Examen de Mécanique des fluides compressibles – 3h

NOM :

Partie 1 : Connaissances Générales

Répondre « Vrai » ou « Faux » et justifier/commenter brièvement si nécessaire

Barême : Réponse juste : 1.5 pt ; Réponse fausse : 0 pt ;

Total max : 36 pts

Sans documents, sans calculatrices

30 minutes max

1. Une onde de Mach :

a. existe en écoulement subsonique et en écoulement supersonique. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

b. a une pente qui est une fonction unique du nombre de Mach. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

c. est également appelée caractéristique de Riemann. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

2. Dans le cas d'un écoulement isentrope :

a. quand la température augmente, la masse volumique augmente. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

b. le nombre de Mach peut prendre n'importe quelle valeur. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

c. la pression totale est invariante. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

3. Quand un écoulement <u>subsonique</u> entre dans une tuyère convergente-divergente :

a. l'écoulement peut devenir supersonique dans la partie convergente. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

b. l'écoulement est toujours supersonique dans la partie divergente. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

c. un choc droit peut apparaître dans le divergent. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

d. le débit ne dépend que des conditions de réservoir. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

e. la pression est toujours inférieure à la pression du réservoir même avec une onde de choc dans la tuyère. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

f. le nombre de Mach au col est toujours égal à 1. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

4. Un choc droit dans un gaz parfait:

a. se déplace toujours à une vitesse supérieure à la vitesse du son du gaz au repos qu'elle traverse. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

b. génère des conditions en aval qui dépendent du rapport des chaleurs spécifiques γ (pour le même nombre de Mach en amont). VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

c. est le seul moyen d'augmenter la température d'un gaz. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

d. peut avoir des ondes de Mach de part et d'autre (en amont et en aval). VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

e. augmente la pression totale. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

5. Un choc oblique :

a. est moins intense qu'un choc droit pour un même nombre de Mach. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

b. peut être un choc droit si on se déplace le long du choc. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

c. ne change pas la vitesse tangentielle (au choc) de l'écoulement. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

d. n'a qu'une seule solution pour un nombre de Mach donné en amont. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

6. Un écoulement de Prandtl-Meyer:

a. peut exister dans un écoulement subsonique. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

b. préserve la température totale, mais fait chuter la pression totale. VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

c. détend toujours l'écoulement (réduit la pression). VRAI FAUX
Justification/Commentaire :

Examen de Mécanique des fluides compressibles – 3h

NOM :

Partie 2 : Exercices

Barême :

Ex 1: 28 pts ; Ex 2 : 18 pts, Ex 3 : 18 pts

Total max : 64 pts.

Documents (formulaire, tables) distribués

Jusqu'à 11h15 max

1. Soufflerie supersonique en écoulement permanent

Genève a développé un nouveau concept de soufflerie supersonique en régime permanent, permettant d'avoir des températures totales relativement élevées.

En 1931, le Suisse Jakob Ackeret, professeur à l'ETHZ, qui a baptisé le nombre de Mach, a construit la première soufflerie supersonique à régime continu, en circuit fermé. Jusque là, les souffleries supersoniques étaient dites à rafales (blowdown) : un réservoir était pressurisé et une vanne d'ouverture permettait de libérer les gaz dans une tuyère, jusqu'à épuisement du gaz dans le réservoir.

Paradoxalement, il ne reste plus de souffleries supersoniques à régime permanent en Suisse. La dernière se trouvait à l'EPFL jusqu'en 2008. Dans le monde, il reste quelques souffleries supersoniques à régime permanent, des vestiges de la recherche du siècle dernier.

La raison principale est que ces souffleries demandent des équipements onéreux (la soufflerie de l'EPFL avait un compresseur de 5 mégawatt) et sont dites « froides » ou à basse enthalpie, avec des températures totales de l'ordre de la température ambiante, alors que dans la plupart des cas (avion supersonique, rentrée atmosphérique,…) les températures totales sont bien au-dessus de la température ambiante à cause de la vitesse du véhicule.

Le concept de Genève est une soufflerie supersonique de taille millimétrique. Typiquement, le diamètre de la tuyère est de l'ordre du millimètre. La section peut être soit rectangulaire soit circulaire. La soufflerie est le jet libre en sortie, au point de fonctionnement de la tuyère.

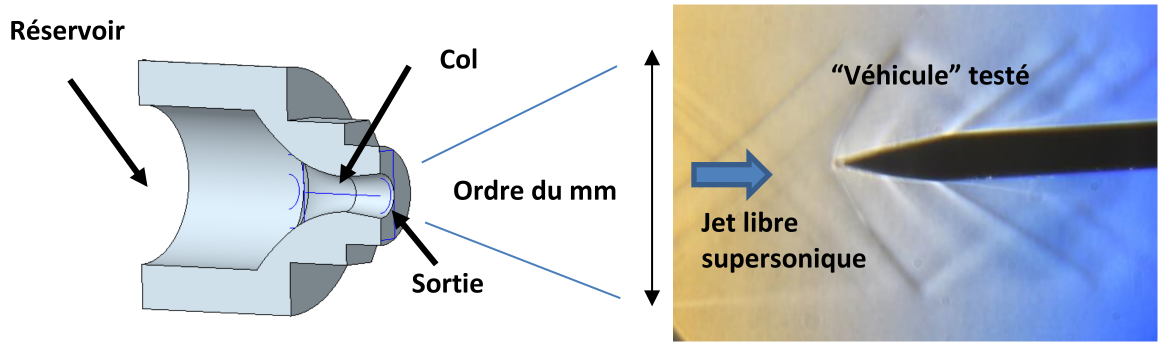


Figure 1 : : Tuyère millimétrique par impression 3D.

Cette soufflerie peut être alimentée soit par le réseau d'air comprimé ou par des bouteilles de gaz (hélium, azote, oxygène etc.). La visualisation se fait par un système Schlieren microscopique (le jet supersonique est de l'ordre du millimètre !).

a. Pour un véhicule volant à Mach 2 dans de l'air à une altitude où la température est de 220 K, trouver la température totale du système (qui doit donc être reproduite dans une soufflerie).

b. Evaluer le nombre de Reynolds de ce véhicule volant à 70 km d'altitude, où la pression atmosphérique est de 4.6 Pa (!), pour une longueur caractéristique de 1 m (on parle alors de « Reynolds par mètre »). Le nombre de Reynolds est donné par :

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$$

où ρ est la masse volumique, V la vitesse, L la longueur caractéristique, et μ la viscosité dynamique. La viscosité dynamique d'un gaz varie en fonction de la température T (en kelvin) selon la loi :

$$\mu = \frac{a.T^{3/2}}{T+b}$$

où a et b sont des constantes. Pour l'air, a = 1.458×10^{-6} kg/(m.s.$K^{1/2}$) et b = 110.4 K.

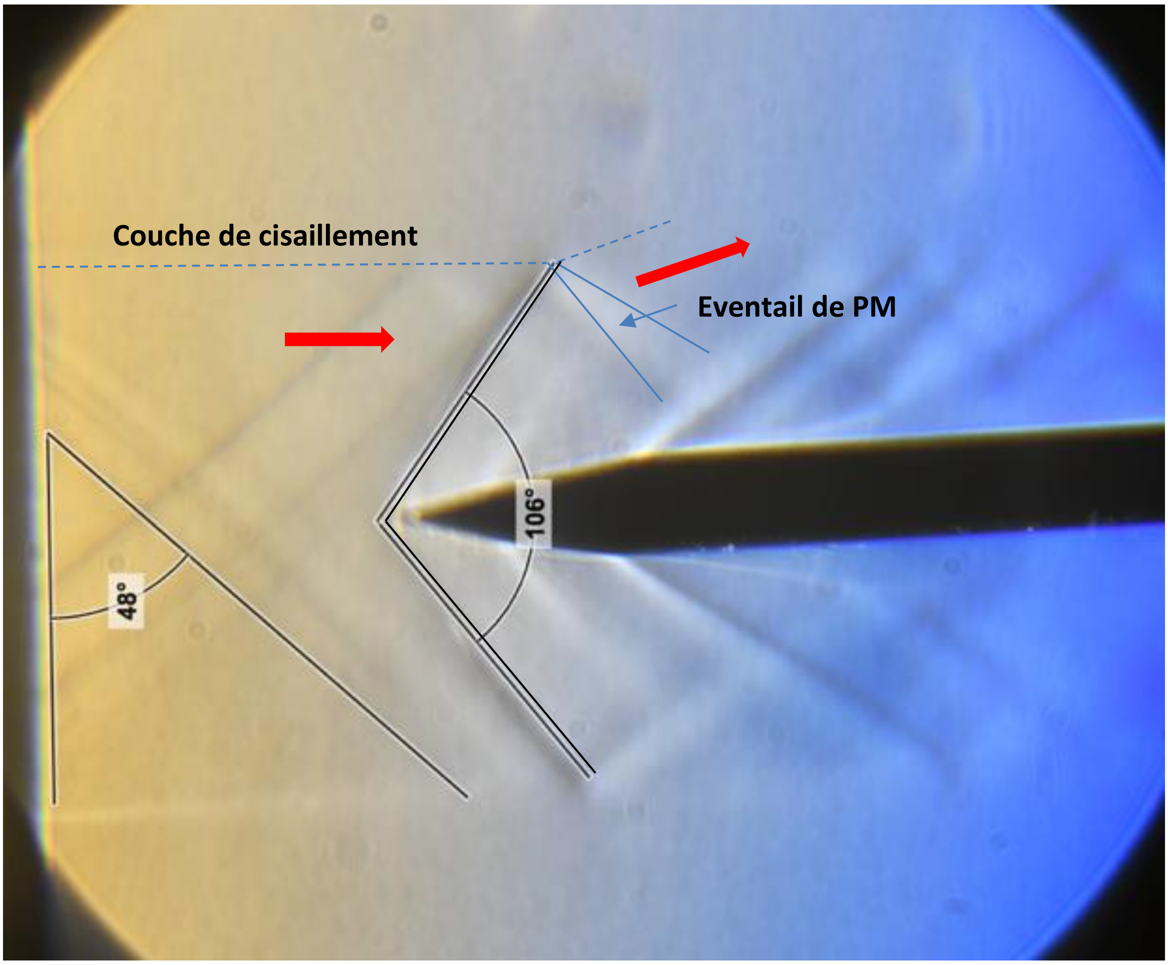
c. Pour la soufflerie de laboratoire, évaluer la pression de réservoir (donc dans la bouteille de gaz ou le réseau industriel) nécessaire pour atteindre Mach 2, afin d'avoir un jet supersonique en sortie <u>au point de fonctionnement</u> et à pression atmosphérique (jet libre) au niveau du sol. Que devient la pression de réservoir si on utilise un gaz monoatomique (hélium) ou triatomique (gaz carbonique) ?

d. Si on utilise de l'air, évaluer la température de réservoir nécessaire pour avoir en sortie de soufflerie une température de 220 K et Mach 2 (au point de fonctionnement).

e. Pour une tuyère avec un col d'aire égale à 1 mm^2, évaluer l'aire de sortie (au point de fonctionnement).

f. **Similitude de Reynolds** Evaluer le nombre de « Reynolds par mètre » en sortie de tuyère (au point de fonctionnement). Pour une longueur caractéristique de 1 mm (au lieu de 1 m) pour un modèle de test, évaluer la longueur caractéristique équivalente d'un vrai véhicule à Mach 2 à 70 km d'altitude afin que son nombre de Reynolds soit identique au nombre de Reynolds du véhicule de 1mm dans la soufflerie.

g. Dans la photo ci-dessous, apparaissent des ondes de Mach ainsi que des ondes de chocs autour du dièdre (de demi-angle égal à 8^o). Trouver le nombre de Mach de l'écoulement par deux méthodes différentes.



h. L'onde de choc oblique sur la photo ci-dessus est réfléchie par la couche de cisaillement délimitant le jet de l'air ambiant au repos. Montrer que la réflexion se fait obligatoirement avec l'apparition d'un éventail de Prandtl-Meyer. Pour le nombre de Mach de la photo (question g), évaluer la déviation de l'écoulement ainsi que le nombre de Mach en sortie d'éventail.

2. Explosion

Une explosion résultant d'une réaction violente d'une grande quantité de produits chimiques a généré une onde de choc.

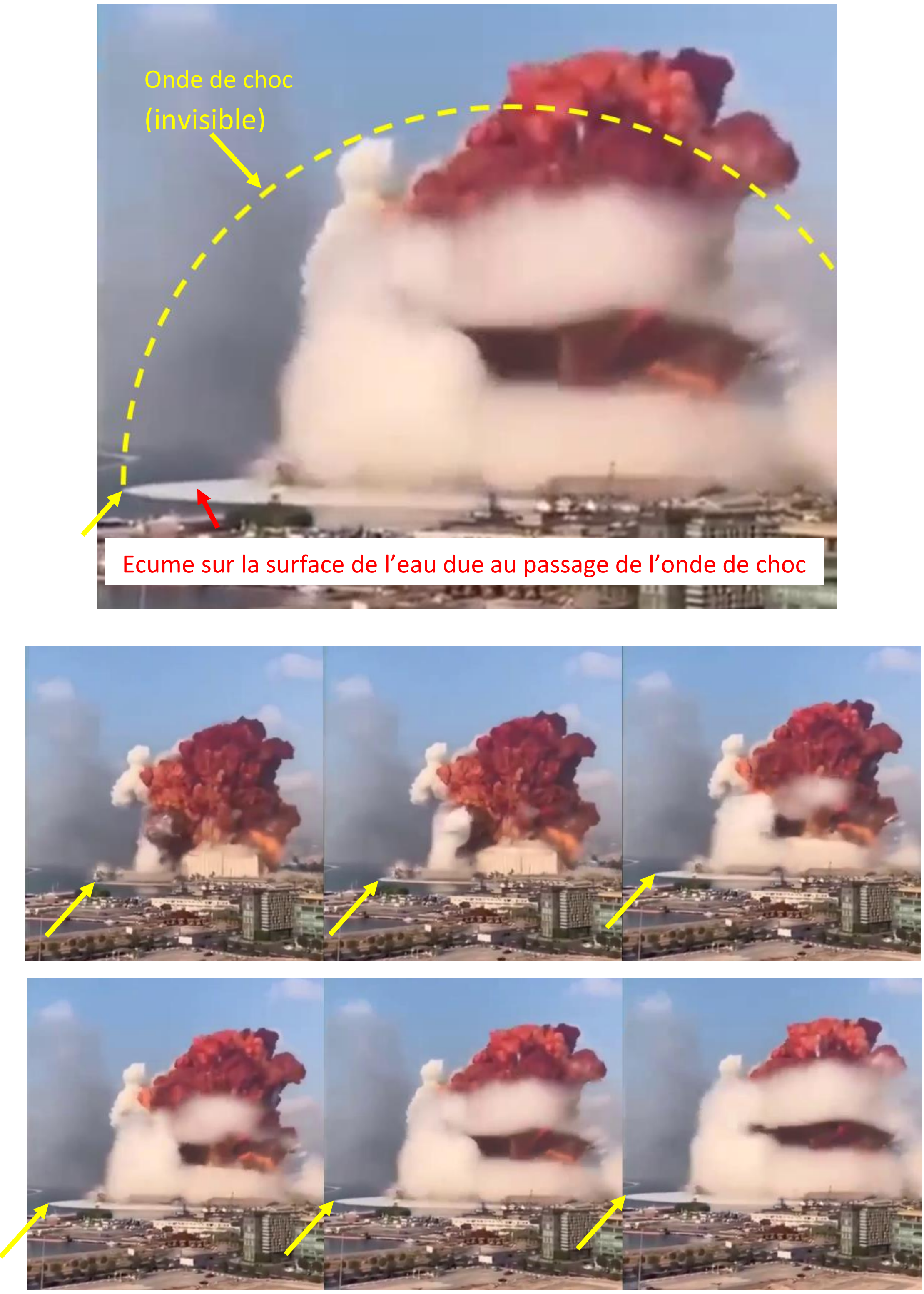
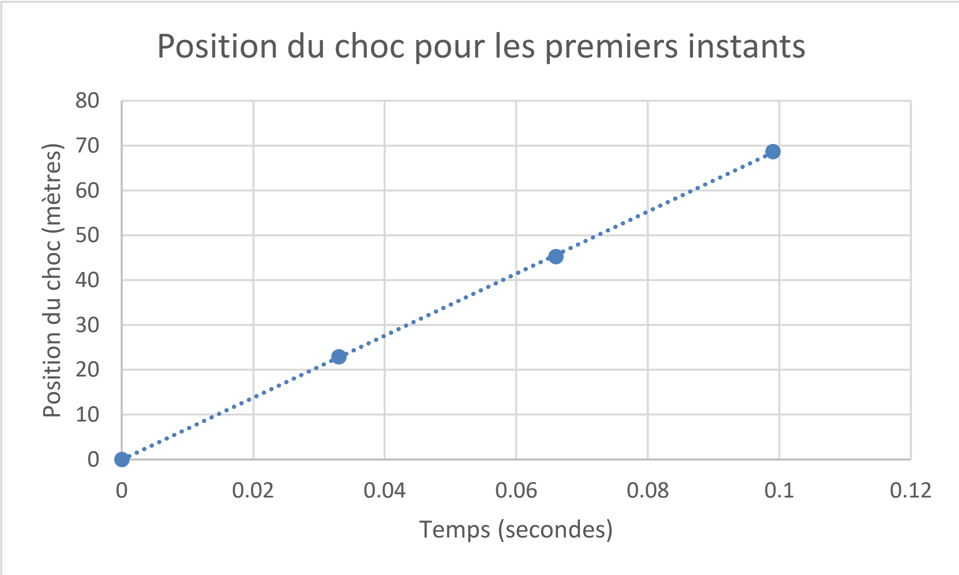


Figure 2 : Le passage de l'onde de choc est rendu visible par la présence d'écume sur l'océan.

La vitesse de l'onde de choc a pu être estimée grâce à une vidéo amateur (Figure 2). L'onde de choc est rendue visible par la présence d'une écume blanchâtre sur la surface de l'océan.

Avec quelques estimations de distances, il est possible de tracer la position du choc aux premiers instants (flèches sur les séquences d'images de la Figure 2) en fonction du temps (l'origine est arbitraire).



a. Estimer la vitesse du choc.

b. Estimer le nombre de Mach du choc (qui est aussi égal au nombre de Mach de l'écoulement en amont dans le repère du choc), sachant que la température ambiante est de 30 degrés celsius.

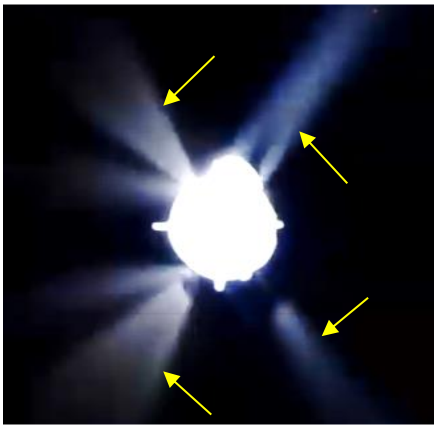
c. Estimer la pression et la température (en degrés celsius) derrière le choc. La pression atmosphérique est de 1003 mbar.

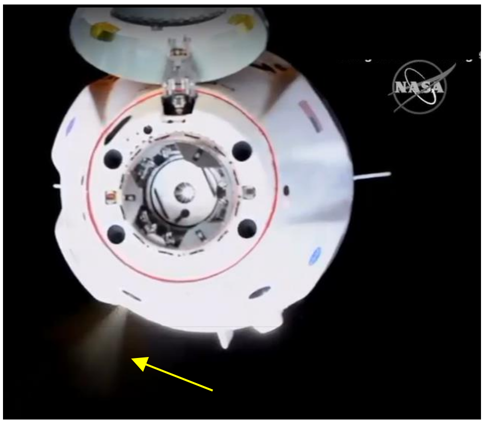
d. Estimer le « vent » (sa vitesse en km/h ainsi que son sens par rapport au repère fixe du sol) généré par le passage de l'onde de choc au niveau du sol, si l'air ambiant est au repos.

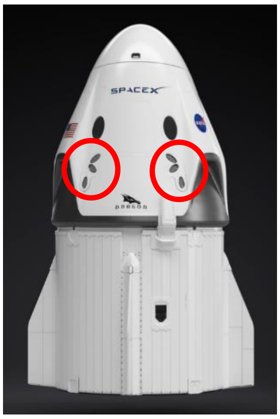
NB : Ces valeurs ne sont valables que proche de l'explosion. L'onde de choc s'atténue (le nombre de Mach du choc diminue) très rapidement avec la distance.

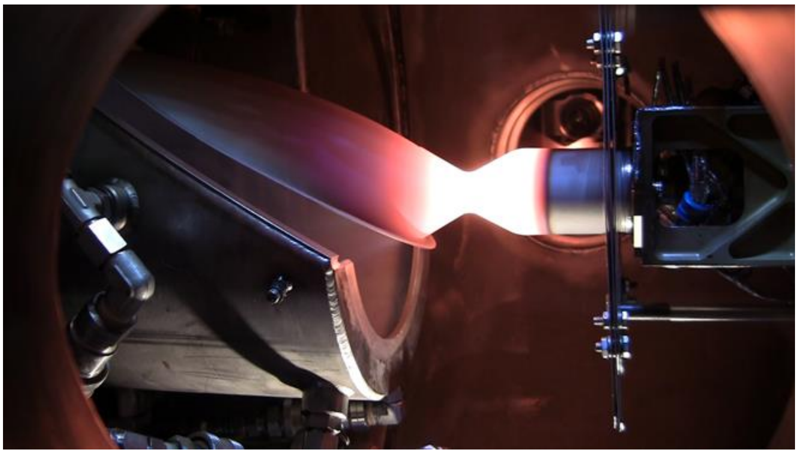
3. Tuyères dans le vide

Il y a quelques semaines, SpaceX a envoyé ses deux premiers astronautes vers la Station Spatiale Internationale (ISS). Lors du docking, le module *Dragon* a dû effectuer quelques manœuvres pour s'aligner avec l'ISS. Pour ce faire, la capsule *Dragon* est équipée de 16 tuyères *Draco*. Les photos ont été prises par la NASA en surexposant les images avec l'illumination du soleil : les jets sortant des tuyères sont alors très visibles.









On ne sait pas grand-chose sur ces tuyères *Draco*, mais nous allons utiliser les informations à disposition pour en déduire leurs propriétés.

Poussée	400 N
Débit massique	0.1359 kg/s
Vitesse de sortie	2’943 m/s

La tuyère *Draco* brûle un mélange de mono-méthylhydrazine et de tetraoxyde d’azote, dont la température de combustion est autour de 3'385 K. Pour ce genre de combustion, la pression dans la chambre de réservoir est autour de 1 MPa.

On prendra $\gamma = 1.3$ et une masse molaire de 22 g/mol pour les produits de combustion s’écoulant dans la tuyère.

a. Calculer le <u>diamètre</u> du col (et comparer avec les photos, même si on ne voit que l’extérieur et qu’on ne connaît pas l’épaisseur de paroi).

b. En supposant une tuyère axisymétrique (ce qui n’est pas le cas, car la tuyère est tronquée – voir photo), évaluer le diamètre de sortie de tuyère, ainsi que le nombre de Mach, la température, et la pression en sortie.

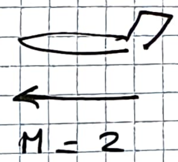
c. Montrer qu’un éventail de PM se forme en sortie, et en supposant un écoulement 2D, trouver l’angle de déviation de l’écoulement (sur les photos prises par la NASA l’écoulement est grandement 3D, donc il est normal que les angles calculés avec une méthodologie 2D soient plus élevés que les angles des photos).

   NB : La fonction de Prandtl-Meyer pour Mach infini est facile à calculer en sachant que $\arctan \infty = 90^o$.

1 a

$T_\infty = 220\,K$

$\gamma = 1.4$ (air)



$$T_0 = T_\infty \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)$$

$$\boxed{T_0 = 396\,K}$$

b

$* \quad \mu(T = 220\,K) = \dfrac{a \cdot T^{3/2}}{T + b} = 1{,}44 \times 10^{-5}\ kg/m.s$

$* \quad \rho = \dfrac{P}{rT} = 7{,}29 \times 10^{-5}\ kg/m^3$

$r = 287\ \dfrac{J}{kg.K}$

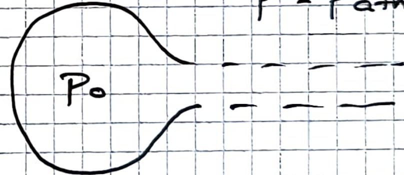
$* \quad V = M \cdot \sqrt{\gamma r T} = 594{,}6\ m/s$

$$\Rightarrow \boxed{Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\mu} = 3'008{,}5}$$

$L = 1m$

c Ecoulement isentrope tout le long de la tuyère

$P = P_{atm} = 101'325\ Pa = 1\ atm$



$$P_0 = P_{atm}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

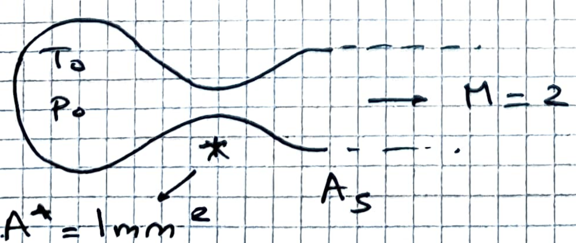
$\gamma = 1.4$: $\boxed{P_0 = 7{,}824\ atm}$

$\gamma = \frac{5}{3}$ (monoatomique) : $\boxed{P_0 = 8{,}316\ atm}$

$\gamma = 1.3$ (triatomique) : $\boxed{P_0 = 7{,}665\ atm}$

d T_0 est la même que calculée précédemment : $\boxed{T_0 = 396\,K}$

e



Tables isentropes :

$\dfrac{A_s}{A^*} = 1{,}6875$

$$\Rightarrow \boxed{A_s = 1{,}6875\ mm^2}$$

f) Dans la soufflerie :

$$\mu(T = 220\,K) = 1,44 \times 10^{-5}\ kg/m.s \quad \text{(même)}$$

$$\rho = \frac{p^{\leftarrow atm}}{rT} = 1,605\ kg/m^3$$

$$V = M \cdot \sqrt{\gamma r T} = 594,6\ m/s \quad \text{(même)}$$

$$\rightarrow \quad Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L^{\leftarrow 1m}}{\mu} = 66,237 \times 10^6$$

Pour $L = 1mm \Rightarrow Re = 66'237$

Précédemment en vol : $Re(1m) = 3'008.5$

Pour un même nombre de Re, il faut une longueur en vol égale à :

$$L = \frac{66'237}{3'008.5} \sim \boxed{22\ m}$$

g) i) En utilisant l'onde de Mach

$$\mu = 90° - 48° = 42° \Rightarrow \boxed{M = \frac{1}{\sin\mu} \sim 1,49}$$

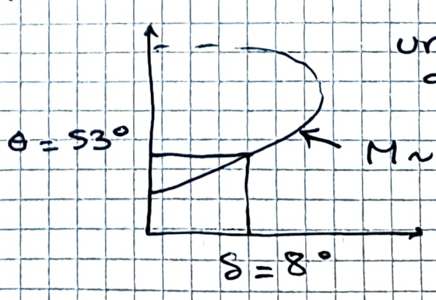
ii) En utilisant l'onde de choc oblique sur le dièdre

$$\theta = \frac{106°}{2} = 53°, \quad \delta = 8°$$

Par le graphe des chocs obliques (pas très précis) ou un calcul exact :

un peu moins de 1,5

$$\boxed{M_1 = 1,492}$$



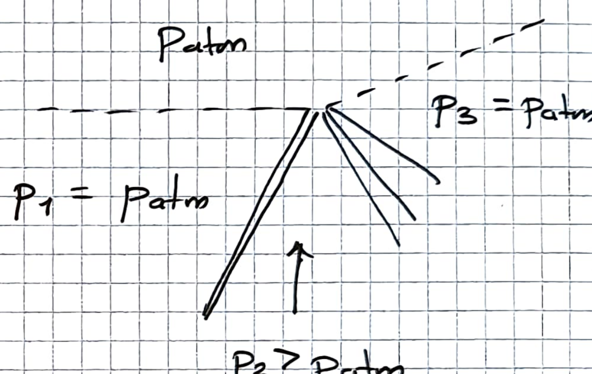
Remarque : à partir de

$$\tan \delta = 2 \cot \theta \, \frac{M_1^2 \sin^2\theta - 1}{M_1^2(\gamma + \cos 2\theta) + 2}$$

on peut trouver M_1^2 :

$$M_1^2 = 2 \cdot \frac{\cot\theta + \tan\delta}{2\cos\theta\sin\theta - (\gamma + \cos 2\theta)\tan\delta}$$

(b) Il faut avoir une détente afin de réduire la pression $P_2 > P_{atm}$ à la valeur $P_3 = P_{atm}$

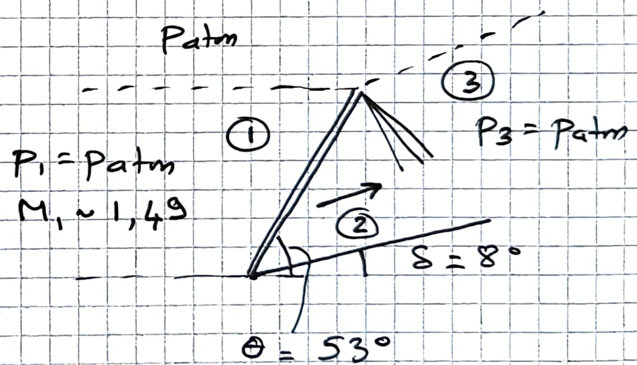


$M_{n,1} = M_1 \cdot \sin\theta = 1{,}19$

$\rightarrow M_{n,2} = 0{,}8485$

$\frac{P_2}{P_1} = 1{,}4856$

$\left(\frac{T_2}{T_1} = 1{,}1217\right)$



$$M_2 = \frac{M_{n,2}}{\sin(\theta - \delta)} = 1{,}2$$

$$\frac{P_3}{P_{0,2}} = \frac{P_3}{P_2} \cdot \frac{P_2}{P_{0,2}}$$

Pour $M_2 = 1{,}2 \rightarrow \frac{P_2}{P_{0,2}} = 0{,}4124$

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{P_{atm}}{P_2} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{1{,}4856}$$

$\frac{P_3}{P_{0,2}} = 0{,}2776$

$\downarrow$ tables ou formules

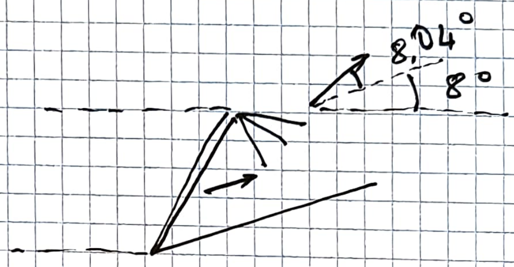
$M_3 \simeq 1{,}49$

$M_2 = 1{,}2 \rightarrow \nu(M_2) = 3.5582°$

$M_3 = 1{,}49 \rightarrow \nu(M_3) = 11.6°$

$\Rightarrow \Delta\delta = \nu(M_2) - \nu(M_3) = -8{,}04°$

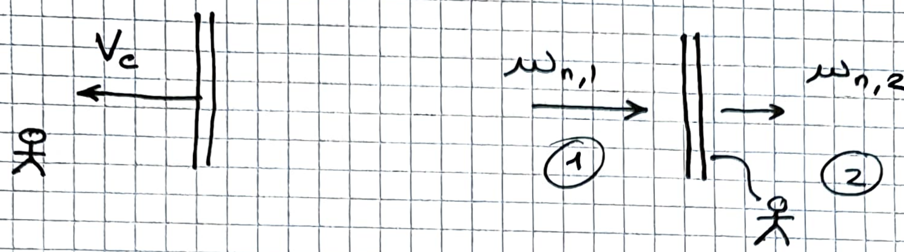
En rajoutant l'angle du dièdre (8°), l'écoulement est donc dérivé de $\boxed{16{,}04°}$



② ⓐ A partir du graphe, on trouve pour la vitesse du choc :

$V_c \simeq 700\ m/s$

ⓑ



$w_{n,1} = V_c$ en intensité

$$M_1 = \frac{w_{n,1}}{\sqrt{\gamma r T_1}}$$

$\gamma = 1{,}4$

$r = 287\ \frac{J}{kg \cdot K}$

$T_1 = 30°C = 273\ K + 30 = 303\ K$

$\rightarrow \boxed{M_1 = 2{,}0}$

ⓒ Avec les tables pour ondes de choc droit :

$M_1 = 2{,}0$

$\frac{P_2}{P_1} = 4{,}5000 \rightarrow \boxed{P_2 = 4{,}513\ bar}$

P_1 : 1003 mbar

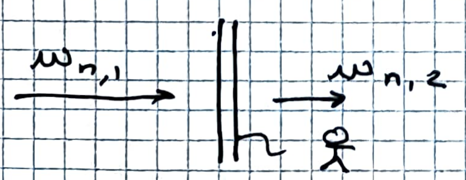
$\frac{T_2}{T_1} = 1{,}6875$

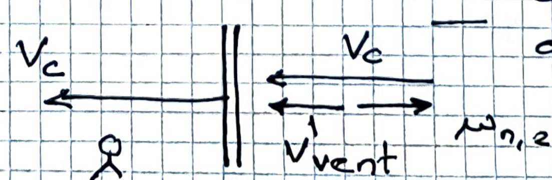
$\boxed{T_2 = 511{,}6\ K = 238{,}4\ °C}$

ⓓ $M_2 = 0{,}5774$

$\rightarrow w_{n,2} = M_2 \sqrt{\gamma r T_2} = 260{,}9\ m/s$

$\rightarrow V_{vent} = 700\ m/s - 260{,}9\ m/s = 439{,}1\ m/s = 1'580\ km/h$ dans le sens du choc





3 a La tuyère est dans le vide ($P_{arrière} = 0$), donc il y a blocage sonique.

Selon la relation F.68 :

$$\frac{\dot{m}^* \sqrt{r T_0}}{p_0 \cdot A^*} = \sqrt{\gamma} \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

avec : $\gamma = 1,3$

$r = \frac{R}{\mathcal{M}} = 378 \ \frac{J}{kg.K}$

$T_0 = 3'385 \ K$

$p_0 = 10^6 \ Pa$

$\rightarrow A^* = 2,3 \times 10^{-4} \ m^2$

$\rightarrow \boxed{d^* = 1,7 \ cm}$ (col circulaire)

b Comme $P_{arrière} = 0$, l'écoulement est sous-détendu en sortie ($P_{sortie} > P_{arrière}$) et l'écoulement est isentrope tout le long de la tuyère.

Etant isentrope, l'écoulement est donc adiabatique et l'on a donc conservation de l'enthalpie totale :

$$C_p T_0 = C_p T_{sortie} + \frac{1}{2} V_{sortie}^2$$

↑ vitesse en sortie

En supposant $\gamma = 1,3$ = constant tout le long, alors :

$$C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot r = 1'638 \ \frac{J}{kg.K}$$

Avec $V_{sortie} = 2'943 \ m/s$

$$\Rightarrow \boxed{T_{sortie} = 741,15 \ K}$$

Nombre de Mach en sortie :

$$M_{sortie} = \frac{V_{sortie}}{a_{sortie}} = \frac{V_{sortie}}{\sqrt{\gamma . r . T_{sortie}}}$$

$$\boxed{M_{sortie} = 4,88}$$

Comme l'écoulement est isentrope :

$$\frac{P_0}{P_{sortie}} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{sortie}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\rightarrow \boxed{P_{sortie} = 1'379 \ Pa}$$

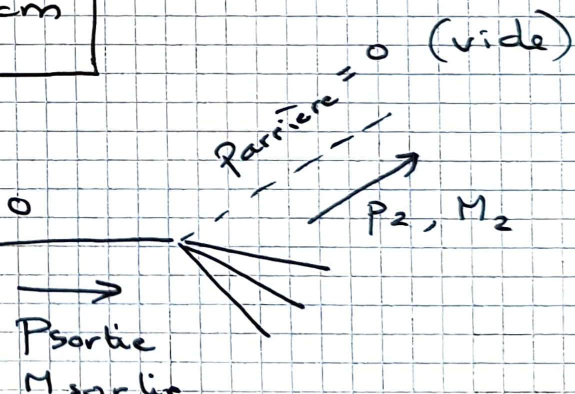
Avec :

$$\frac{A_{sortie}}{A^*} = \frac{1}{M_{sortie}} \left[\frac{2}{\gamma+1}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{sortie}^2\right)\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

$$\rightarrow A_{sortie} = (40.68) . A^* = 9,35 \times 10^{-3} \ m^2$$

$$\rightarrow \boxed{d_{sortie} = 10,9 \ cm}$$

c) On a un éventail de PM
comme $P_{sortie} > P_{arrière} = P_2 = 0$



De même, $M_2 \rightarrow \infty$
(car $T_2 \rightarrow 0$ mais la vitesse V_2 est finie, comme vu en cours :

$$C_p T_0 = \cancel{C_p T_2}^{\,0} + \frac{1}{2} V_2^2 \Big)$$

Comme $\gamma = 1,3$, il faut utiliser la formule F.105

$$\nu(M_{sortie}) = 87,68°$$

$$\nu(M_2 \rightarrow \infty) = 159,2° \quad (\text{avec } \tan^{-1}\infty = 90°)$$

$$\rightarrow \boxed{\Delta\delta = -71.5°}$$

Un peu plus élevé que sur les photos (3D)