

V. Fonction de transfert du système bouclé ①

0. Fonction de transfert: définition
1. Échantillonnage du système à commander
2. Transformation des pôles par échantillonnage
3. Algorithme de commande
4. Fonctions de transfert en boucle fermée $\rightarrow$
5. Fonctions de sensibilité

0. Introduction



$$= \sum_{k=0}^{\infty} z^{-k}$$

Définition: la fonction de transfert est la transformée en z de la réponse d'un système, et

Comme $y(kh) = \sum_{l=0}^{\infty} u(lh)$ et $\begin{cases} \{u(lh)\} \\ \{g(lh)\} \end{cases} = \{y(lh)\}$

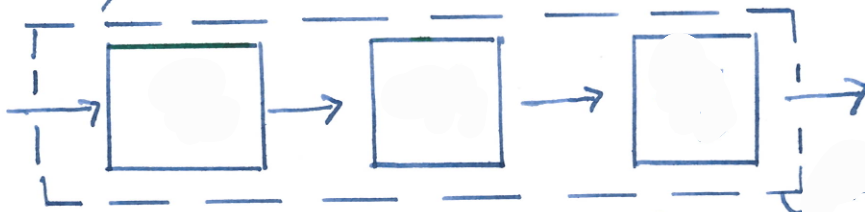
on a $Y(z) = U(z)$

Nous nous intéressons aux réponses impulsionnelles telles que

$$= \frac{\dots}{\dots}$$

1. Échantillonnage du système à commander

Soit le schéma, où $G(s)$ est supposé connu:

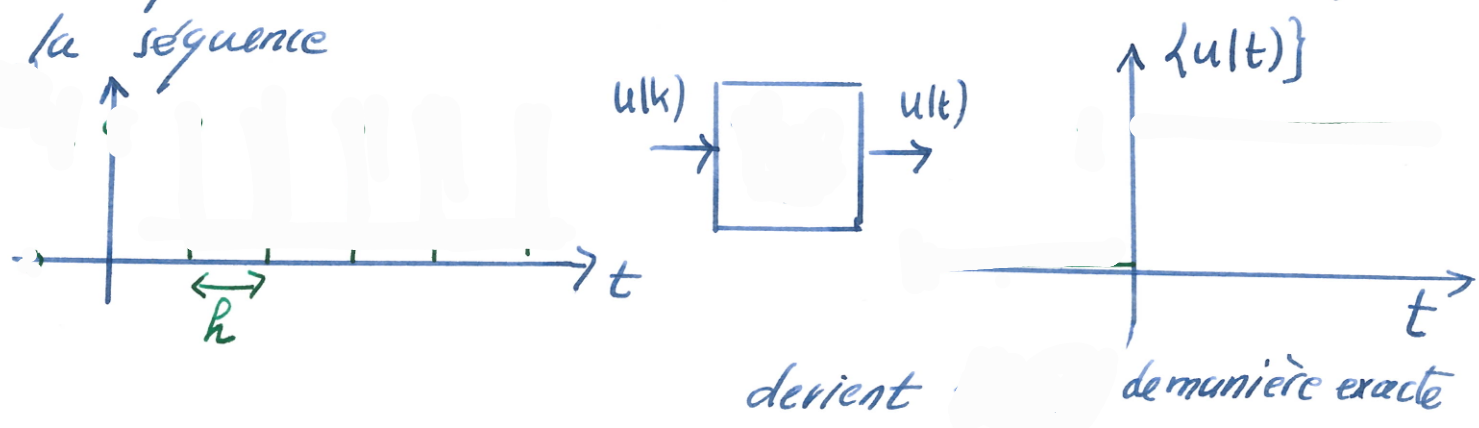


Comment déterminer $G(z)$?

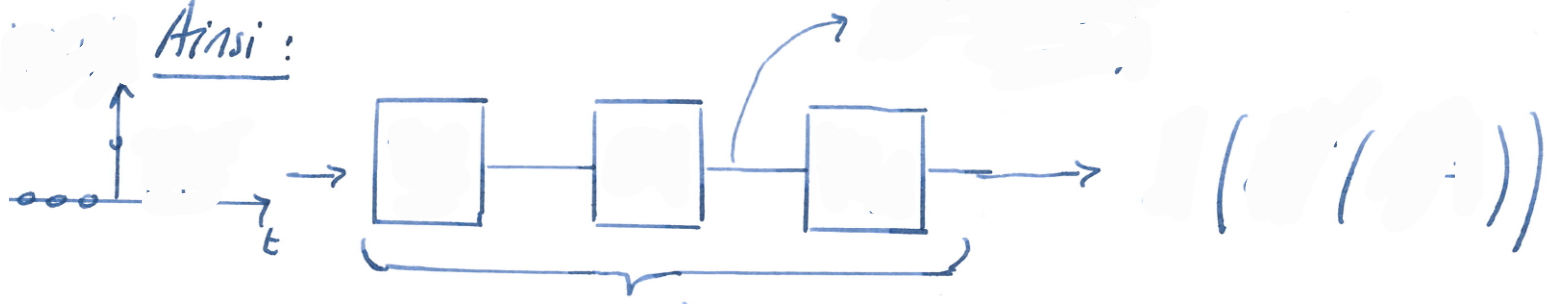
Astuce: La relation $G(z) \leftrightarrow G(s)$
ne dépend pas du type d'entrée appliquée
pour autant que cette entrée soit
, c.-à-d. pour autant qu'elle

$$\rightarrow G(s) \rightarrow \{y(t)\} = ?$$

Remarque Grâce au maillon d'ordre 0 (ZOH)



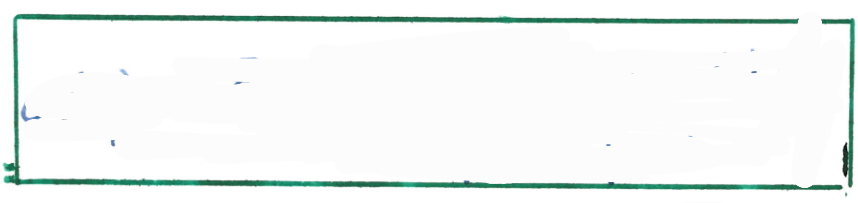
Ainsi :



⚠ () signifie et entre

$$G(z) = \left(\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} \right)$$

En conséquence:



aussi écrit sous la forme $G(z) =$

Exemple

$$G(s) = \frac{1}{s+2}$$

3

$$\frac{G(s)}{s} = \frac{1}{s(s+2)} = \frac{\alpha}{s} + \frac{\beta}{s+2}$$

$$\alpha = \left. \frac{1}{s+2} \right|_{s=0} =$$

$$\beta = \left. \frac{1}{s} \right|_{s=-2} =$$

$$\frac{G(s)}{s} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+2}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{G(s)}{s}\right) = \quad \quad \quad t = h \quad \triangle!$$

$$\mathcal{Z}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-2h}\right)$$

=

$$\begin{aligned} G(z) &= \frac{z-1}{z} \left(\frac{1}{2} \frac{z}{z-1} - \frac{1}{2} \frac{z}{z-e^{-2h}} \right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{z-1}{z-e^{-2h}} = \frac{z - e^{-2h}}{2(z-e^{-2h})} \end{aligned}$$

$$G(z) = \frac{z - e^{-2h}}{2(z-e^{-2h})}$$

Faire très attention à ne pas tomber dans le piège suivant :

$$G(s) = \frac{1}{s+2} \longleftrightarrow \frac{z}{z-e^{-2h}}$$

C'est ok avec les signaux,

2. Transformation des pôles par échantillonnage

En effectuant $(1 - z^{-1})z^{-1} \left(\mathcal{L}^{-1} \left(\frac{G(s)}{s} \right) \right)$

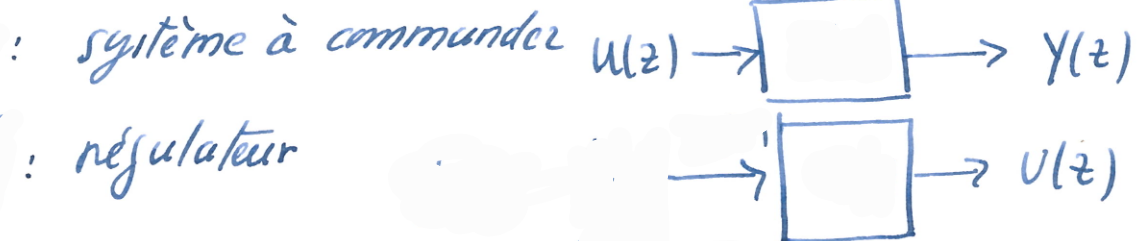
on constate, et on démontre, qu'à tout pôle si
il y correspond un pôle



3. Algorithme de commande

Convention, on utilise
plutôt que

Boucle ouverte et notation



$$H(z) = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m}{z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n}$$

Algorithme:

$$K(z) = \underline{\hspace{10cm}}$$

Implantation de l'algorithme

Forme standard

1° Ecrire

et coefficient 1 pour le premier terme
du dénominateur

$$K(z) = \underline{\hspace{10cm}}$$

On a la relation $K(z) =$ _____

← sortie du régulateur (5)

← entrée du régulateur

$$\frac{B(z)}{A(z)} \triangleq K(z)$$

$u(k) +$

il faut alors isoler $u(k)$:

$$u(k) =$$

Rappel: opérateur q^{-1}



que fait-il sur la sortie par rapport à l'entrée?



$$\{y(kh)\} =$$

$$\frac{1}{z} =$$

$$\rightarrow y(k) =$$

Un système est au repos lorsque les nombres
et les conditions initiales
sont tous nuls,

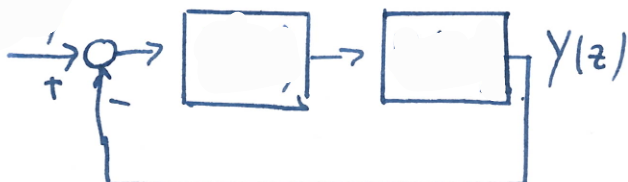
Au niveau de l'algorithme, les
sont des du programme qu'il doit
de pour garantir

* tout comme les

4. Fonctions de transfert du système bouclé

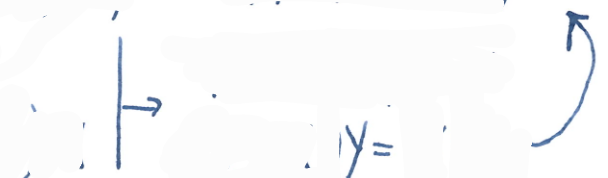
4.1 Asservissement

$$\frac{Y(z)}{U(z)} =$$

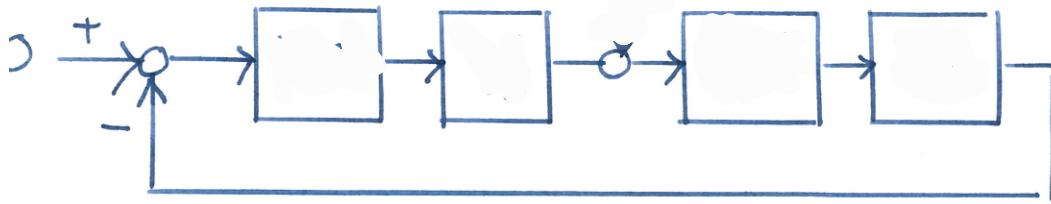


$$Y =$$

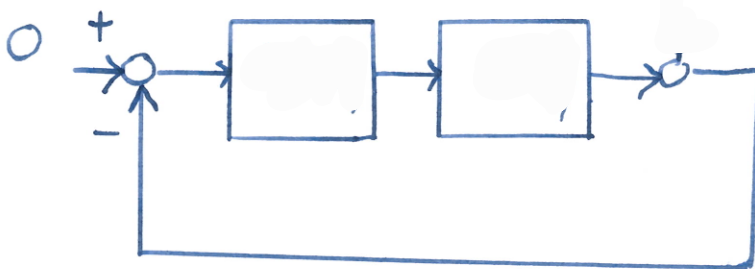
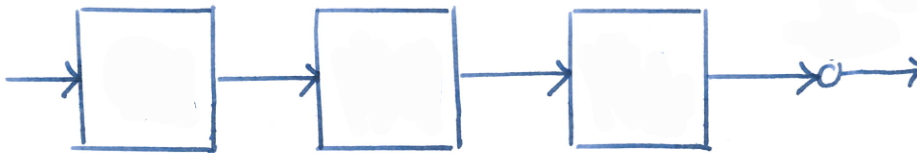
$$U =$$



4.2 Regulation

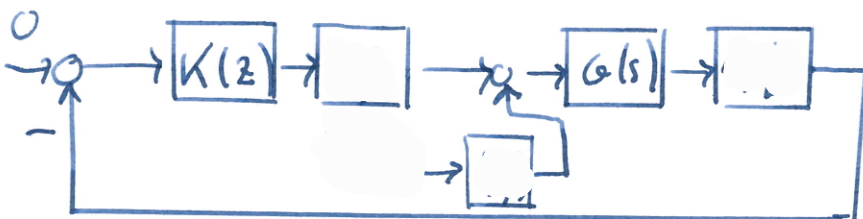


$\equiv$



$$Y(z) = \frac{z}{z-1}$$

Perturbation avant A/D



$$Y(z) = \frac{z}{z-1}$$

$$\frac{S}{1} = \text{sensibilité}$$

$$T = \text{sensibilité complémentaire}$$