

Série I

1 Relations de dispersion

On considère l'équation des ondes

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$

1. Etablir la relation de dispersion pour cette équation.
2. Déterminer la vitesse de phase.
3. Commenter et interpréter les différences par rapport à l'équation d'advection $\partial_t u + c \partial_x u = 0$.

2 Algèbre linéaire

On considère la matrice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ +1 & +2 & +1 \\ +1 & 0 & +3 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer les valeurs et vecteurs propres de \mathbf{A} .
2. Déterminer la matrice des vecteurs propres \mathbf{V} qui diagonalise \mathbf{A} , c'est-à-dire telle que

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{V}$$

soit diagonale, avec $[\mathbf{\Lambda}]_{ij} = \lambda_i \delta_{ij}$.