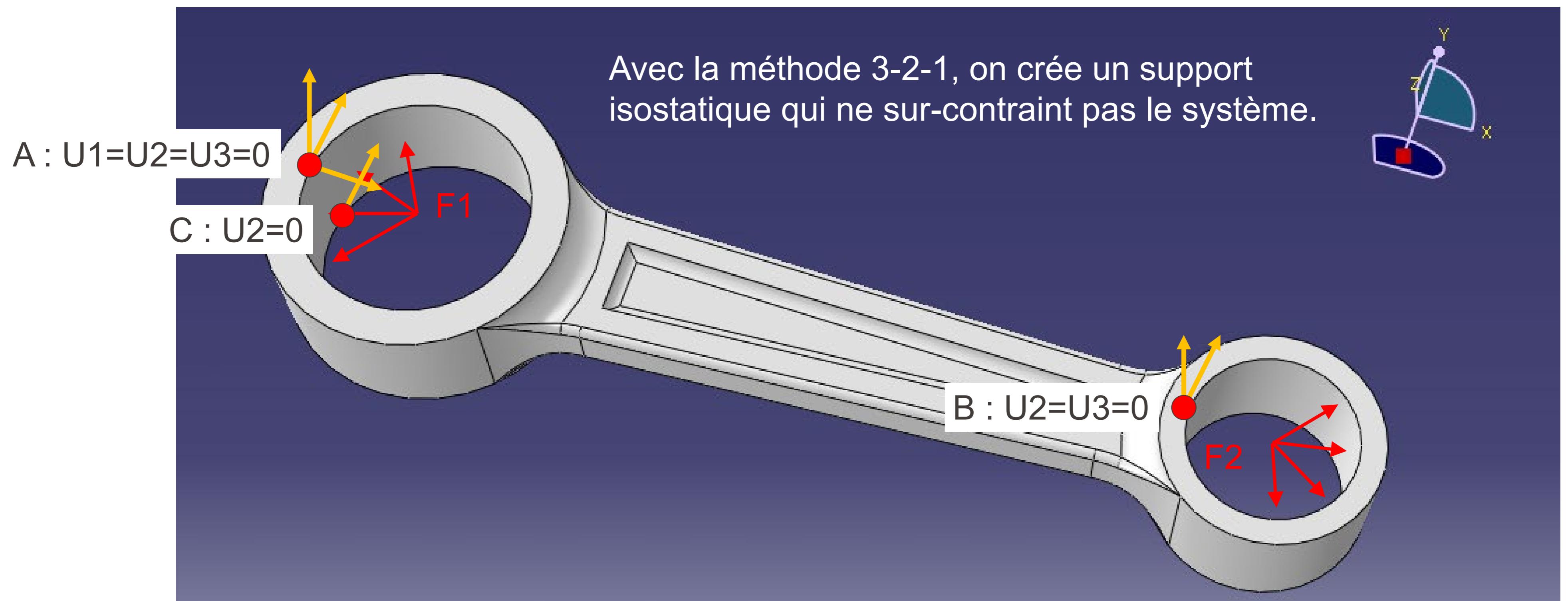
***WARNING: SOLVER PROBLEM. NUMERICAL SINGULARITY WHEN PROCESSING NODE BIELE-1.166 D.O.F. 2 RATIO = 1.33989E+12 .

***WARNING: SOLVER PROBLEM. NUMERICAL SINGULARITY WHEN PROCESSING NODE BIELE-1.166 D.O.F. 3 RATIO = 58.4518E+12 .

Message typique (ici 6 modes rigides \leftrightarrow matrice de rigidité déficiente de rang 6) :

Supprimer des modes de corps rigide : méthode 3-2-1

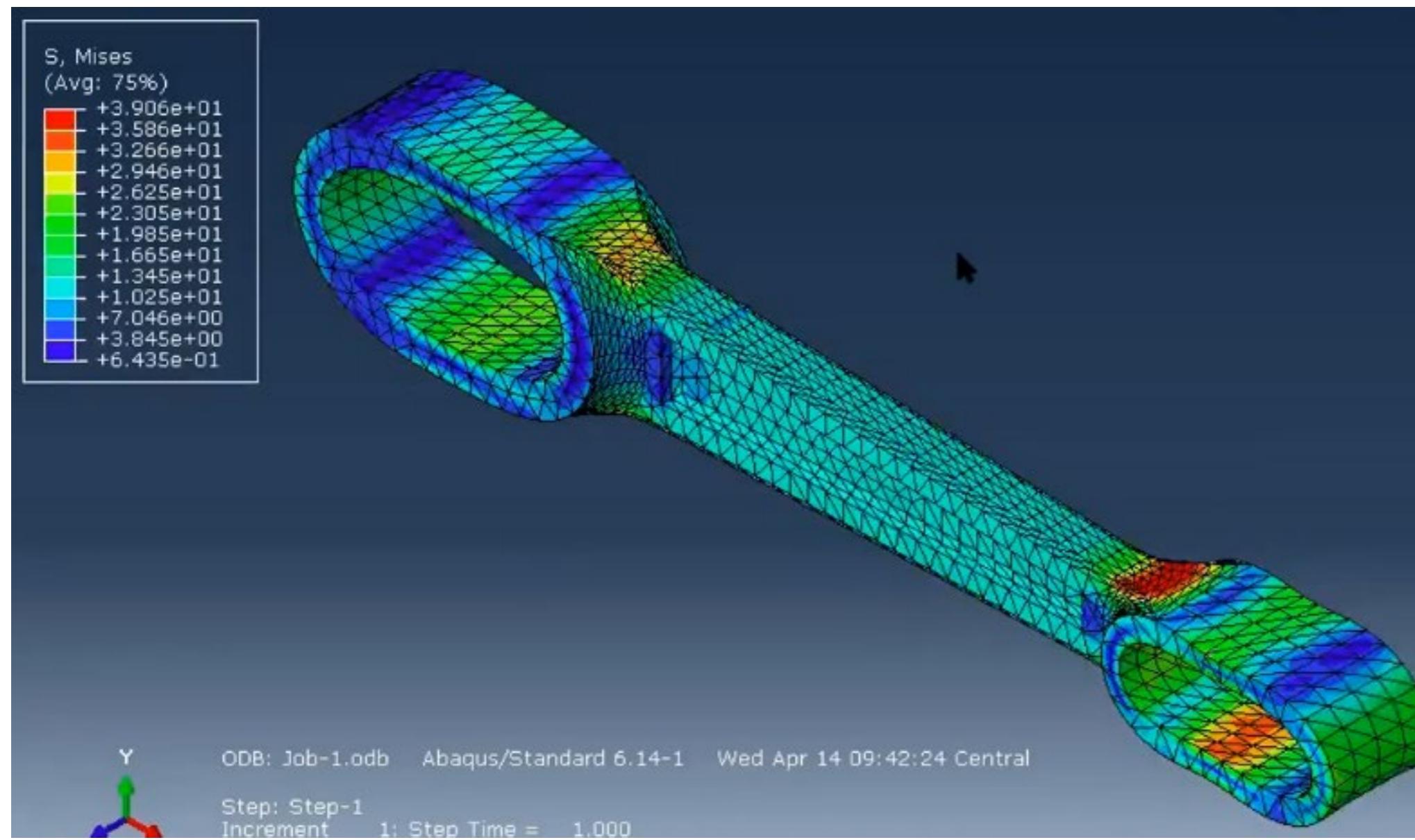
- Exemple : charges en équilibre $F_1 + F_2 = 0$, mais on ne peut pas résoudre le système à cause de modes de corps rigide.



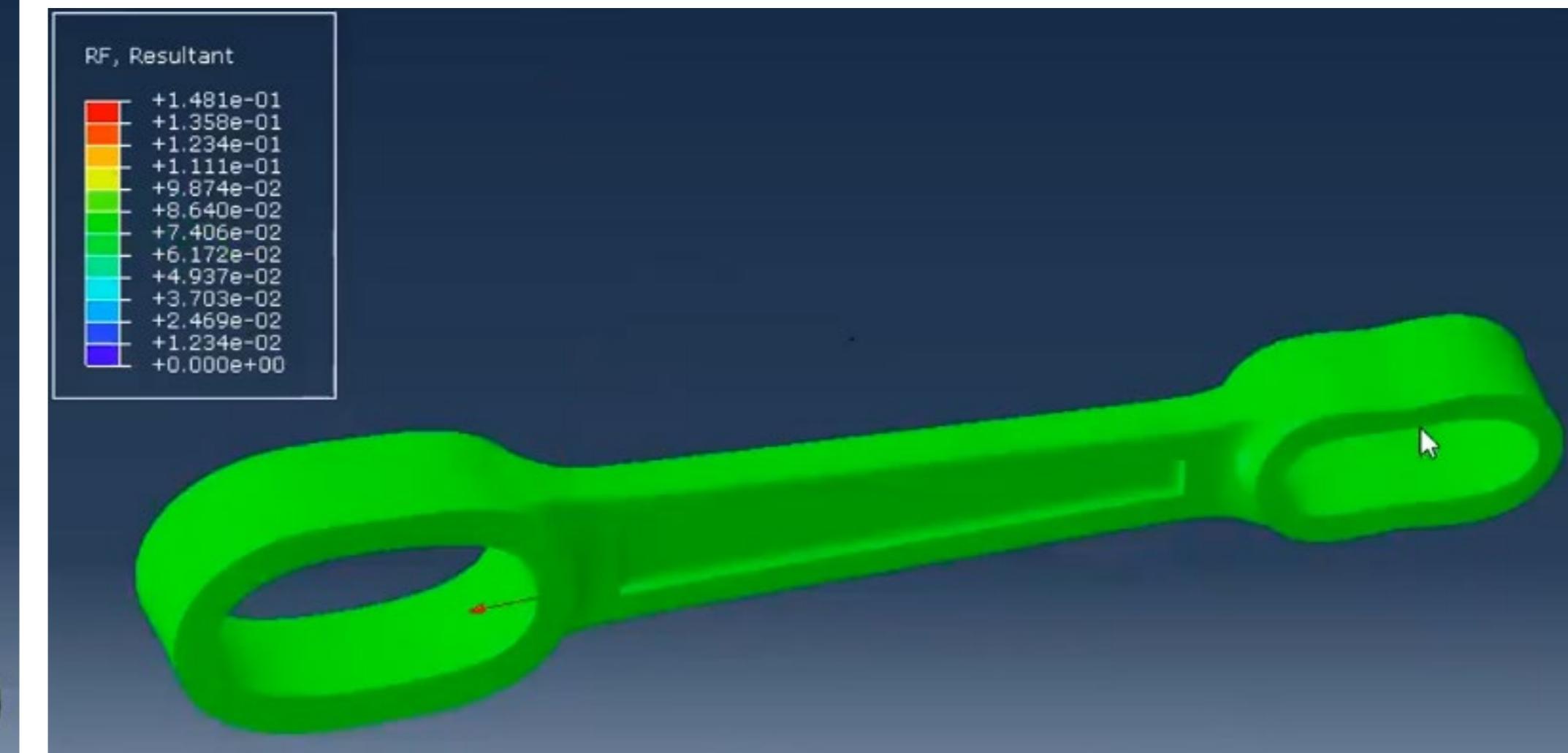
Supprimer des modes de corps rigide : méthode 3-2-1

- Résultats avec appui isostatique :

Modélisation et simulation par éléments finis



Déformée et contraintes cohérentes
(symétrie, valeurs, etc.).

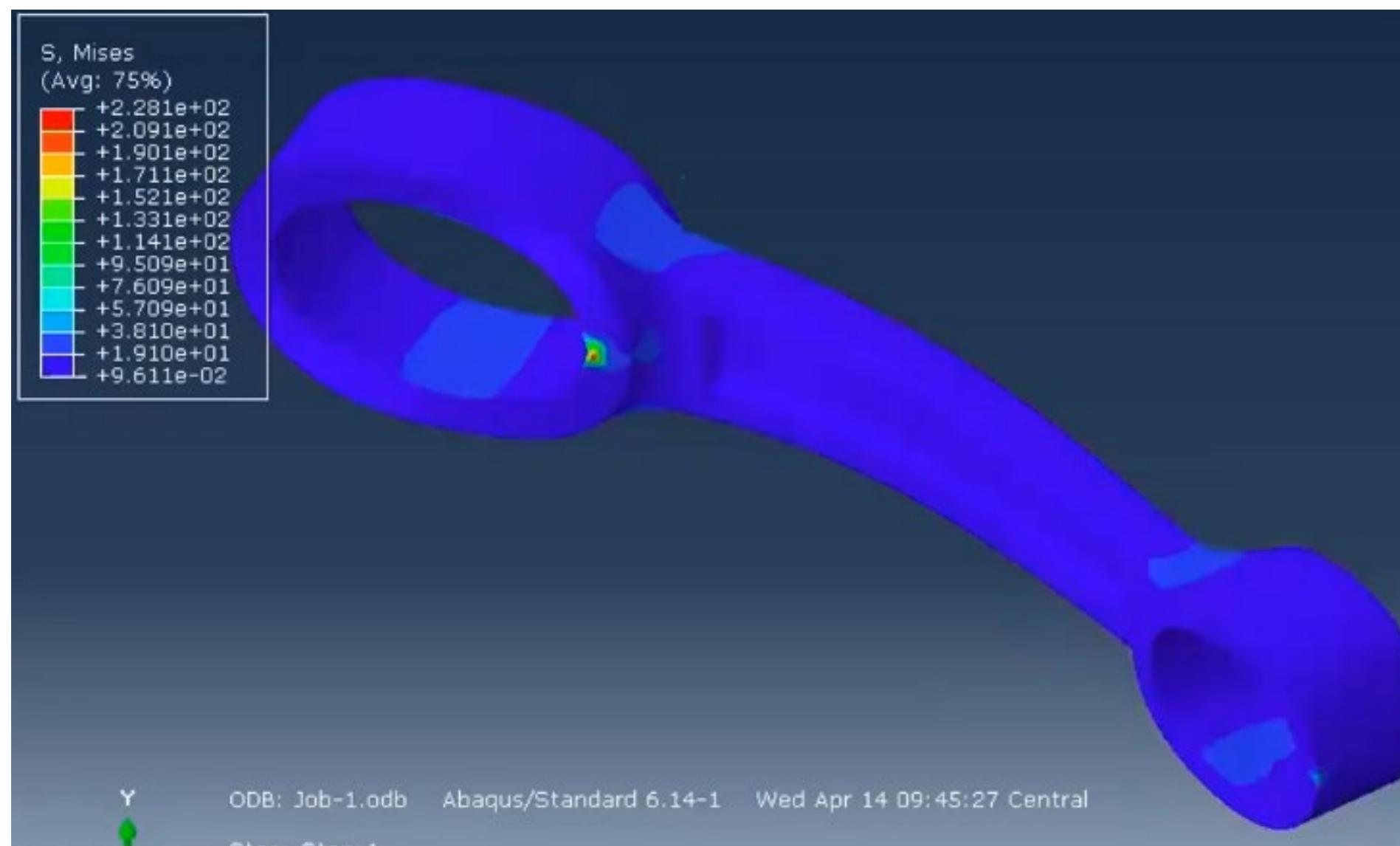


Pas de forces de réaction aux points de l'appui (0.15 N négligeable par rapport aux 1000 N imposés).

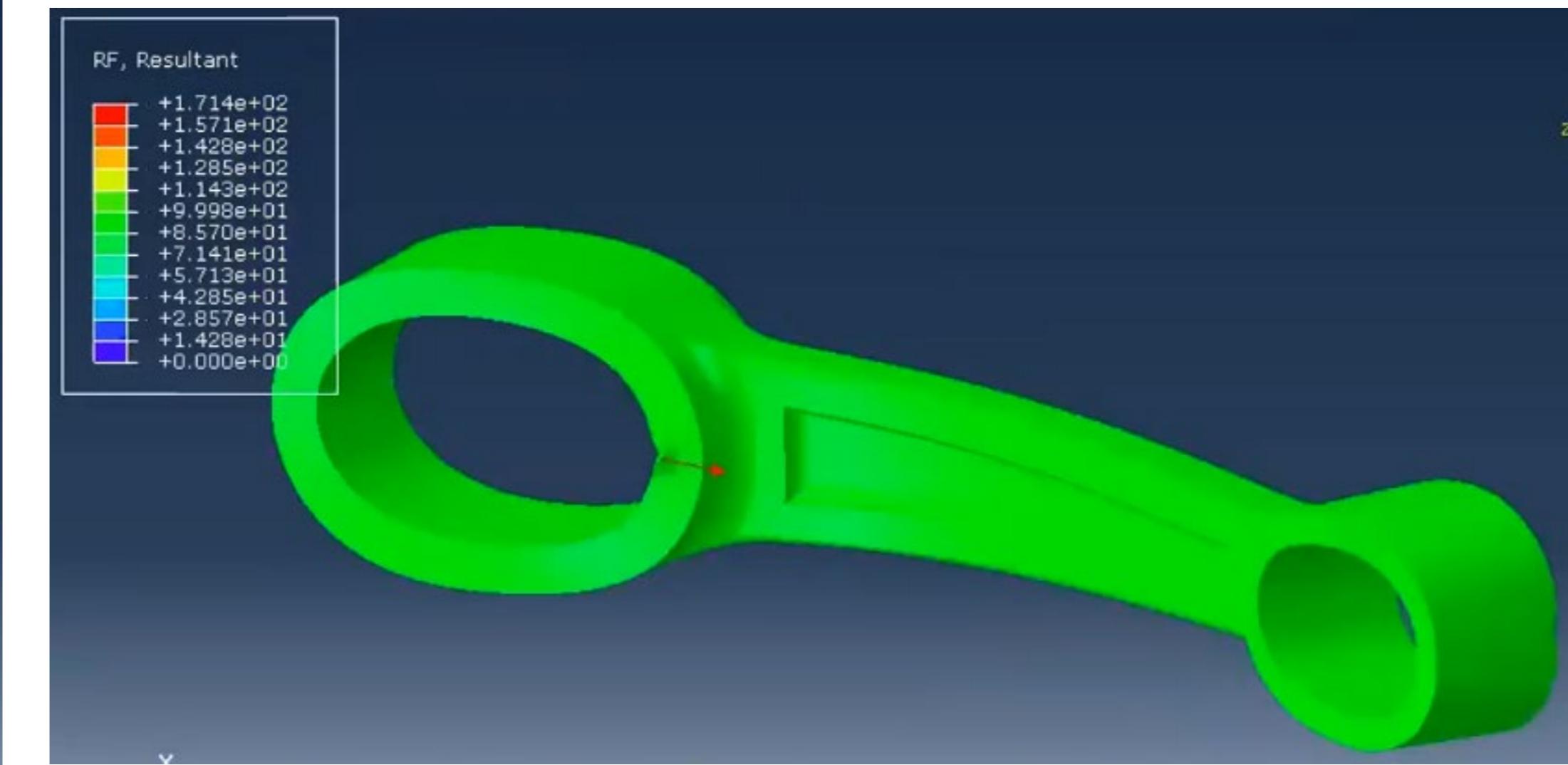
Supprimer des modes de corps rigide : méthode 3-2-1

- Résultats avec appui hyperstatique (encastrement complet aux 3 points) :

Modélisation et simulation par éléments finis



Déformée cohérente avec appui hyperstatique. Concentrations de contraintes aux points de l'appui.



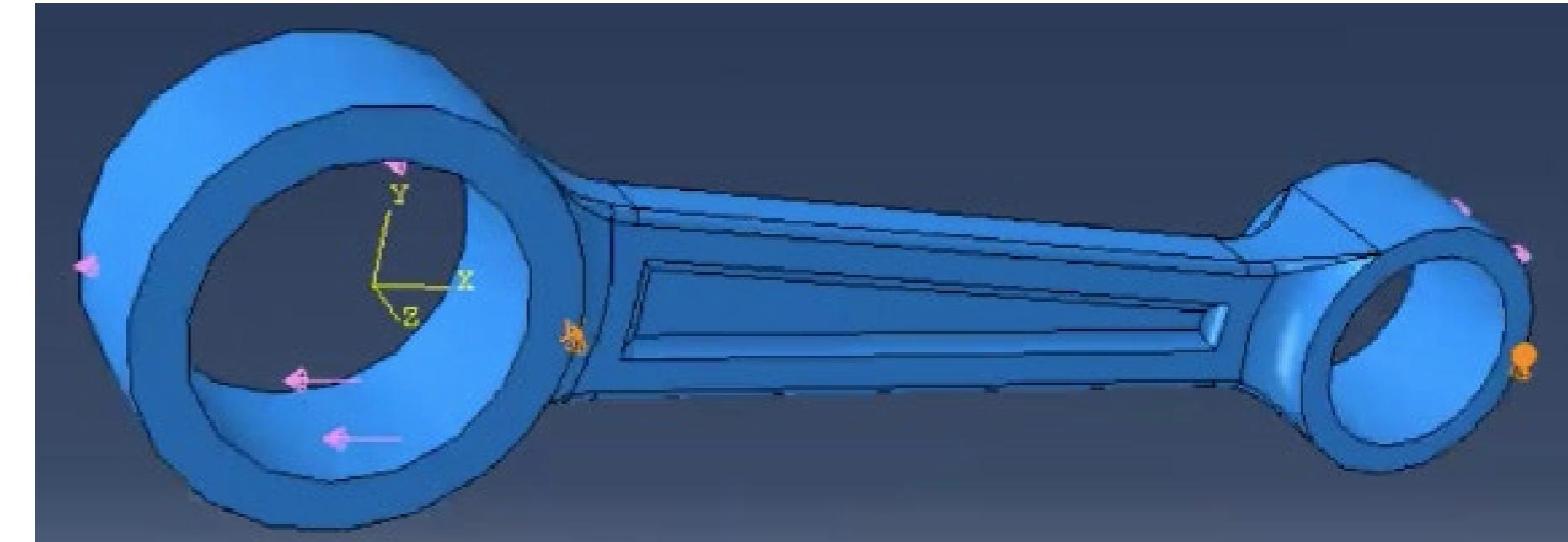
Forces de réaction importantes aux points de l'appui (170 N).

Démo, tutoriel et exercice

Modélisation et simulation par éléments finis

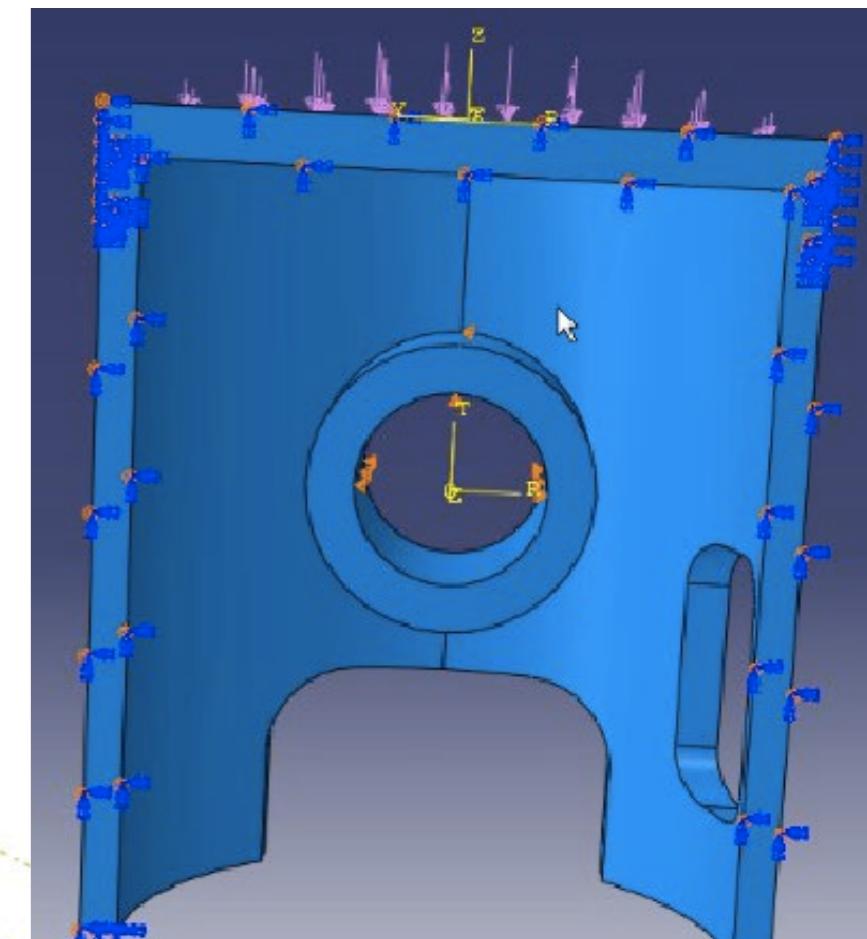
■ Démo (bielle)

- Partitions pour appliquer charges
- Tensions surfaciques
- Modes de corps rigide
- Méthode 3-2-1 pour CL isostatiques



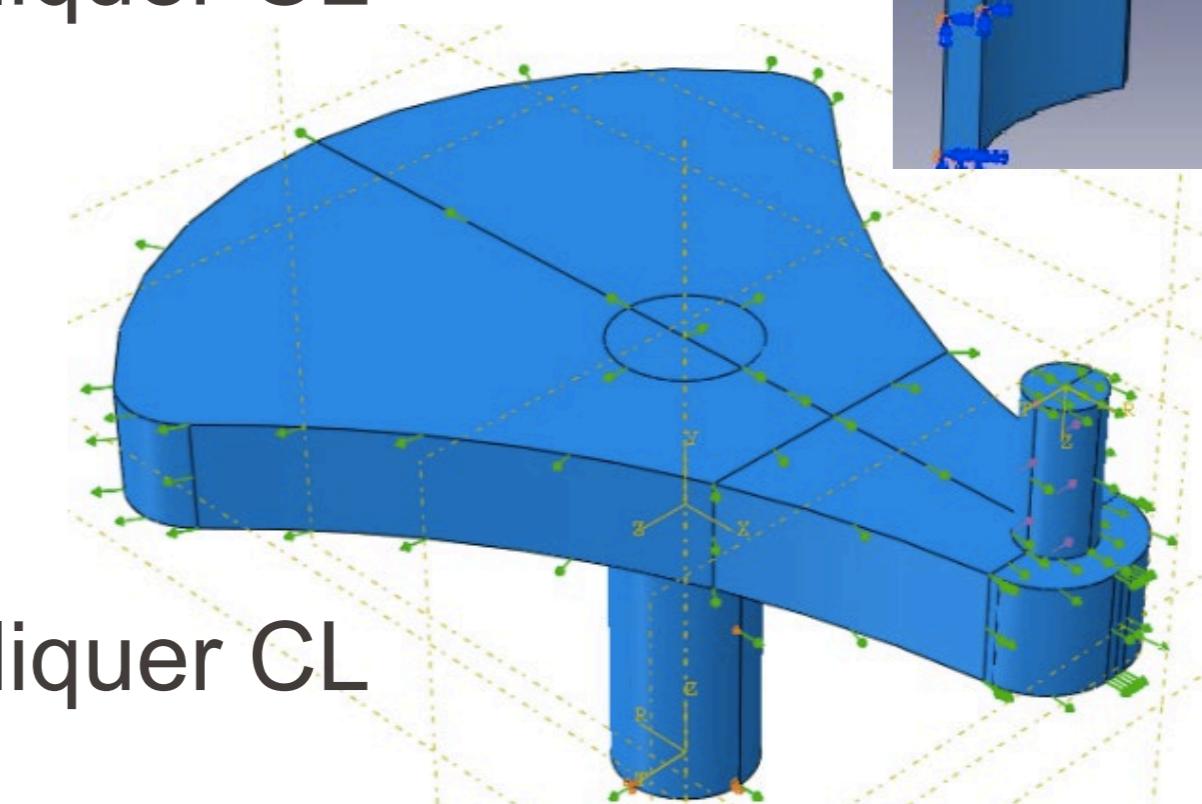
■ Tutoriel (piston)

- Symétries
- Système de coordonnées cylindriques pour appliquer CL
- Chargements non-uniformes



■ Exo 6 (vilebrequin / maneton)

- Symétries
- Système de coordonnées cylindriques pour appliquer CL

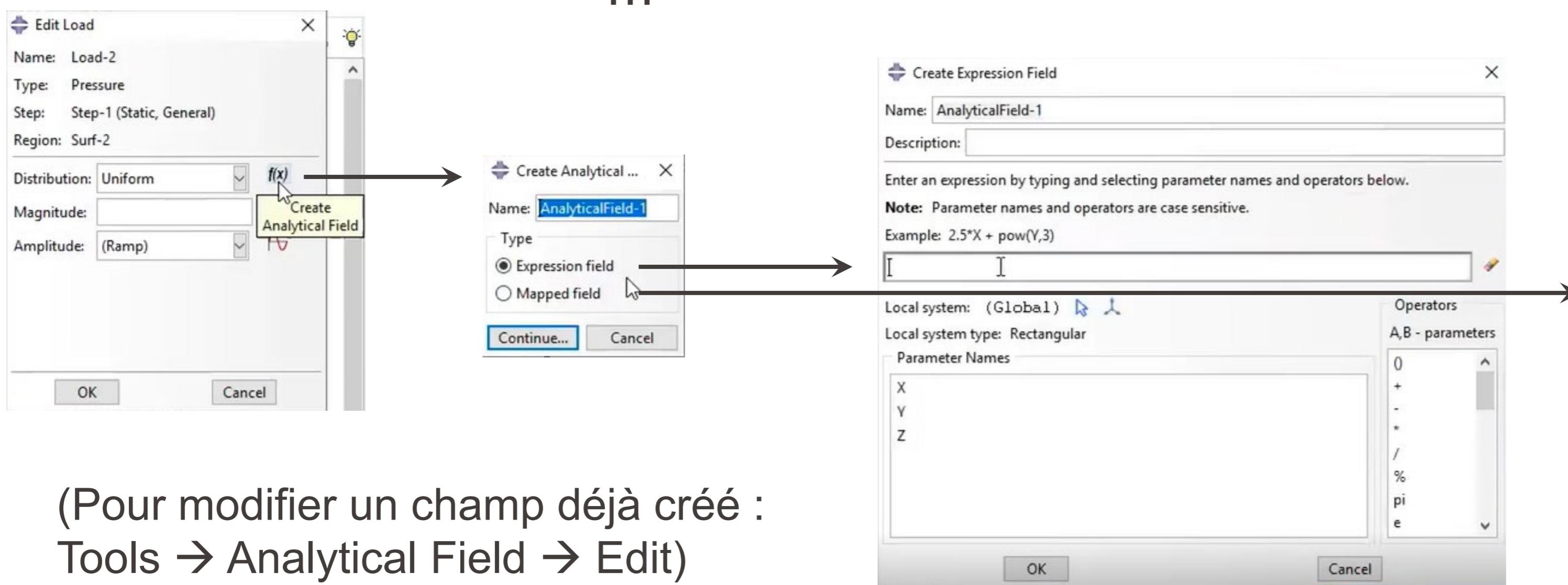


Annexe : définition de champs non-uniformes

Modélisation et simulation par éléments finis

Analytical fields :

- **Expression field** : expression des coordonnées, par ex. $f(x,y,z)$ ou $f(r,\theta,z)$.
- **Mapped field** : liste de coordonnées et valeurs (à définir à la main ou en important un fichier), par ex. $x_1, y_1, z_1, f_1,$
 $x_2, y_2, z_2, f_2,$
 $x_3, y_3, z_3, f_3,$
...



(Pour modifier un champ déjà créé :
Tools → Analytical Field → Edit)

Annexe : mesure d'une aire

Modélisation et simulation par éléments finis

- Tools → Query → Mass properties
- Menu déroulant inférieur : Select geometric regions
- Pour pouvoir sélectionner une face (pas un volume) : menu déroulant de sélection : Faces

