METHODES DE DISCRETISATION EN FLUIDES
M.A. Habisreutinger
Jeudi 21 mars 2024

Laboratoire II

1 Equation d'advection-diffusion

On considère le problème aux limites

$$\begin{cases} -\nu\, \partial_{xx}^2 u + \mathrm{c}\, \partial_x u = 0, \quad x \in \Omega = (0,1), \\ u(0) = 0,\ u(1) = 1, \end{cases} \tag{1}$$

avec ν le coefficient de diffusion, c la vitesse d'advection, et dont la solution exacte est

$$u(x) = \frac{\exp\left(\frac{\mathrm{c}x}{\nu}\right) - 1}{\exp\left(\frac{\mathrm{c}}{\nu}\right) - 1} = \frac{\exp\left(\frac{\mathrm{c}}{\nu}(x-1)\right) - \exp\left(-\frac{\mathrm{c}}{\nu}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\mathrm{c}}{\nu}\right)}. \tag{2}$$

1. Résoudre ce problème à l'aide du code de départ Matlab `Lab02.m` qui est à disposition sur le site web du cours.
2. Vérifier numériquement que l'approximation aux différences finies centrée du second ordre pour les deux termes conduit à des oscillations d'origine numérique lorsque le nombre de Péclet local

$$\widehat{\mathrm{Pe}} = \frac{\mathrm{c}h}{2\nu} > 1. \tag{3}$$

3. Implémenter la méthode *Upwind* du premier ordre pour garantir la monotonicité de la solution.
4. Pour ces deux méthodes, tracer l'erreur par rapport à la solution exacte en fonction du Péclet local.
5. Comparer ensuite ces deux méthodes à une approche *Upwind* du second ordre.