

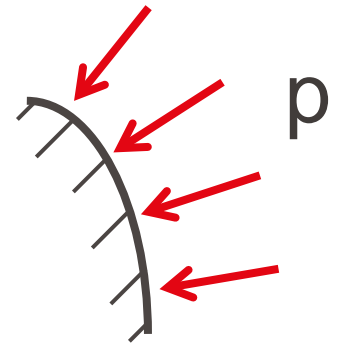
Symétrie & Conditions aux limites

**Modélisation et simulation
par éléments finis**

Chargements et CL #1 : chargements surfaciques

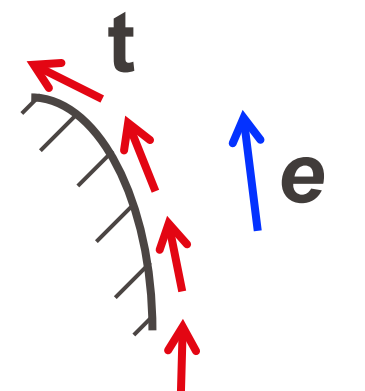
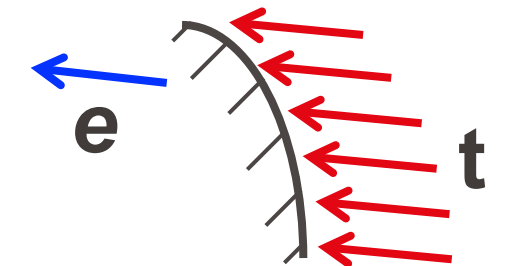
■ Pression :

- Unité : force/surface ($[N/m^2]=[Pa]$, $[N/mm^2]=[MPa]$...)
- Toujours NORMALE à la surface.
- Positive vers l'intérieur
- Distribution non-uniforme ("analytical field") possible.



■ Tractions surfaciques :

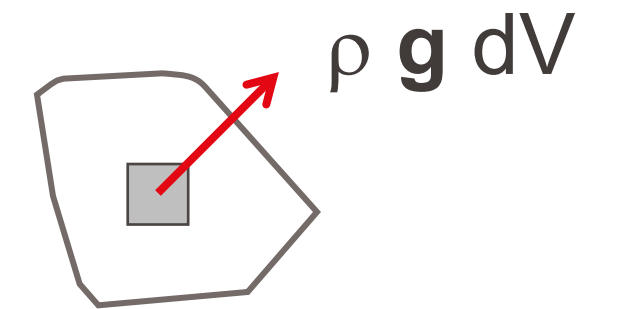
- Unité : force/surface ($[Pa]$, $[MPa]$...)
- Vecteur de contraintes orienté (orientation libre).
- Peut être non-uniforme ("analytical field").
- Abaqus : type "**general**", définir orientation, vecteur **e** et amplitude.
- Cas particulier : type "**shear**" pour cisaillement surfacique.
- Toujours TANGENT à la surface (ex. : frottement, couple distribué).
- Abaqus : définir orientation, vecteur **e** et amplitude.



Chargements et CL #2 : chargements volumiques

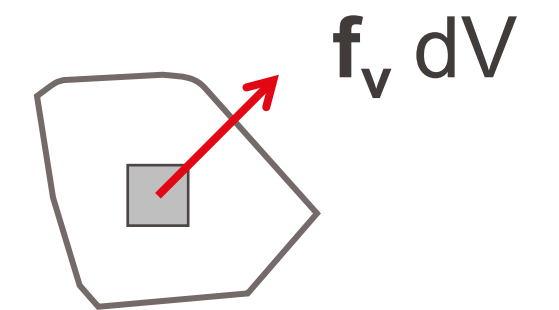
- **Gravité (ou autre accélération linéaire, par ex. repère mobile) :**

- Unité : accélération L/T^2 ($[m/s^2]$, $[mm/s^2]$...)
- Définit le vecteur accélération \mathbf{g} .
- Il faut définir la densité ρ (dans les propriétés des matériaux).



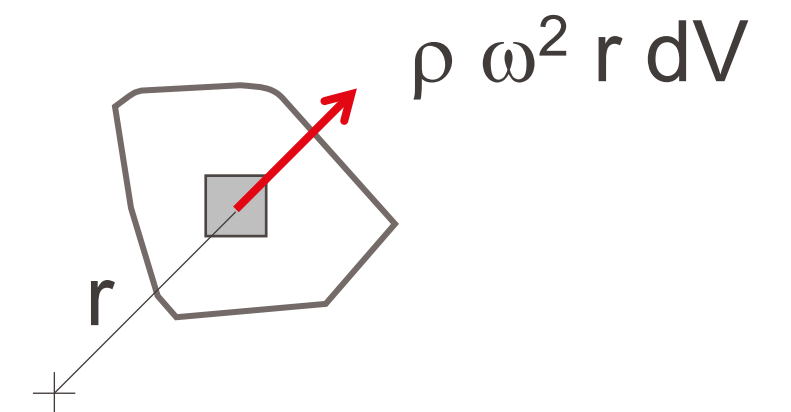
- **Force volumique linéaire :**

- Unité : force/volume $M/(L^2 T^2)$ ($[N/m^3]$, $[N/mm^3]$...)
- Définit la force volumique \mathbf{f}_v avec 3 composantes selon x, y, z .



- **Chargement centrifuge (force volumique rotationnelle) :**

- Type “centrifuge” : accélération centrifuge ;
Définie par axe de rotation (2 pts) et vitesse angulaire ω .
- Type “rotary acceleration” : définie par axe de rotation (2 pts)
et accélération $d\omega/dt$.



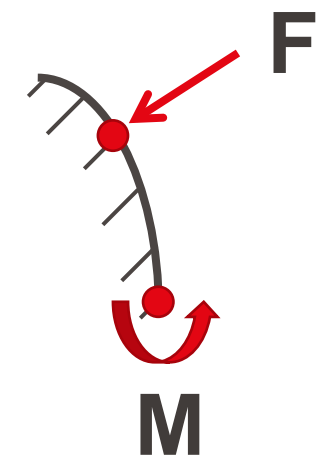
Chargements et CL #3 : chargements concentrés

- **Force concentrée :**

- Unité : force $M.L/T^2$ ([N]...)
- Seulement possible en un point (de la géométrie, ou de construction).
- Peut être combinée à un couplage pour distribuer une charge.

- **Moment :**

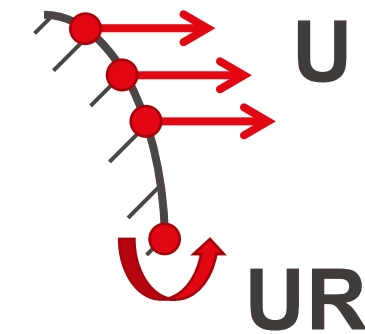
- Unité : force * longueur $M.L^2/T^2$ ([N.m], [N.mm]...)
- Seulement en un point lié à une coque, une poutre, ou un point de référence (couplage).



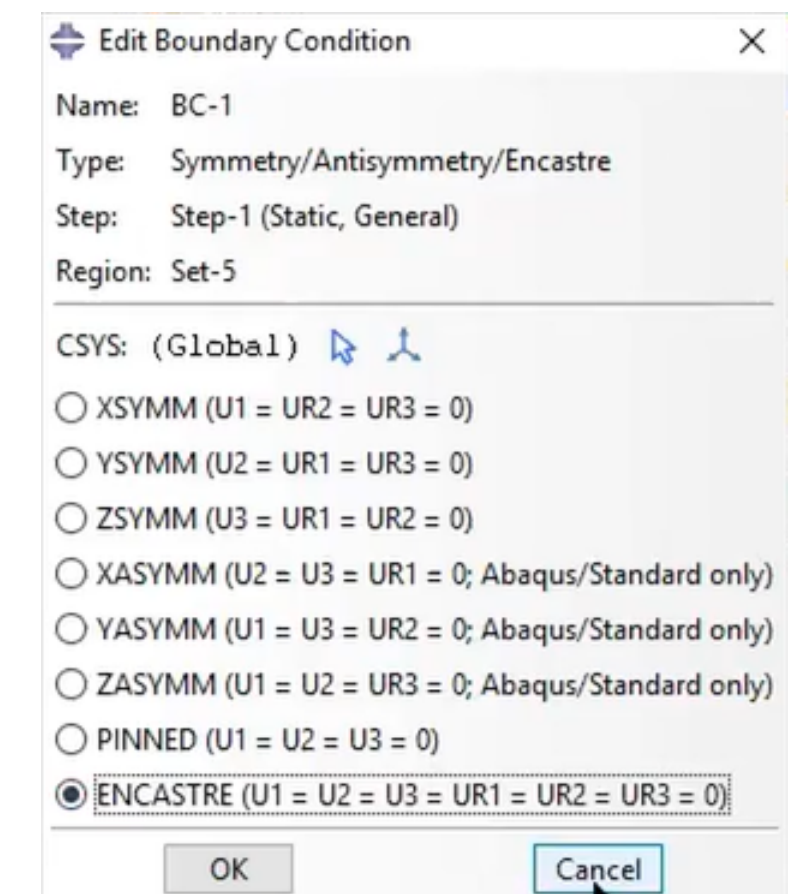
Chargements et CL #4 : CL en déplacement

■ Déplacement imposé :

- Unité : longueur ([m], [mm]...)
- Définit les composantes des déplacements U sur chaque nœud de la région.
- Peut être non-nul et non-uniforme.
- Peut utiliser système de coord. local (utile pour liaison glissante, pivot etc.).
- Rotations (UR) : seulement pour coques, poutres, et points de référence (sinon, pas de sens → simplement ignorées).



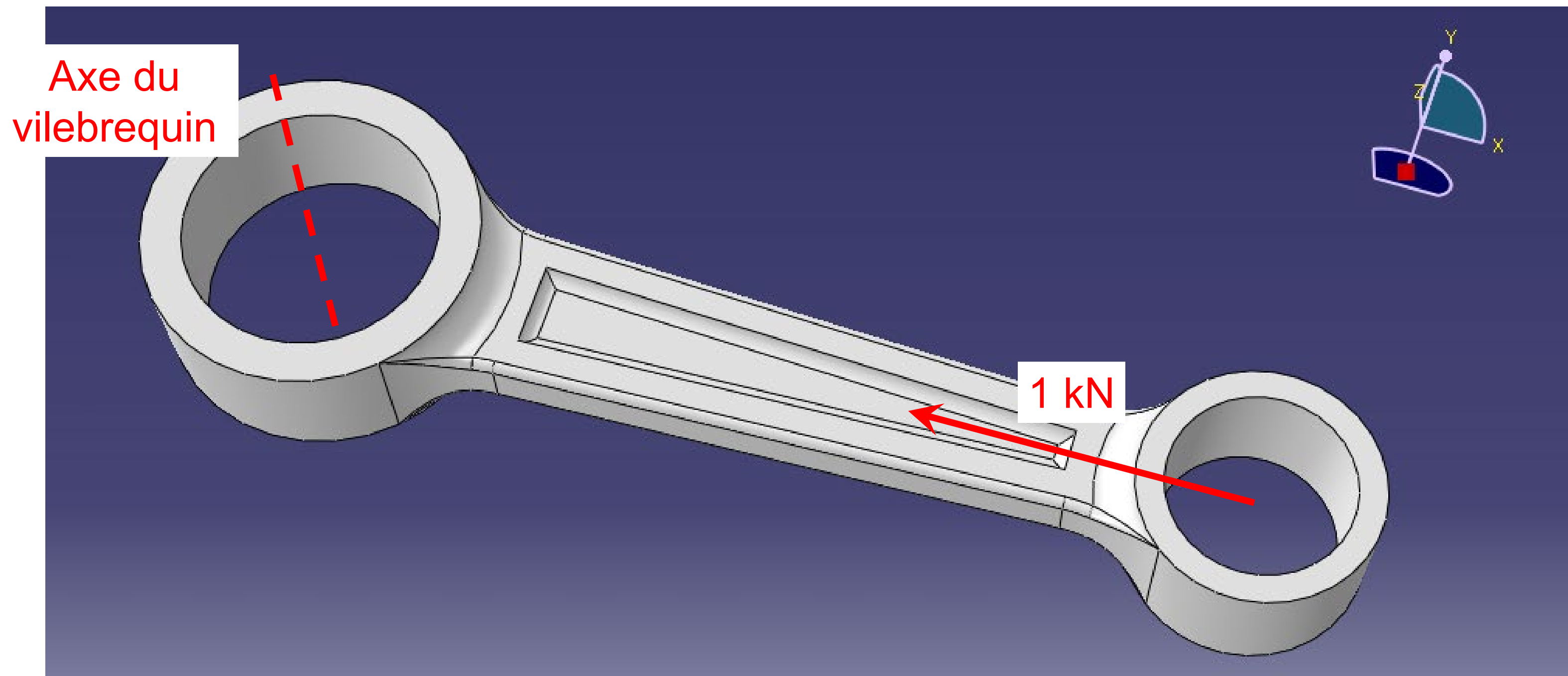
■ Symétries / encastrement : combinaisons prédéfinies de déplacement(s) nul(s). Pratiques mais pas indispensables.



- Note : en plus des chargements, il faut **toujours imposer des déplacements** pour éviter des "modes de corps rigide" (cf. slides suivants) !

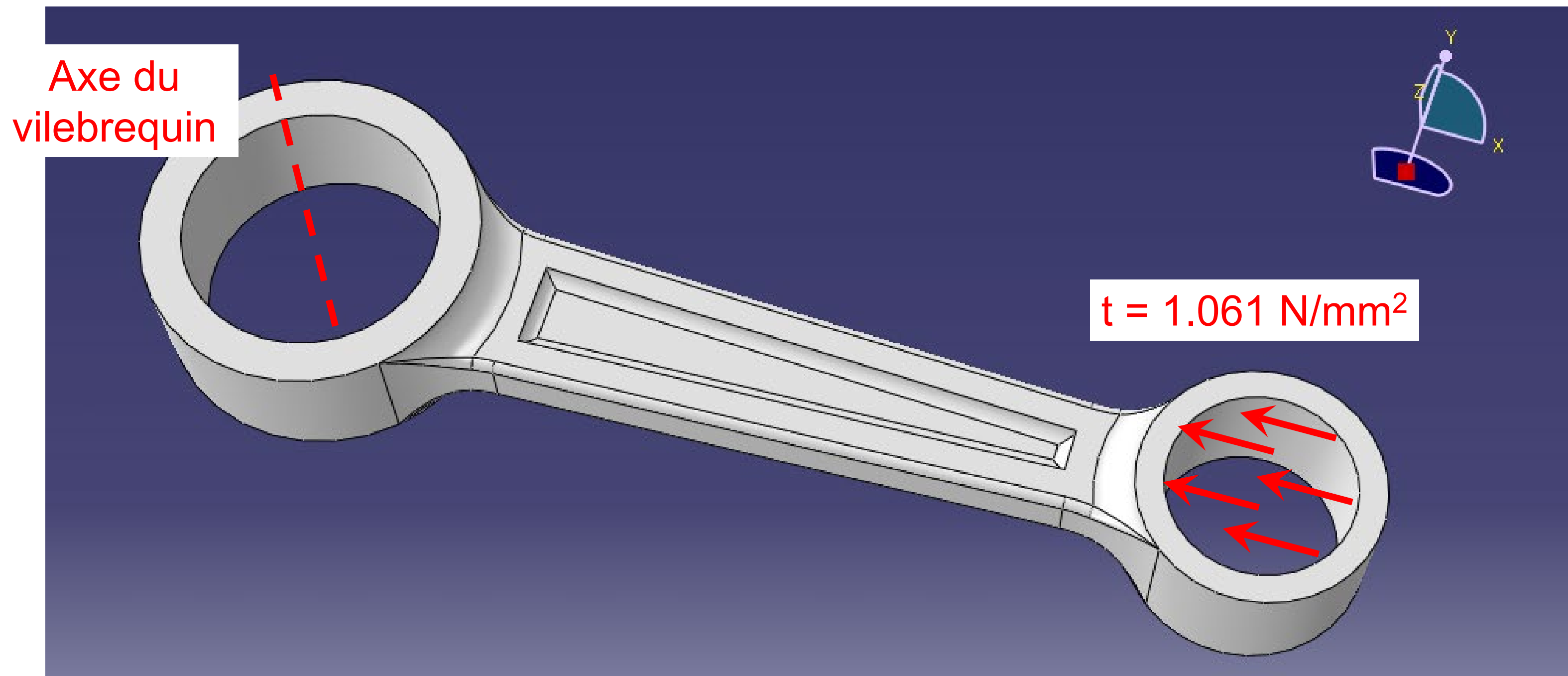
Interpréter / modéliser un cas de charge : exemple

- Bielle soumise à un chargement en compression de 1 kN selon son axe.
- Le vilebrequin est supposé infiniment rigide → peut uniquement glisser le long de la bielle.



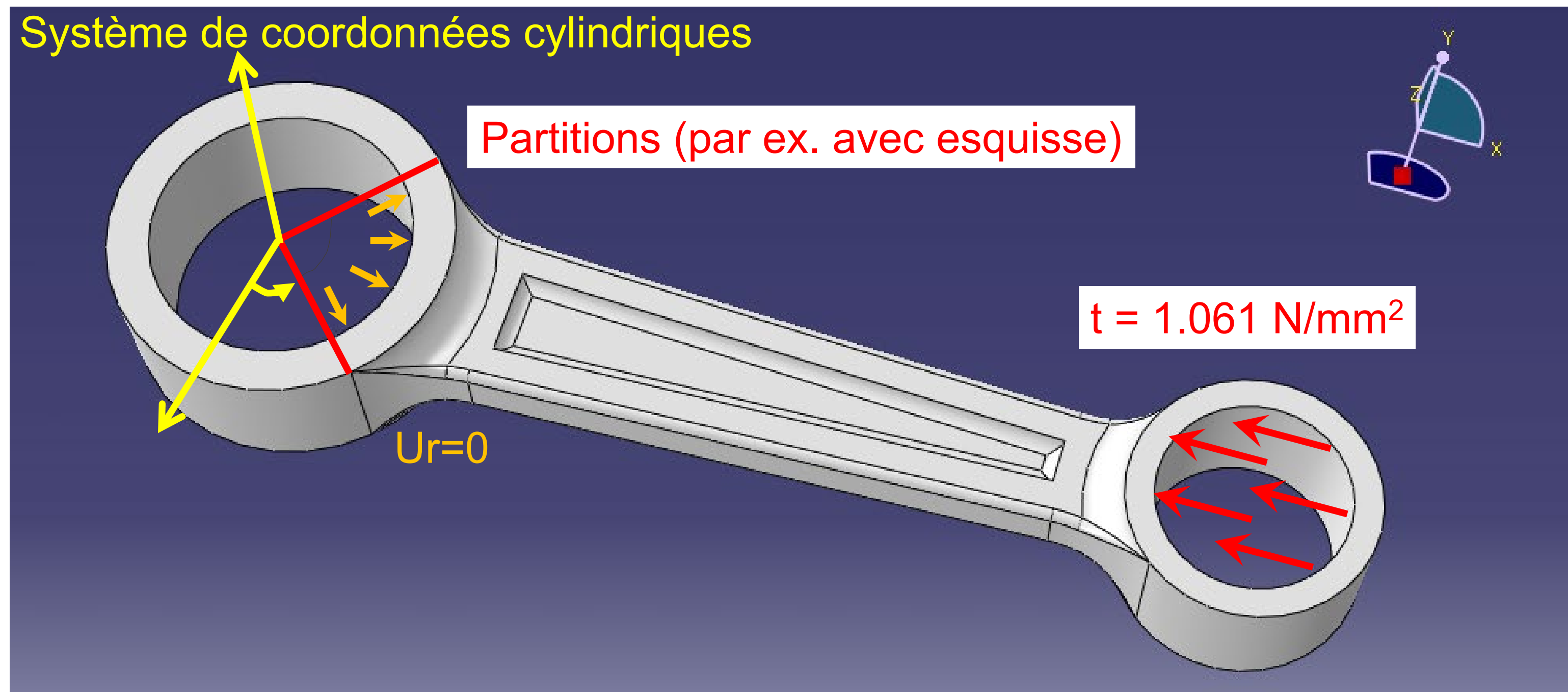
Interprétation / modélisation : étape 1

- On distribue le chargement : traction surfacique sur la surface intérieure
 - Direction : $(-1,0,0)$
 - Force = 1000 [N] ; aire surfacique = 942.5 [mm²]
 - Traction surfacique = $1000 / 942.5 = 1.061$ [N/mm²]



Interprétation / modélisation : étape 2

- Axe du vilebrequin indéformable dans la direction radiale \rightarrow définir système de coordonnées cylindriques ; imposer déplacement radial nul $U_r = U_1 = 0$.
- On suppose que la surface de contact couvre un secteur $\pm 45^\circ$ \rightarrow définir une partition de ce secteur.



Symétries

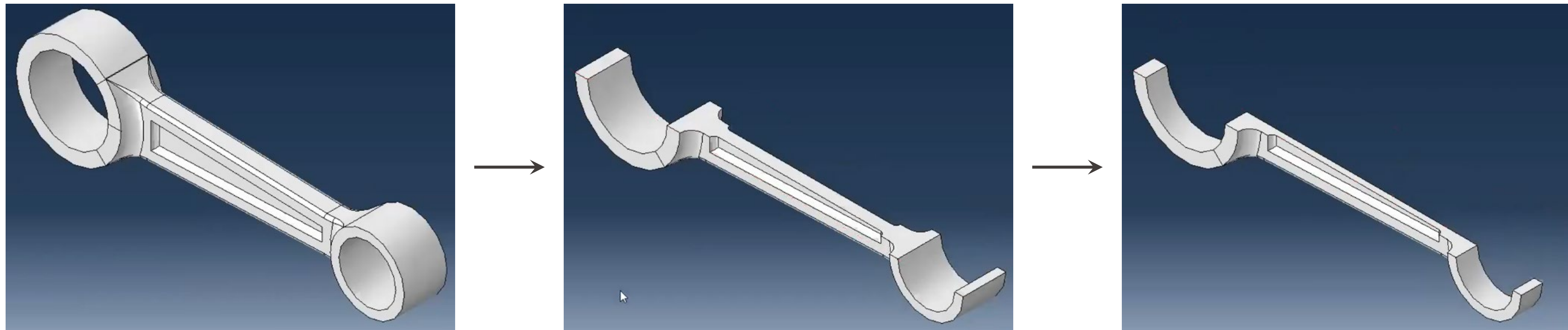
- Un modèle EF a une symétrie si et seulement si la géométrie, les matériaux et les chargements / CL ont tous la même symétrie !
- Les symétries permettent de :
 - Réduire la taille du modèle (→ coût plus faible) ou utiliser un maillage plus fin (meilleure précision).
 - Simplifier la définition de CL isostatiques (supprimer des modes rigides).
 - Réduire l'effort de post-traitement (visualisation plus simple).
 - Montrer à tout le monde que vous maîtrisez la modélisation EF ;-)
- Utiliser les symétries chaque fois que c'est possible !

Symétries

Pour modéliser des symétries :

1. Extraire la géométrie pertinente la plus petite possible avec des coupes.

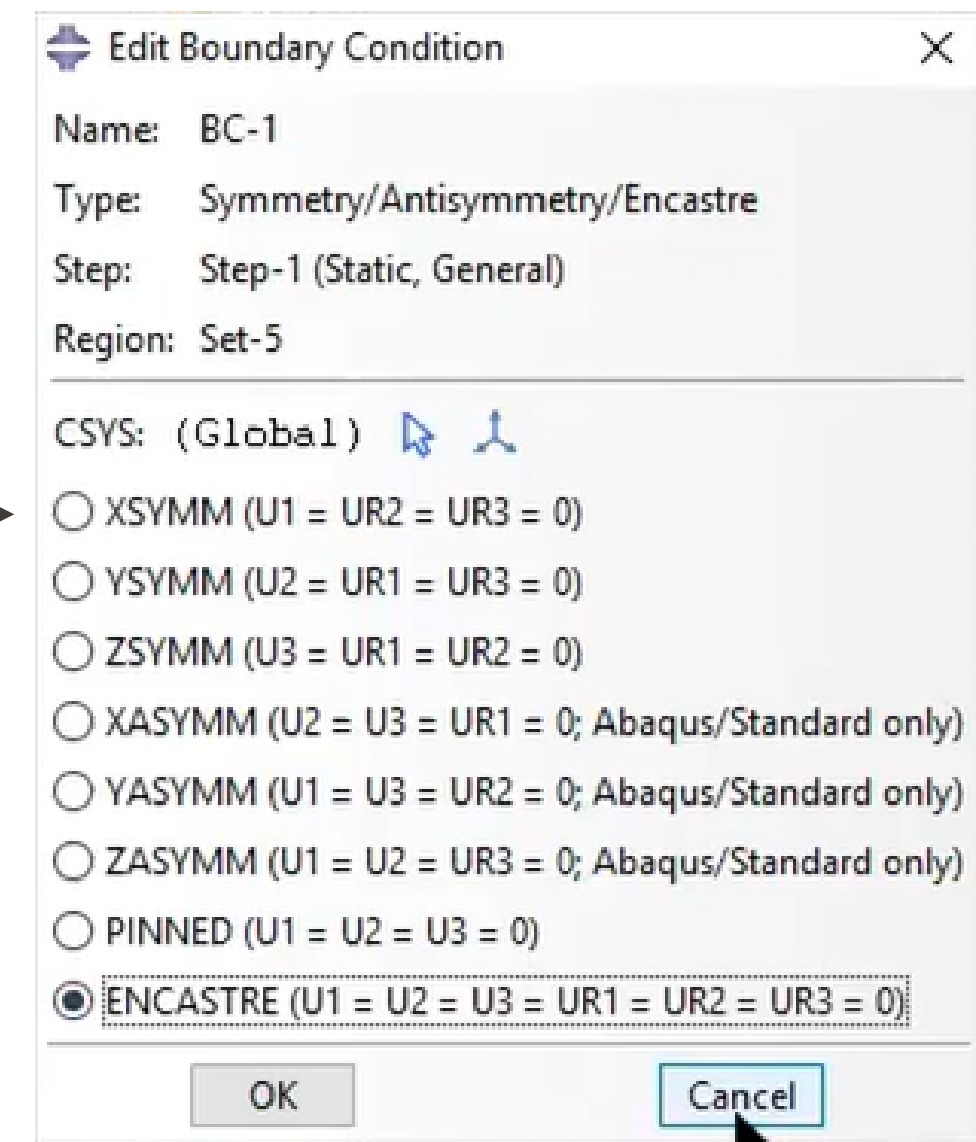
Exemple :



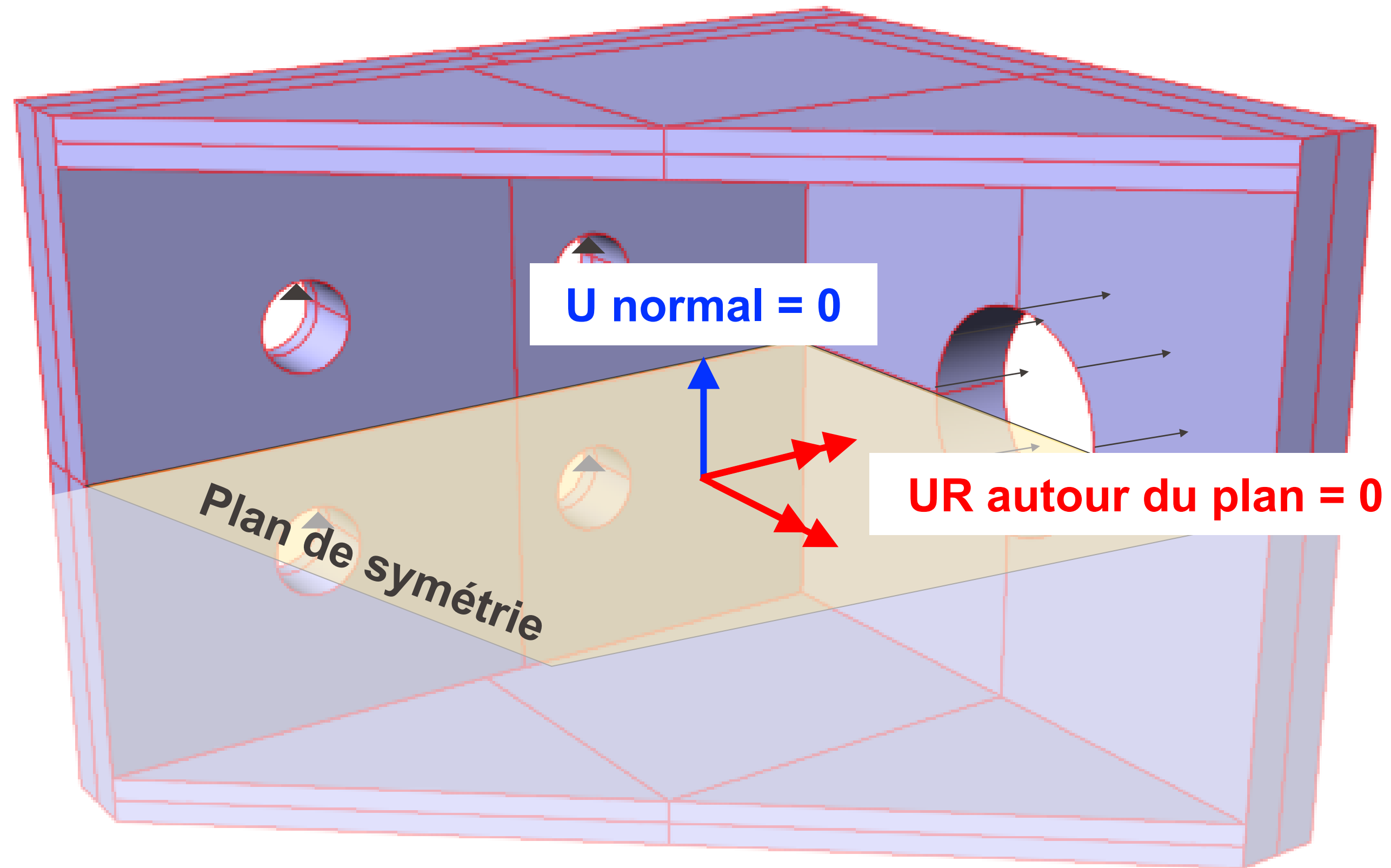
Symétries

Pour modéliser des symétries :

1. Extraire la géométrie pertinente la plus petite possible avec des coupes.
2. Imposer les CL correctes sur les plans de symétrie :
 - Pas de déplacement perpendiculaire au plan de symétrie.
 - Pas de rotations autour de 2 axes tangents au plan de symétrie (seulement coques / poutres).
 - Exemple : "X-symmetry" = symétrie par rapport au plan de normale X $\rightarrow U1 = UR2 = UR3 = 0$



Symétries : exemple



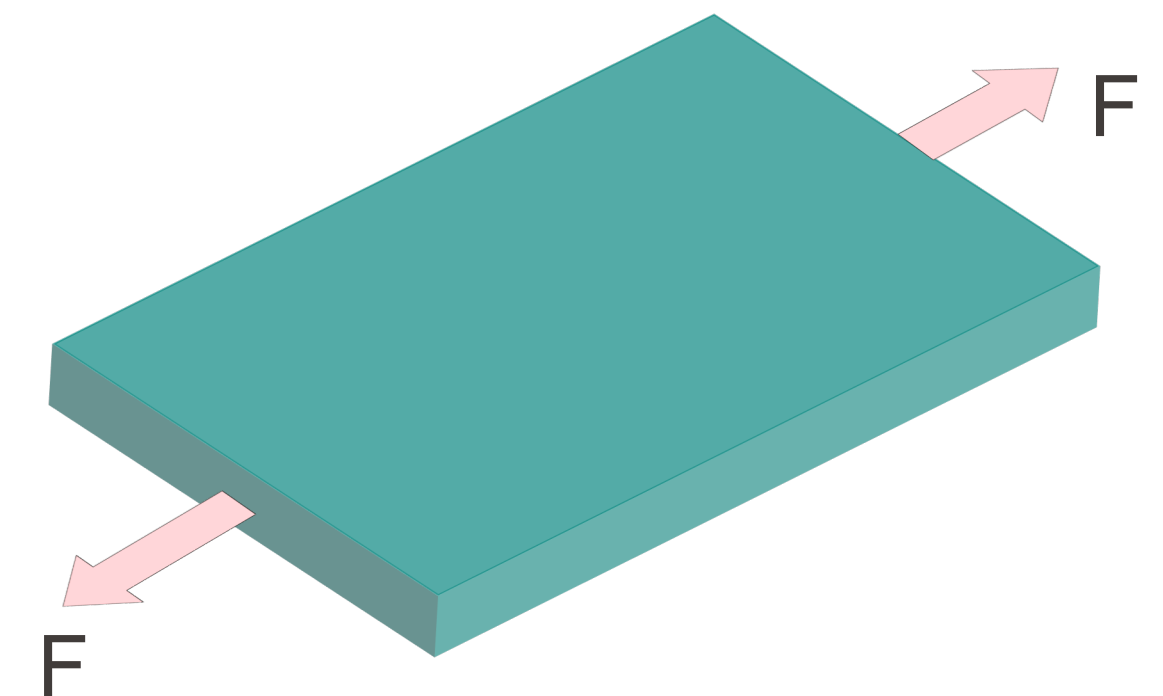
Modes de corps rigide

- En statique, des modes de corps rigide conduisent à une matrice de rigidité K singulière (non-inversible) \rightarrow on ne peut pas calculer la solution.
- Qu'est-ce qu'un mode rigide ?
 - Déplacement ou rotation \mathbf{u}_0 (ou combinaison déplacement + rotation) **sans déformation** ("en bloc") : $\nabla \mathbf{u}_0 = \mathbf{0}$.
 - Si pas assez de CL sur les déplacements, mode rigide \mathbf{u}_0 possible, en plus du déplacement \mathbf{u} qui découle des forces / tractions imposées :

$$\left. \begin{array}{ll} \nabla^T (\mathbf{C} \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{f} = \mathbf{0} & \Rightarrow \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{r} \\ \nabla^T (\mathbf{C} \nabla \mathbf{u}_0) = \mathbf{0} & \Rightarrow \mathbf{K} \mathbf{q}_0 = \mathbf{0} \end{array} \right\} \Rightarrow \mathbf{K}(\mathbf{q} + \alpha \mathbf{q}_0) = \mathbf{r}$$

K non-inversible

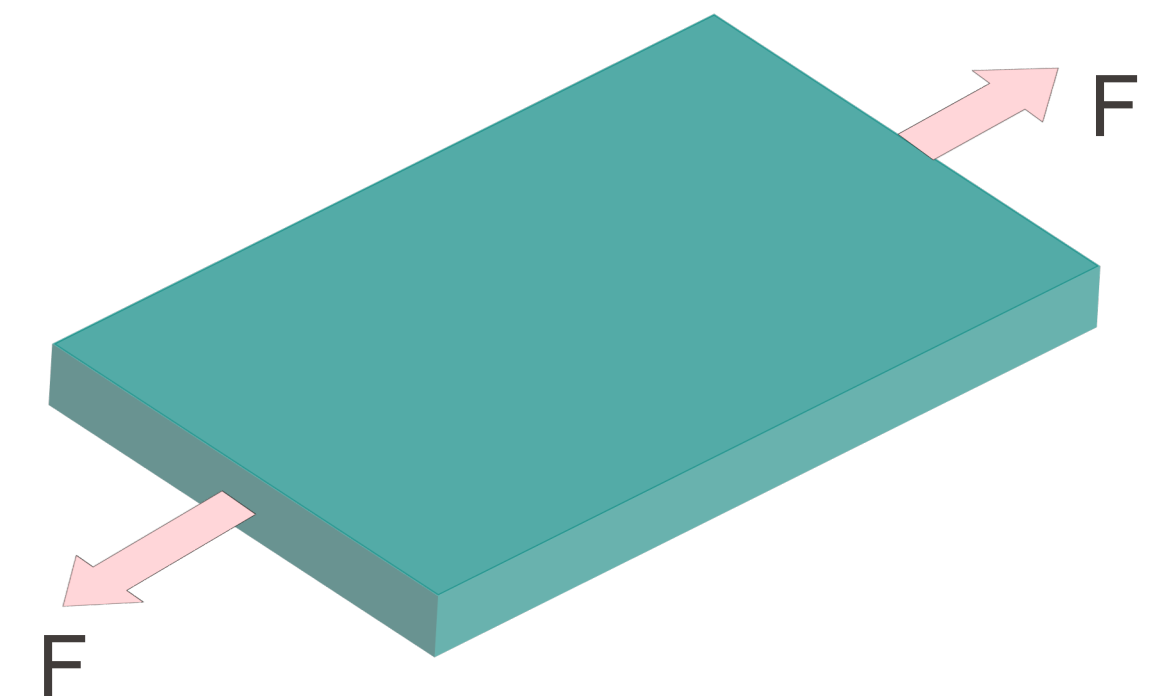
La solution n'est déterminée qu'à une "constante" $\alpha \mathbf{q}_0$ près.



Exemple : système en équilibre statique, mais sous-déterminé car 6 modes rigides possibles (3 translations + 3 rotations).

Modes de corps rigide

- En statique, des modes de corps rigide conduisent à une matrice de rigidité K singulière (non-inversible) → on ne peut pas calculer la solution.
- Il faut supprimer les 6 modes de corps rigide avec des conditions limites appropriées.
- 90 % des problèmes du type “*le solveur ne converge pas*” viennent de modes de corps rigide → toujours bien vérifier les CL.
- Pour ne pas introduire artificiellement de contraintes, il faut utiliser des CL isostatiques.

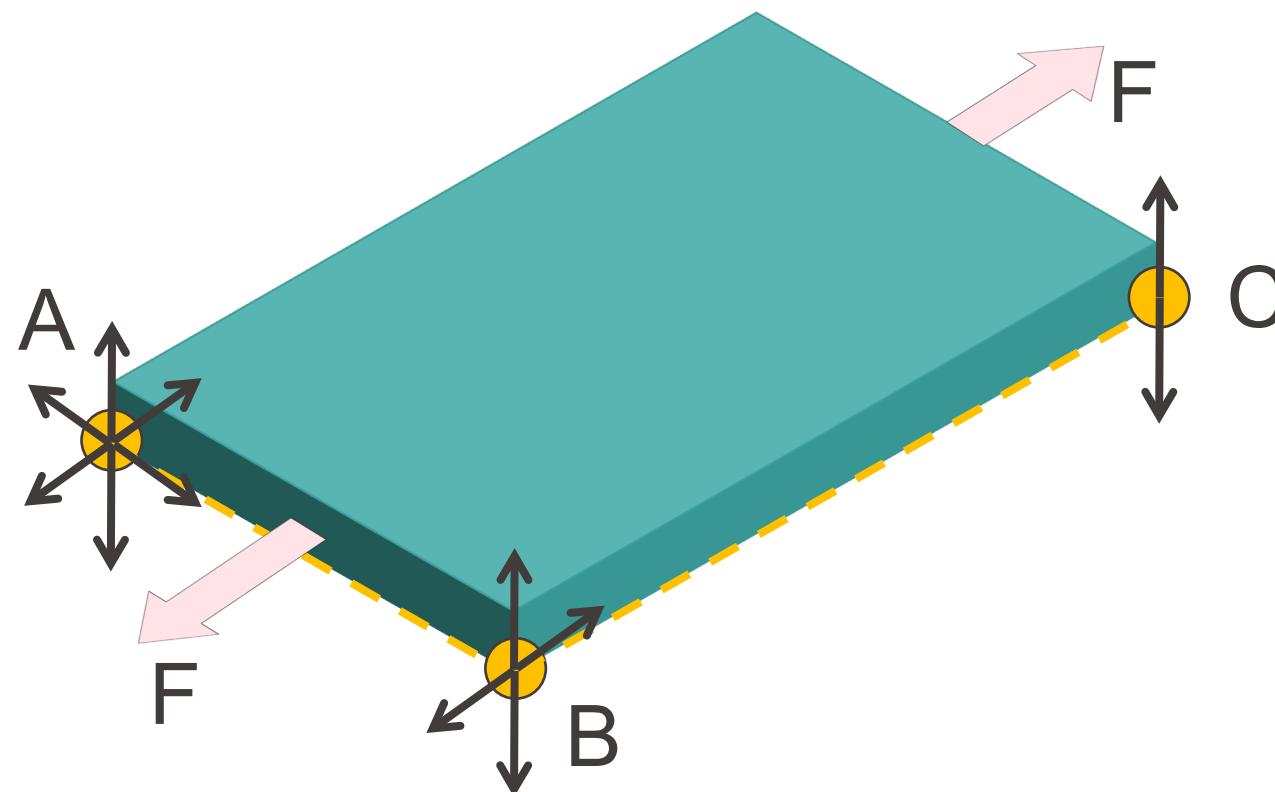


Exemple : système en équilibre statique, mais sous-déterminé car 6 modes rigides possibles (3 translations + 3 rotations).

Supprimer des modes de corps rigide : méthode 3-2-1

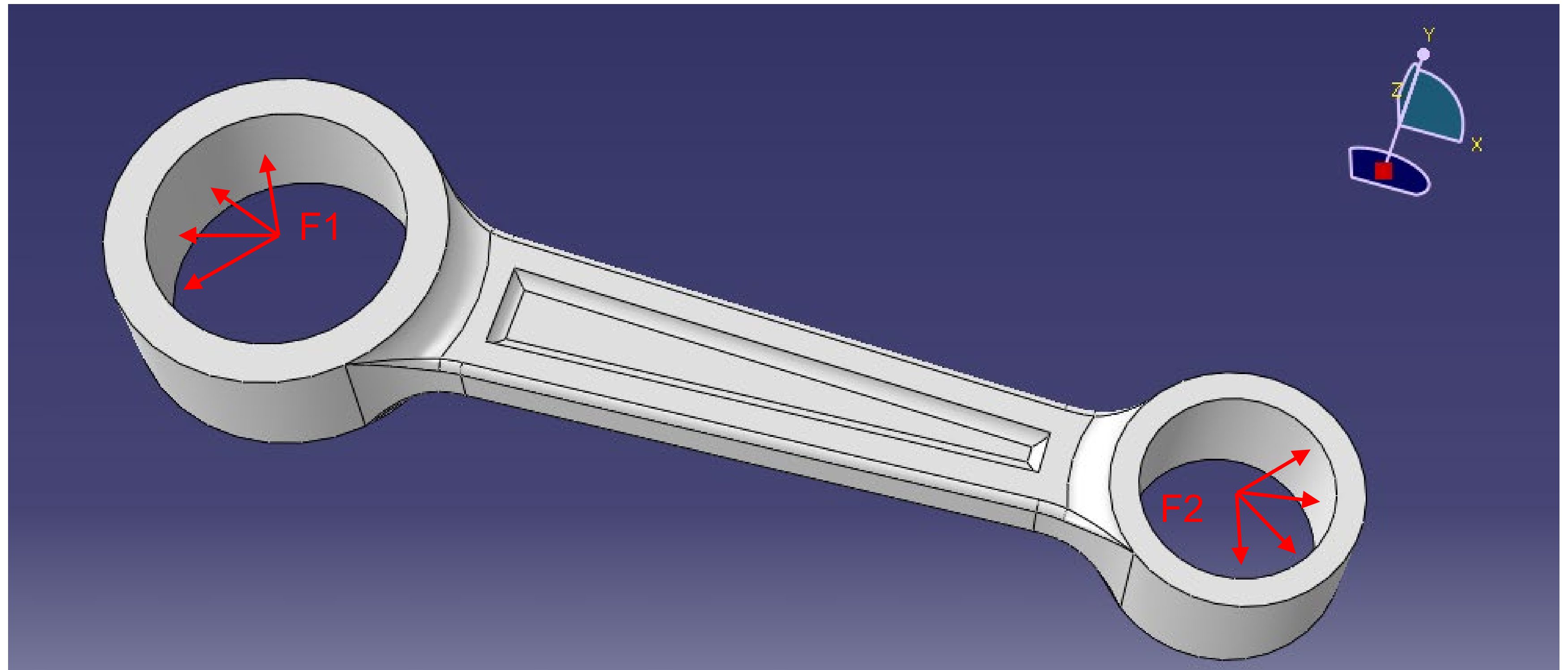
Méthode simple pour imposer des CL isostatiques (si nécessaire, et quand il n'y a pas de symétrie) :

- Sélectionner 3 points,
- 1^{er} point A : bloquer 3 déplacements → empêche toutes translations (→ *rotule*),
- 2^e point B : bloquer 2 déplacements perpendiculaires à la droite AB
→ empêche 2 rotations (→ *charnière*),
- 3^e point C : bloquer 1 déplacement perpendiculaire au plan ABC
→ empêche dernière rotation autour de AB (→ *appui isostatique*).



Supprimer des modes de corps rigide : méthode 3-2-1

- Exemple : charges en équilibre $F1 + F2 = 0$, mais on ne peut pas résoudre le système à cause de modes de corps rigide.



Supprimer des modes de corps rigide : méthode 3-2-1

- Exemple : charges en équilibre $F1 + F2 = 0$, mais on ne peut pas résoudre le système à cause de modes de corps rigide.

Non-convergence :

Message typique (ici 6 modes rigides \leftrightarrow matrice de rigidité déficiente de rang 6) :

Job-1 Monitor

Job: Job-1 Status: Aborted

Step	Increment	Att	Severe Discon Iter	Equil Iter	Total Iter	Total Time/Freq	Step Time/LPF	Time/LPF Inc
1	1	1U	0	6	6	0	0	1
1	1	2U	0	6	6	0	0	0.25
1	1	3U	0	6	6	0	0	0.0625
1	1	4U	0	6	6	0	0	0.015625
1	1	5U	0	6	6	0	0	0.00390625

Log ! Errors ! Warnings Output Data File **Message File** Status File

```

***WARNING: SOLVER PROBLEM. NUMERICAL SINGULARITY WHEN PROCESSING NODE
BIELE-1.306 D.O.F. 3 RATIO = 7.54262E+09.

***WARNING: SOLVER PROBLEM. NUMERICAL SINGULARITY WHEN PROCESSING NODE
BIELE-1.178 D.O.F. 2 RATIO = 474.429E+09.

***WARNING: SOLVER PROBLEM. NUMERICAL SINGULARITY WHEN PROCESSING NODE
BIELE-1.178 D.O.F. 3 RATIO = 9.40467E+12.

***WARNING: SOLVER PROBLEM. NUMERICAL SINGULARITY WHEN PROCESSING NODE
BIELE-1.166 D.O.F. 1 RATIO = 19.1353E+12.

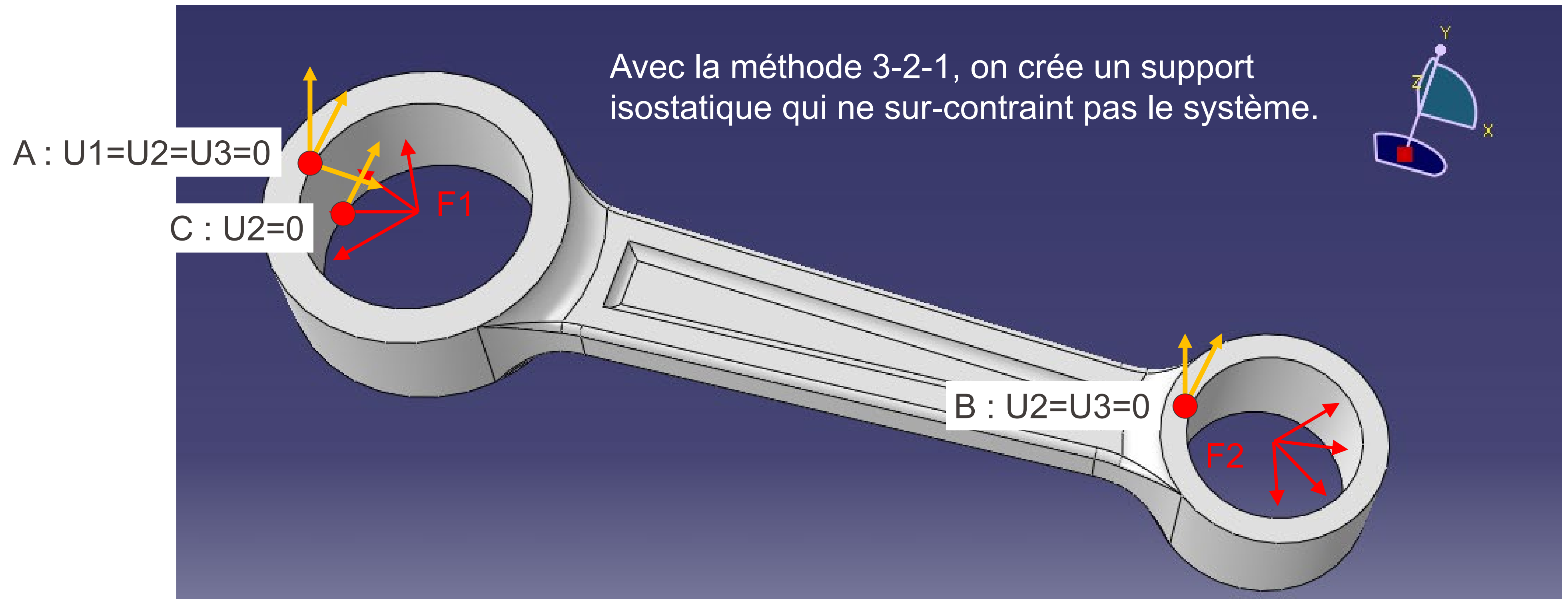
***WARNING: SOLVER PROBLEM. NUMERICAL SINGULARITY WHEN PROCESSING NODE
BIELE-1.166 D.O.F. 2 RATIO = 1.33989E+12.

***WARNING: SOLVER PROBLEM. NUMERICAL SINGULARITY WHEN PROCESSING NODE
BIELE-1.166 D.O.F. 3 RATIO = 58.4518E+12.

```

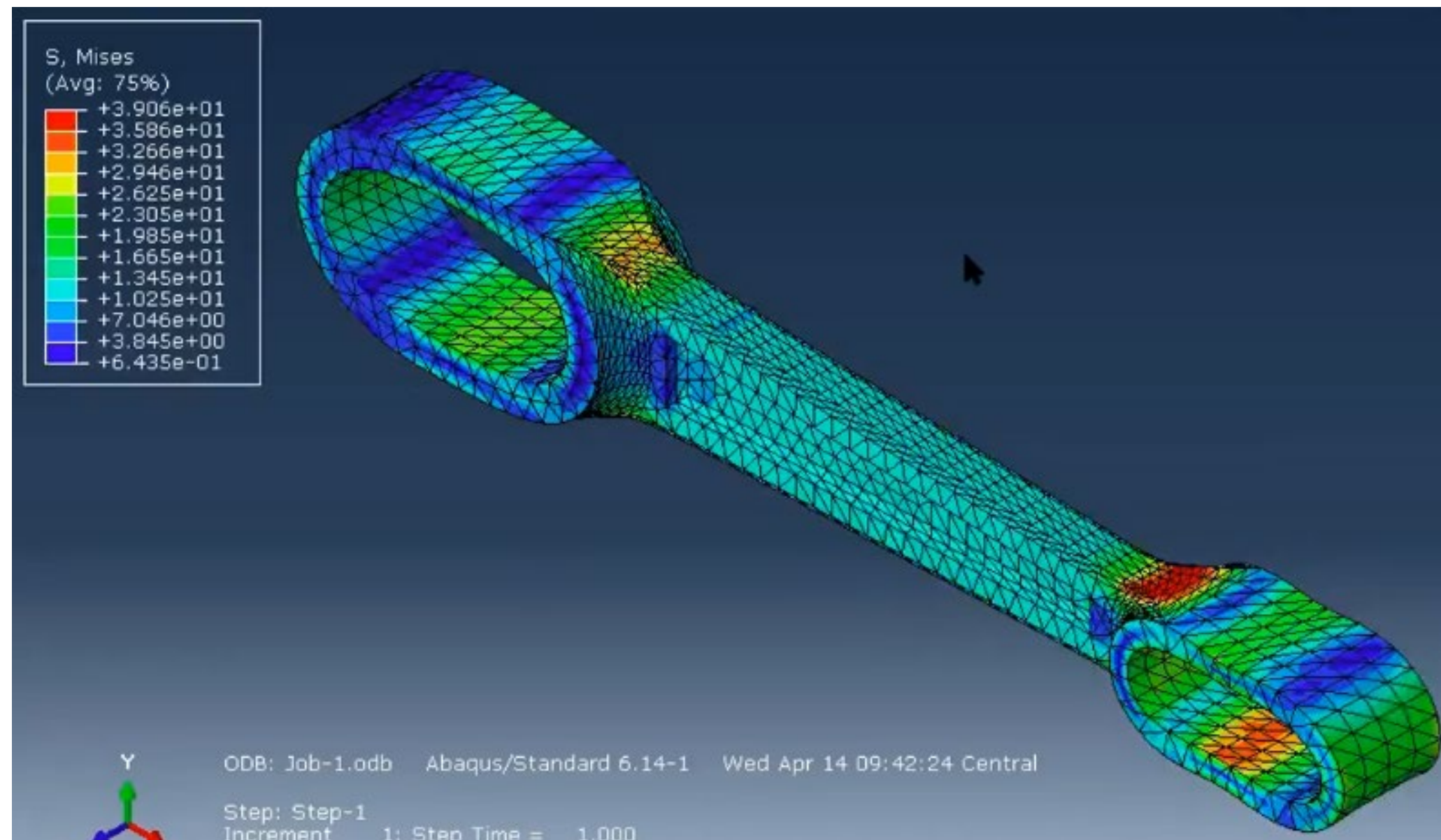
Supprimer des modes de corps rigide : méthode 3-2-1

- Exemple : charges en équilibre $F1 + F2 = 0$, mais on ne peut pas résoudre le système à cause de modes de corps rigide.

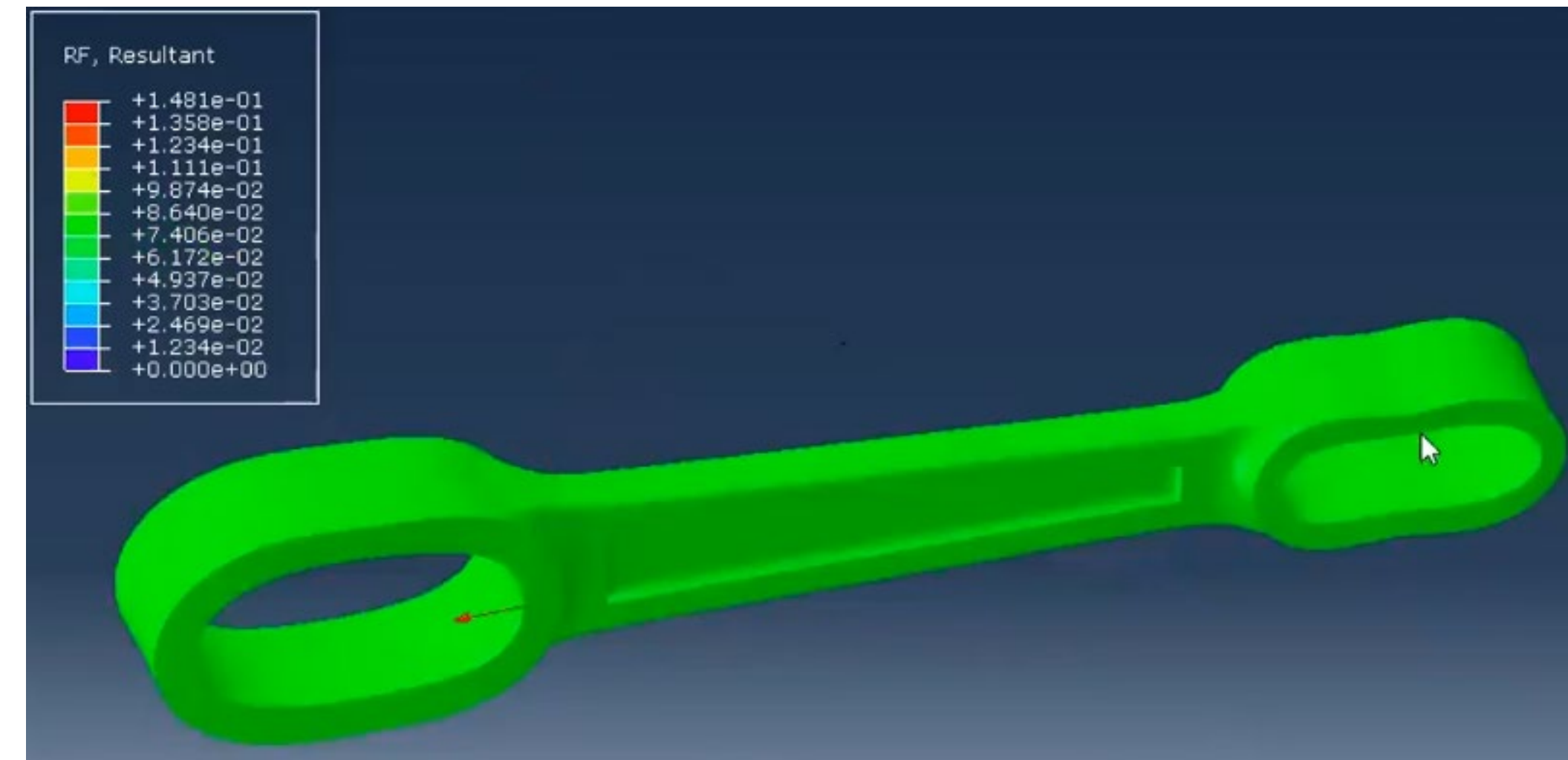


Supprimer des modes de corps rigide : méthode 3-2-1

- Résultats avec appui isostatique :



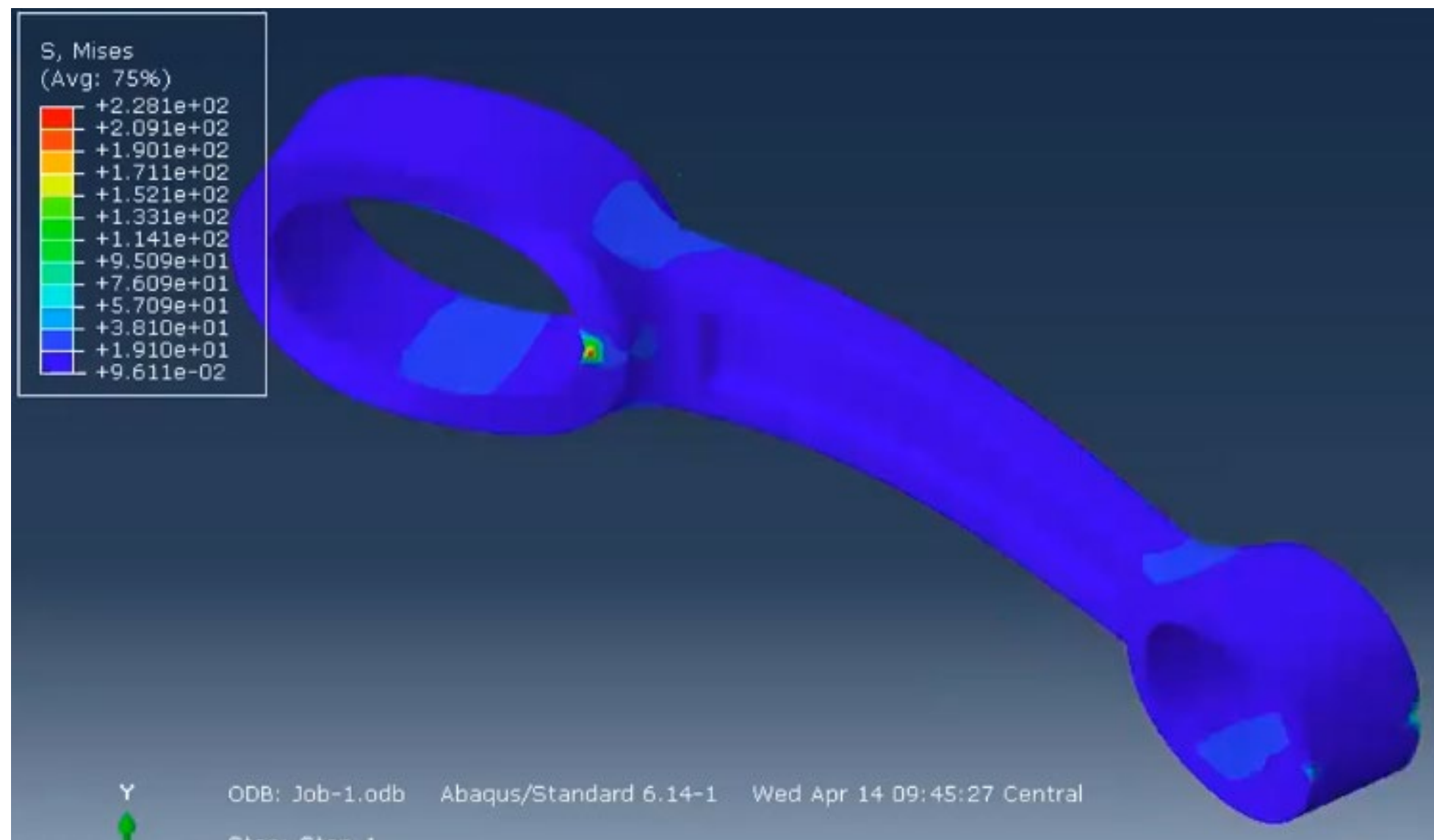
Déformée et contraintes cohérentes
(symétrie, valeurs, etc.).



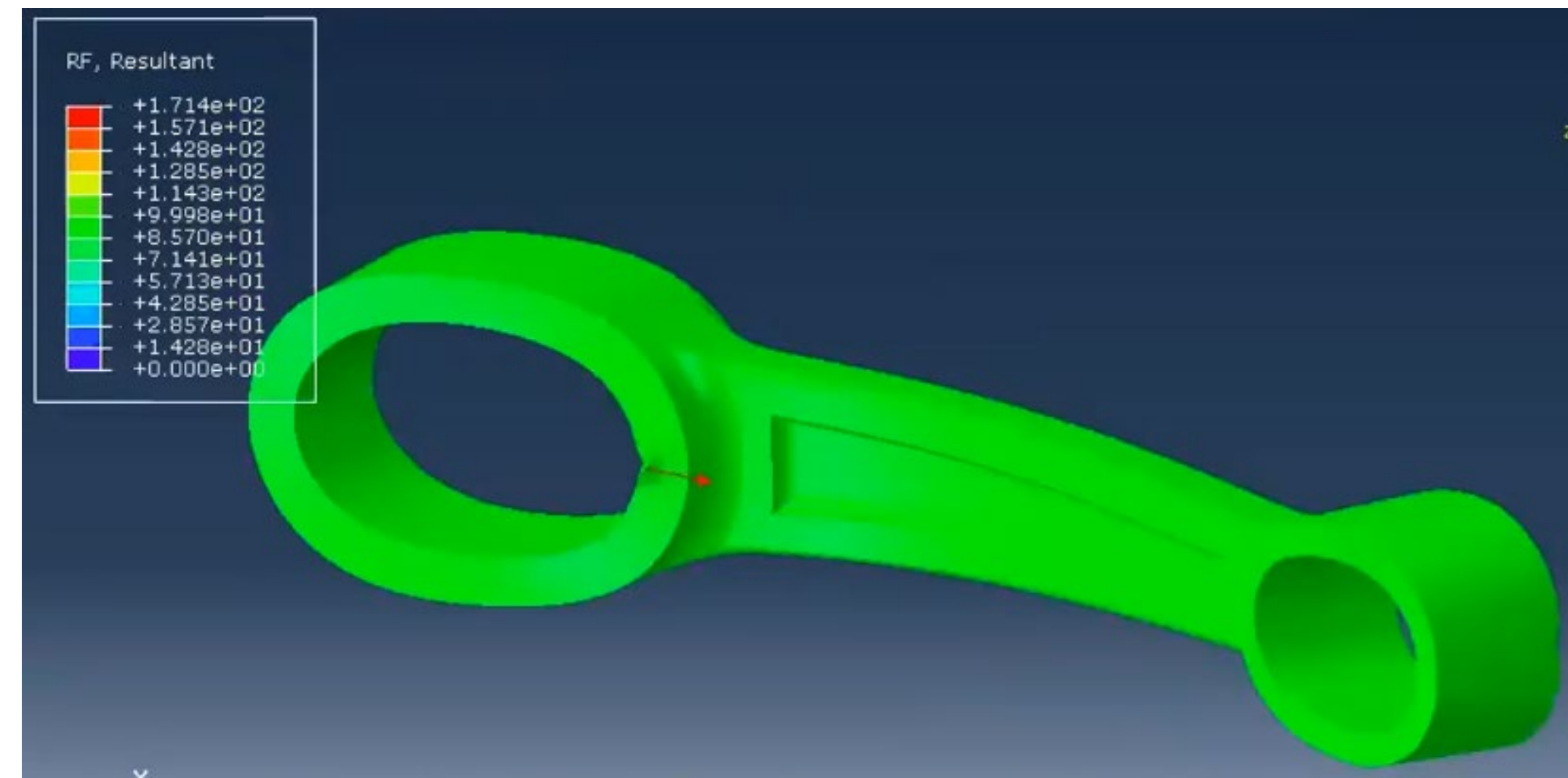
Pas de forces de réaction aux points de
l'appui (0.15 N négligeable par rapport
aux 1000 N imposés).

Supprimer des modes de corps rigide : méthode 3-2-1

- Résultats avec appui hyperstatique (encastrement complet aux 3 points) :



Déformée cohérente avec appui hyperstatique. Concentrations de contraintes aux points de l'appui.

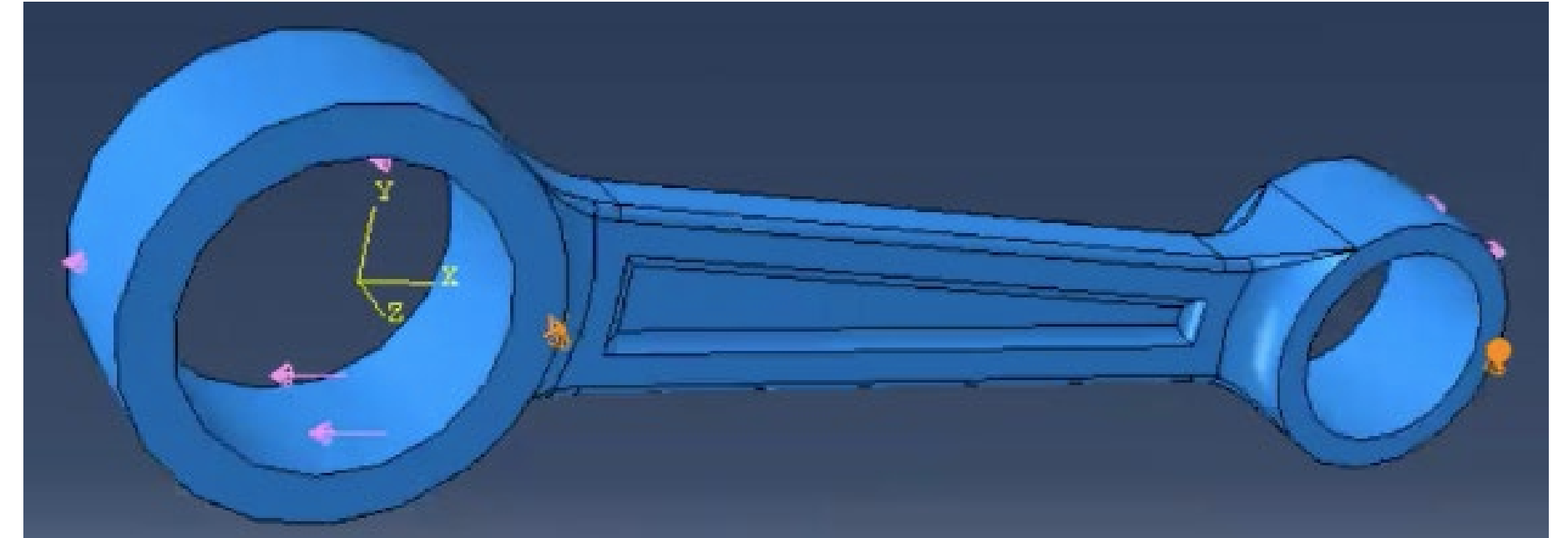


Forces de réaction importantes aux points de l'appui (170 N).

Démo, tutoriel et exercice

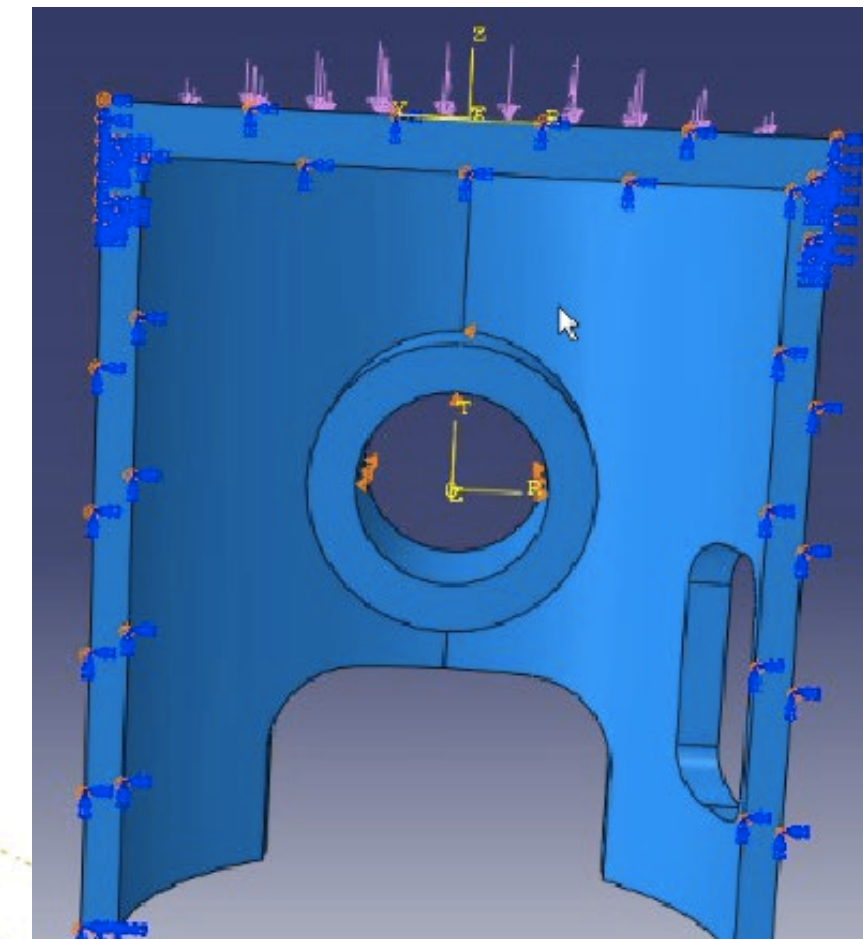
■ Démo (bielle)

- Partitions pour appliquer chargements
- Traction surfaciques
- Modes de corps rigide
- Méthode 3-2-1 pour CL isostatiques



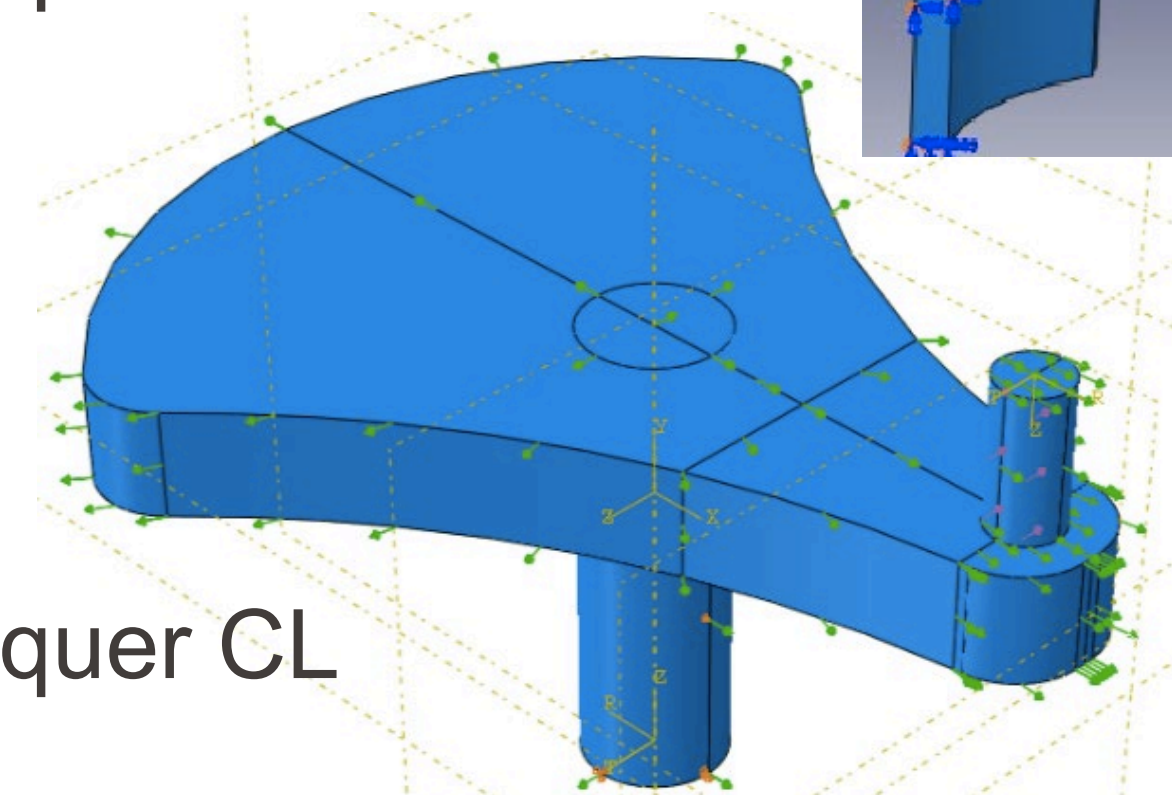
■ Tutoriel (piston)

- Symétries
- Système de coordonnées cylindriques pour appliquer CL
- Chargements non-uniformes



■ Exo 6 (vilebrequin / maneton)

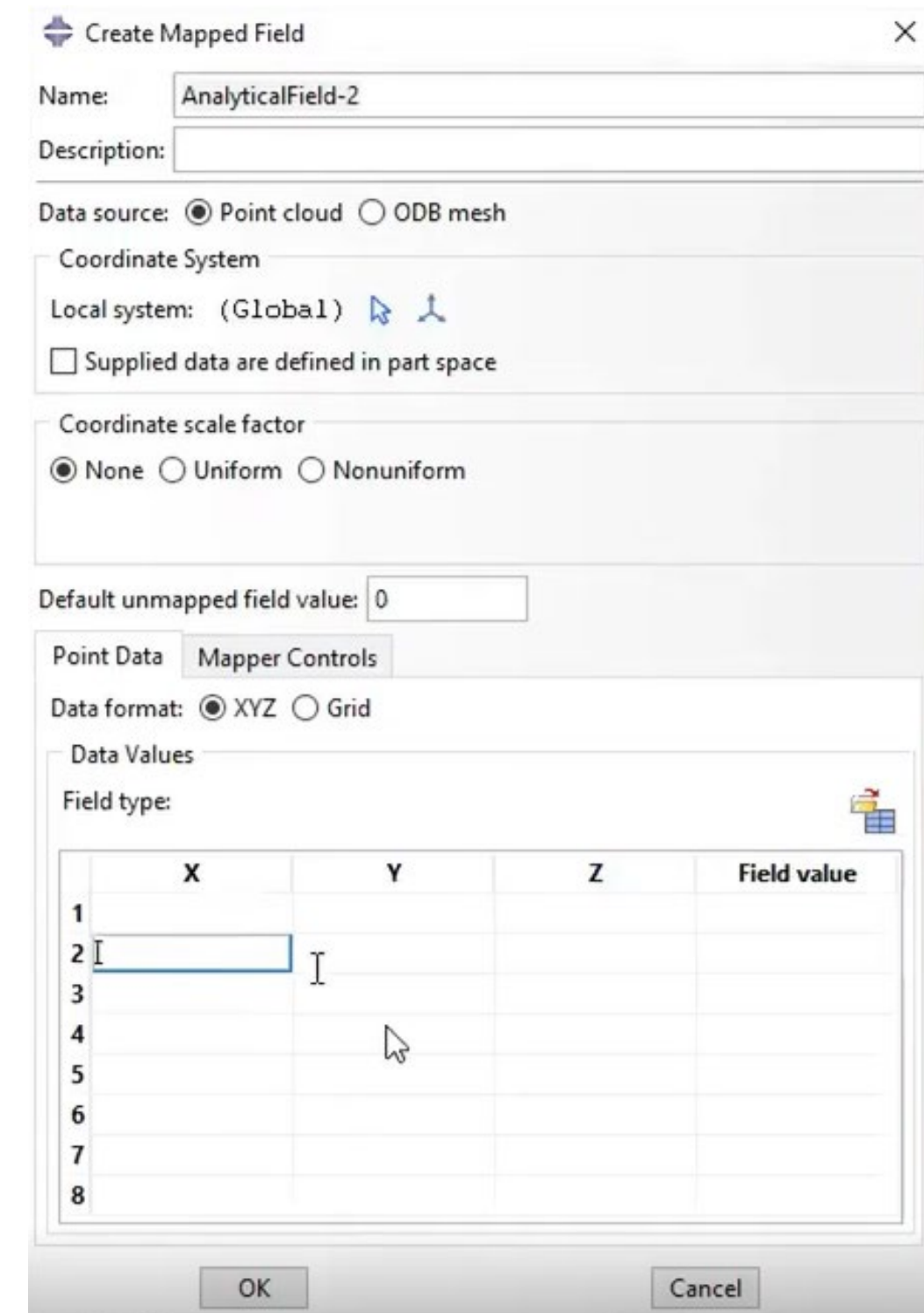
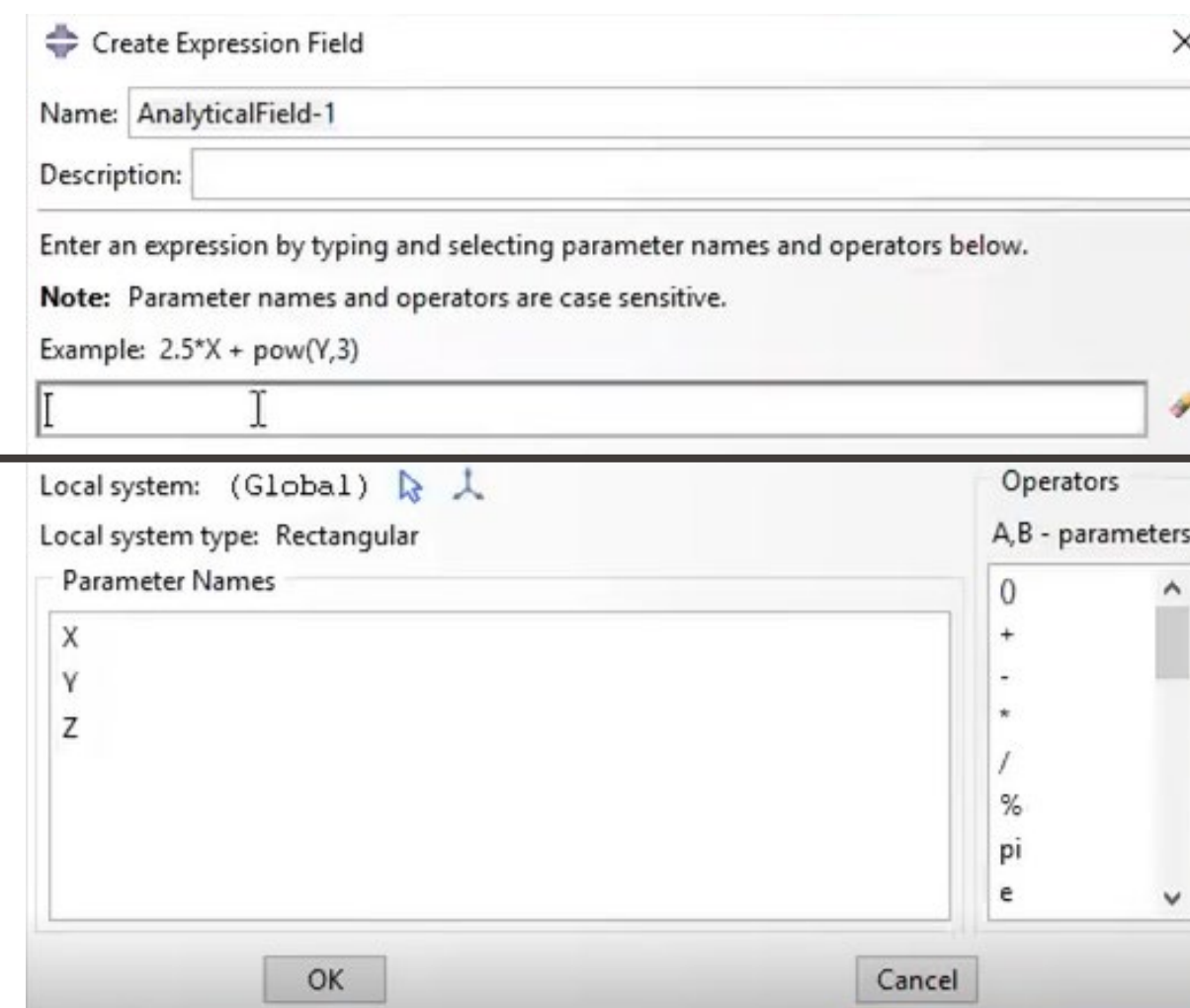
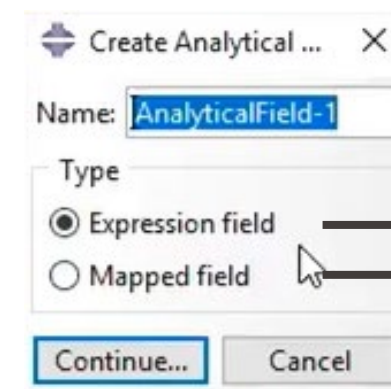
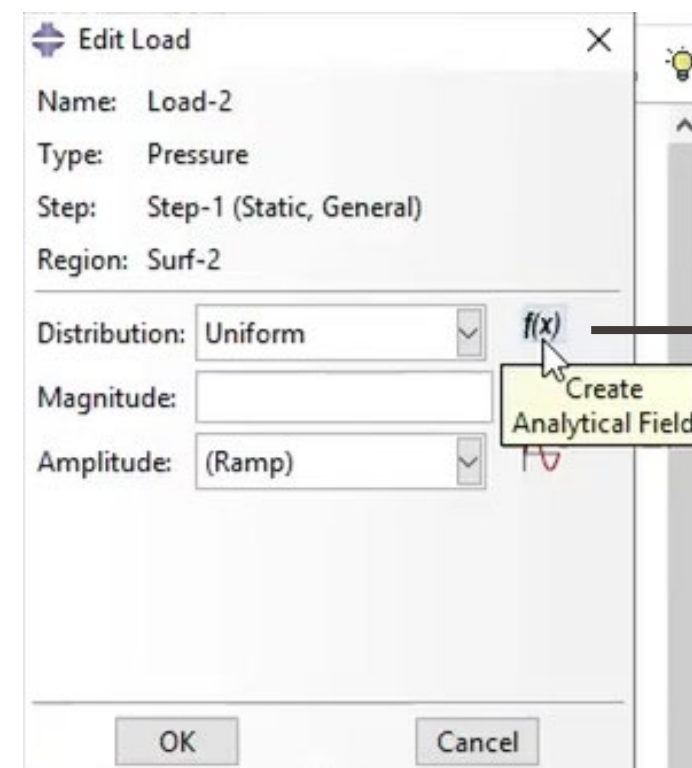
- Symétries
- Système de coordonnées cylindriques pour appliquer CL



Annexe : définition de champs non-uniformes

Analytical fields :

- **Expression field** : expression des coordonnées, par ex. $f(x,y,z)$ ou $f(r,\theta,z)$.
- **Mapped field** : liste de coordonnées et valeurs (à définir à la main ou en important un fichier), par ex. $x_1, y_1, z_1, f_1,$
 $x_2, y_2, z_2, f_2,$
 $x_3, y_3, z_3, f_3,$
...



(Pour modifier un champ déjà créé :
Tools → Analytical Field → Edit)

Annexe : mesure d'une aire

- Tools → Query → Mass properties
- Menu déroulant inférieur : Select geometric regions
- Pour pouvoir sélectionner une face (pas un volume) : menu déroulant de sélection : Faces

