

15 avril 2024

Expérience : 7. Stabilité - Constantes d'erreur

1 Matériel

La partie matérielle est identique à celle de la manipulation 5.

2 Objectif

Les constantes d'erreur (statisme et traînée) sont associées au comportement asymptotique de la boucle fermée lorsque cette dernière est stable. Le nombre d'intégrateurs (c'est-à-dire ce que l'on appelle le type) est étudié et illustré. La diminution de l'erreur asymptotique à zéro dépend du type de consigne.

On reprend la manipulation 5 et on considère deux types de consignes, en escaliers et en triangles (correspondants à la réponse indicielle et la réponse à une rampe). Un intégrateur numérique supplémentaire est introduit pour supprimer la traînée calculée dans la partie théorique.

2.1 Partie théorique

Soit $G(s) = \frac{b}{s(s+a)}$ et on demande le gain γ en boucle ouverte du système échantillonné ainsi que la traînée. On commence par obtenir l'équivalent discrétisé.

$$\begin{aligned} H(z) &= (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left(\mathcal{L}^{-1} \left(\frac{b}{s^2(s+a)} \right) \right) \\ &= \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left[\mathcal{L}^{-1} \left(-\frac{b}{a^2} + \frac{b}{a} \frac{1}{s} + \frac{b}{s^2(s+a)} \right) \right] \\ &= \frac{z-1}{z} \left(-\frac{b}{a^2} \frac{z}{z-1} + \frac{b}{a} \frac{hz}{(z-1)^2} + \frac{b}{a^2} \frac{z}{z-e^{-ah}} \right) \\ &= -\frac{b}{a^2} + \frac{b}{a} \frac{h}{z-1} + \frac{b}{a^2} \frac{z-1}{z-e^{-ah}} \end{aligned}$$

Le gain γ est obtenu en utilisant le théorème de la valeur asymptotique

$$\begin{aligned} \gamma &= \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) K_p \left(-\frac{b}{a^2} + \frac{b}{a} \frac{h}{z-1} + \frac{b}{a^2} \frac{z-1}{z-e^{-ah}} \right) \\ &= K_p \frac{b}{a} h \end{aligned}$$

Seul le deuxième terme subsiste après substitution de z par 1, d'où on tire la valeur de la traînée

$$\frac{h}{\gamma} = \frac{a}{bK_p}$$

2.2 Partie pratique

On reprend la manipulation 5 et on change le code de l'Olimexino pour que celui-ci comporte un intégrateur.

```
int yk = 0; // y(k)
int yck = 0;
int ek = 0;
float uik,uik1;

// Mise en place
void setup() {
  pinMode(1, OUTPUT);    // broche 1 comme sortie
  TCCR0A = 2<<COM0A0 | 2<<COM0B0 | 3<<WGM00;
  TCCR0B = 0<<WGM02 | 1<<CS00;
  TCCR1 = 0<<PWM1A | 0<<COM1A0 | 1<<CS10;
  GTCCR = 1<<PWM1B | 2<<COM1B0;
  analogWrite(1, LOW);
}

void loop() {
  yk = analogRead(1);    // lecture de la broche 2. La valeur est comprise entre 0..1023
  yck = analogRead(2);
  ek = yck-yk;
  uik = 0.2*ek+uik1; //Ki = 0.1 moins agressif moins d'oscillation. 0.2 fonctionne bien
  analogWrite(1, ((1.2*ek+uik)/3.23)+125);    //0.57 comme gain dans les essais.
  //analogWrite(1, 1.2*yck/3.23+ 125); // ancien code de la manipulation 5
  delay(10000); // delai pour implémenter la période d'échantillonnage 0.16 [s]
  uik1 = uik;
}

/* Attention : la broche physique 2 de l'Olimexino est indexee par l'index 1.
 * La broche physique 2 correspond a ADC1, et donc index 1, ainsi on ecrit
 * analogRead(1) pour lire la broche 2
 */
```

Les résultats sont comparés entre deux Olimexino. Le premier comprend le code de la manip 5. Et le nouveau le code ci-dessus avec l'intégrateur numérique (régulateur PI).

La figure 1 représente le comportement que l'on a obtenu lors de la manipulation 5 avec une consigne en échelons. Lorsqu'on applique une consigne triangulaire une traînée conformément à ce que l'on a calculé dans la partie théorique fait son apparition (Figure 2).

Pour supprimer la traînée, un intégrateur supplémentaire est introduit dans la fonction de transfert en boucle ouverte. Il est codé dans l'Olimexino conformément au code ci-dessus.

Le résultat pour un saut en forme d'échelons (réponses indicielles), il y a plus d'oscillation qu'en absence de l'intégrateur supplémentaire (Figure 3).

L'avantage est immédiatement visible lors du suivi de consigne sous forme de triangles. Il n'y a plus de traînée comme illustré à la figure 4.

Dans tous les cas, le système est commandé de manière numérique par l'entremise d'un échantillonneur bloqueur d'ordre zéro. La grandeur de commande est en forme d'escaliers dont l'espacement est la période d'échantillonnage. Le cas sans intégrateur numérique supplémentaire est illustré à la figure 5, et celui avec l'intégrateur numérique supplémentaire est donné à la figure 6.

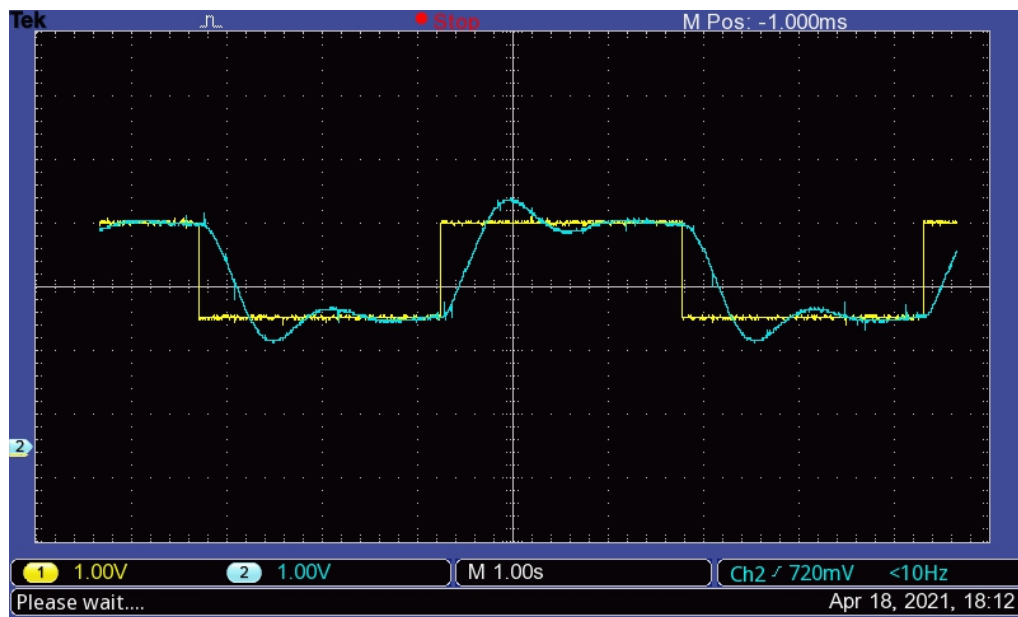


FIGURE 1 – Consigne en forme d'échelons et résultat de la manipulation 5. Il n'y a pas d'intégrateur numérique. Il y a un seul intégrateur dans la fonction de transfert en boucle ouverte comprenant le gain proportionnel et la fonction de transfert du système à régler. Il n'y a donc pas de statisme en asservissement.

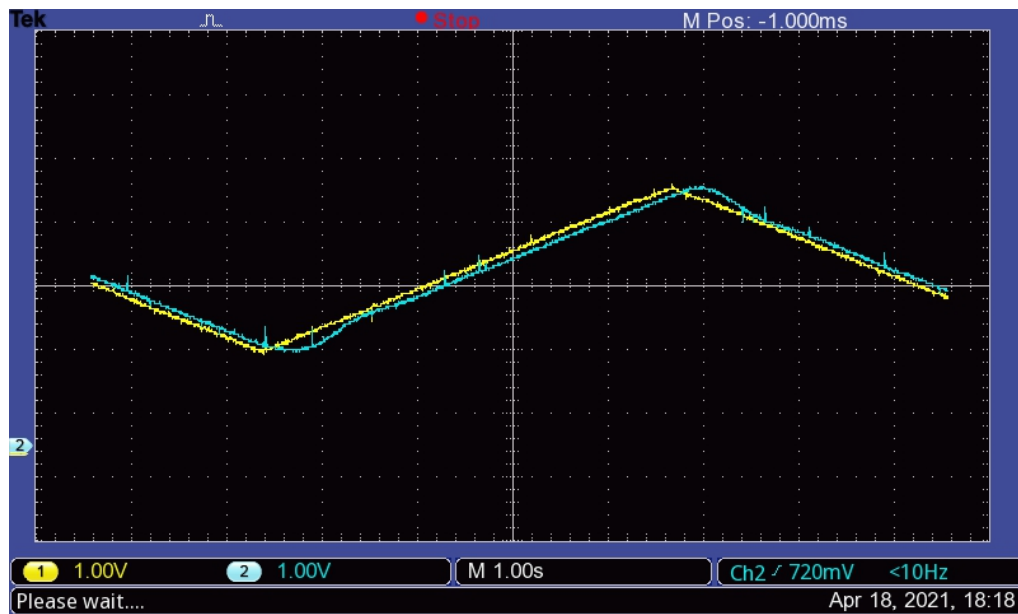


FIGURE 2 – Consigne en forme de triangle et résultat de la manipulation 5. On constate l'appartition de la traînée conformément aux prévisions théoriques.

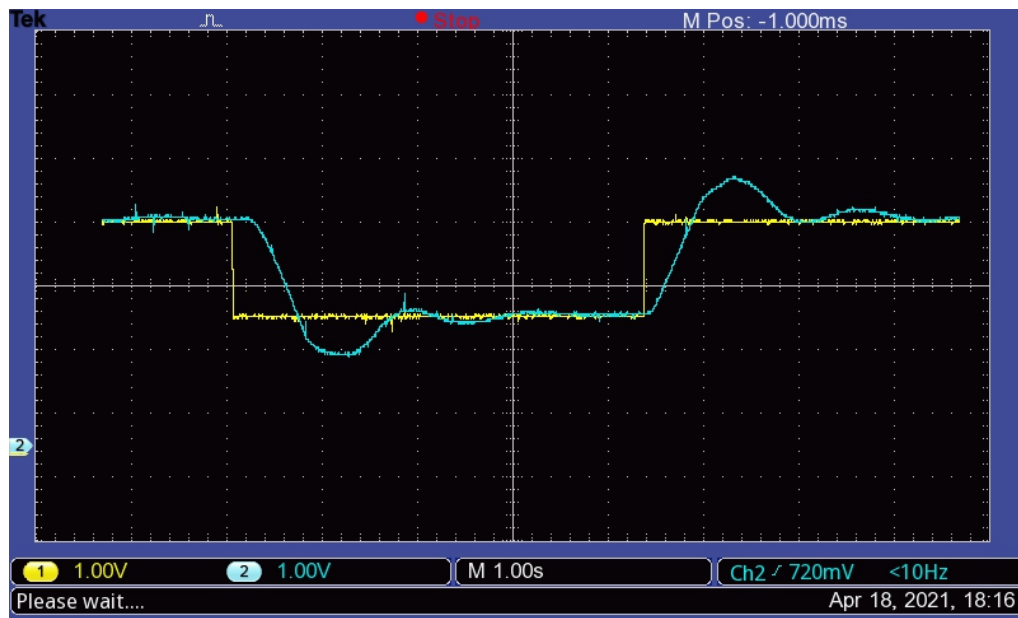


FIGURE 3 – Lors de l’insertion d’un intégrateur numérique dans la boucle ouverte, le système en boucle fermée est plus oscillatoire (perte de phase importante). Il n’y a pas de statisme.

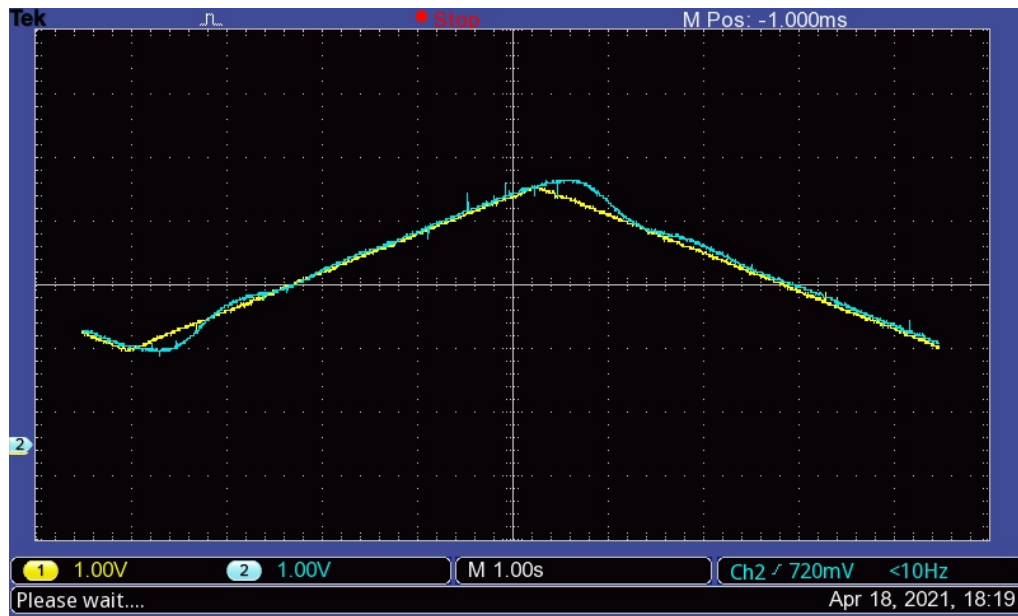


FIGURE 4 – Lors de l’insertion d’un intégrateur numérique dans la boucle ouverte, le système en boucle fermée ne comporte plus de traînée.

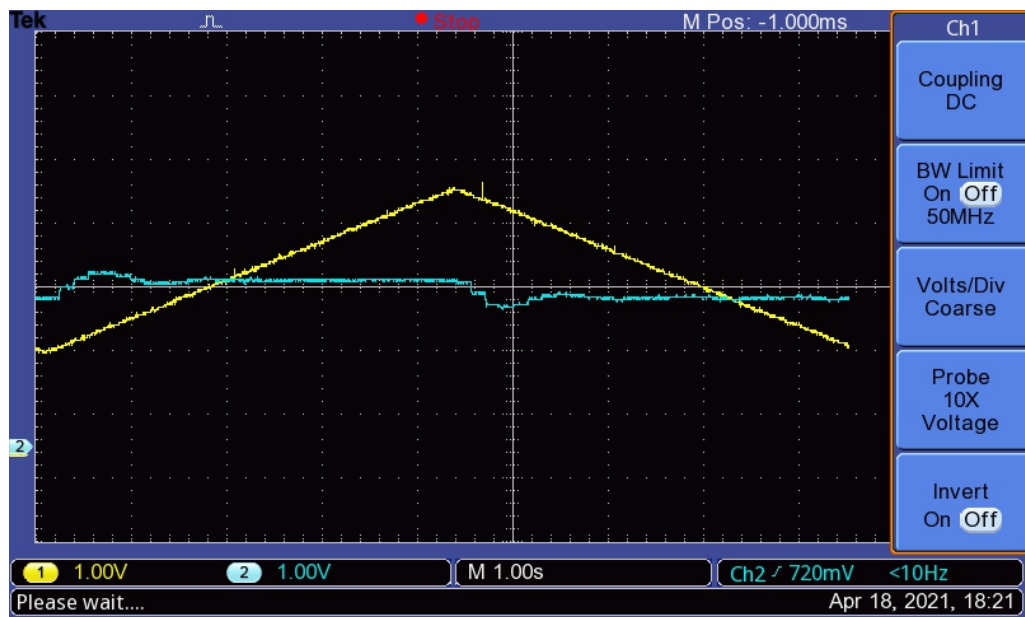


FIGURE 5 – Grandeur de commande en boucle fermée du régulateur de la manip 5 (sans intégrateur numérique). On constate la conséquence de l'échantillonneur-bloqueur sous la forme de la commande en forme d'escaliers

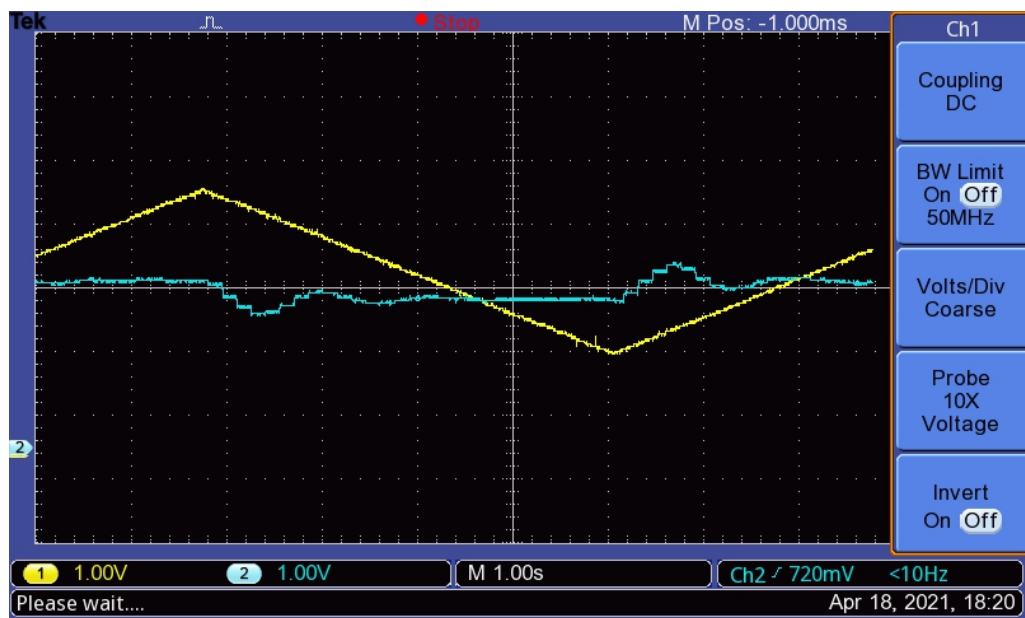


FIGURE 6 – Grandeur de commande en boucle fermée du régulateur de la nouvelle manip 7 (avec intégrateur numérique). On constate l'échantillonneur bloqueur et la commande en forme d'escaliers