

- 1) Algorithme d'E
- 2) Identité de B
- 3) Application
- 4) 0 / c (et polynôme 0)

1) Algorithme d'E objectif: calculer le pgcd de a et b .

Initialisation: a et b sont donnés, $a > b$
 $r_0 := b$
 calculez q_1 tel que $a = r_0 + r_1$
 $i := 1$

Induction: Calculez r_{i+1} et q_{i+1} tels que $r_{i-1} = r_i + q_{i+1} r_{i+1}$
 $i := i + 1$

Terminaison: Si $r_{i+1} = 0$, terminé, $r_i \rightarrow \text{le pgcd}$

Exemple PGCD de 379 et 24

$$379 = \cdot 24 +$$

=

=

=

=

PGCD est

autre exemple: PGCD de 3795 et 276

$$3795 = \cdot 276 +$$

=

=

PGCD est

2) Identité de B

Si le plus grand commun diviseur de a et b est d ,
 alors $d = a + b$ est soluble
 pour et .

Méthode pour déterminer x et y :

(2)

1) Partir de la dernière identité non triviale
(pour le premier exemple : $5 = 1 \cdot 4 + 1$)

2) Résoudre les équations précédentes pour les restes

$$\begin{aligned} 2) \rightarrow & \quad \cancel{15 = 24 \cdot 1 + 19} \quad 5 = 24 - 19 \\ & \quad 19 = 379 - \cdot 24 \\ & \quad 5 = 24 - 379 + \cdot 24 = \cdot 24 - 379 \\ & \quad 4 = 19 - 3 \cdot 5 = 379 - \cdot 24 - (\cdot 24 - 379) = \cdot 379 - \cdot 24 \end{aligned}$$

Ainsi, 1) $\rightarrow 5 = 1 \cdot 4 + 1$ s'écrit

$$24 - 379 = 1 \cdot (379 - \cdot 24) + 1$$

$$(\cdot) 24 - (\cdot) 379 = 1$$

$$\cdot 24 - \cdot 379 = 1$$

$$\underline{x = \cdot} \quad \text{et} \quad \underline{y = \cdot}$$

3) Application au RST on reprend l'exo 10.6.16.

$$H(z) = \frac{h^2/2 (1+z)}{2(z-1)^2}$$

On avait obtenu à l'aide de la matrice de Sylvester

$$R = z + \frac{5}{8} = z + 0.625$$

$$S = 2800z - 2000$$

$$\text{Avec } A_0^A = z^2 A_m = z^2(z-0.5)$$

Identité de Bézout pour les polynômes

Si f et g n'ont pas de zéros (racines) communes

alors il existe $\cdot$ et $\cdot$ tels que

$$f \cdot \cdot + g \cdot \cdot = \cdot$$

3. Application au RST $f = A$ $g = B$ (3)

1) Il faut résoudre $A + B =$ en utilisant l'algorithme d'Euclide

2) Multiplier le tout par $A_0 A_m$

$$A + B = A_0 A_m$$

3) obtenir $R_1 =$ et $S_1 =$

4) Utiliser la paramétrisation avec le polynôme Q

$$R = R_1$$

$$S = S_1$$

afin de réduire l'ordre de R et S .

$$R = \text{reste de } R_1 \text{ mod } B$$

$$S = \text{reste de } S_1 \text{ mod } A.$$

Exemple

$$A =$$

$$A_0 A_m =$$

$$B =$$

1) $A + B = 1$

$x =$ $y =$

2) $R_1 =$ $S_1 =$

3) $S_1 = Q \cdot A + S = (z^2 - 2z + 1) +$

ainsi $Q =$

Ceci permet de déterminer R

$$R = R_1 + Q \cdot B =$$

$$=$$

4) Observateur - contrôleur

(4)

Soit le système à régler en représentation d'état:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, \quad y = Cx_k$$

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} H(z) &= \\ &= \end{aligned} \right.$$

observateur

$$\hat{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \hat{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) + \dots$$

... +

calculer et pour avoir les pôles de l'observateur en 0.9 et 0.9
(valeurs propres) $L = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}^{0.9}$

régulateur $u(k) = - \begin{bmatrix} & \end{bmatrix} x(k)$

régulateur-observateur

$$u(k) = - \begin{bmatrix} & \end{bmatrix} \hat{x}(k)$$

Formule d'Achermann
(cf. control system)

Calculer k_1 et k_2 pour avoir les valeurs propres en 0.5 et 0.5

$$\begin{aligned} K &= \begin{bmatrix} & \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} & \end{bmatrix} \end{aligned} \quad K(z) =$$

$$K(z) =$$

$$R(z) =$$

$$S(z) =$$

Régulateur à 1 d° de liberté

Que se passe-t-il avec la méthode du RST ?

fixons le modèle à poursuivre.

(5)

on aimerait aucun statisme et les deux pôles en 0.5

Ainsi, un modèle est

$$\frac{B_m}{A_m} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$A_m = \quad \text{et } B_m = \quad$$

Fixons le polynôme observateur A_0

L'analyse du résultat observateur-régulateur suggère

$$A_0 = \quad \text{conduisant à}$$

$$A_0 A_m = \quad$$

$$= \quad$$

Matrice de Sylvester et résolution pour S et R

$$\begin{bmatrix} \underbrace{\quad}_{SR} & \underbrace{\quad}_{SS+1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ s_0 \\ s_1 \end{bmatrix}$$

$(A = z^2 - 3z - 2, B = 2)$

$$R = z^2 + r_1 z + r_2 = \quad$$

$$S = s_0 z + s_1 = \quad$$

Pour l'instant, aucune distinction entre A_0 et A_m .

Tout se décide avec l'équation pour T

$$B \cdot T = A_0 B_m$$

$$T = \quad$$

$$\text{car } B = 2 \quad T = \quad$$

c'est réalisable car $\delta T = \delta R = 2$.