Dynamique des Systèmes Mécaniques

Equilibreuse pour arbres haute vitesse

Rendu

Groupe	Cas d’étude

Membres

Nom	Prénom	Signature

Consignes :

- Le rendu doit être téléchargé sur moodle sous forme de PDF à la fin du projet.
- Remplissez **tous les champs prédéfinis dans les sections 2, 3, et 4**.
- Indiquez **toujours les unités** à la suite des valeurs numériques.
- Indiquez **optionnellement les formules mathématiques** utilisées.
- Utilisez **optionnellement les sections de discussion** pour détailler vos calculs.
- Soignez les schémas et graphiques.
- Les schémas peuvent être faits à la main.
- Il est conseillé d’implémenter un code Matlab et de l’utiliser pour générer les graphiques.

1. Calculs préliminaires

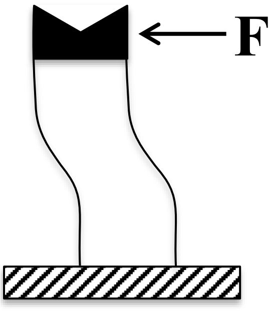
Rotor	Masse	m_r	
Rotor	Moment d'inertie selon y (calculé dans le CdG du rotor)	J_{ry}	
Rotor	Moment d'inertie selon z (calculé dans le CdG du rotor)	J_{rz}	
Balourd	Distance entre position du balourd et CdG du rotor	L_u	
Support 1	Distance au CdG du rotor	L_{s1}	
Support 2	Distance au CdG du rotor	L_{s2}	
Lame	Rigidité selon x	k_{lx}	
Lame	Rigidité selon z	k_{lz}	
Courroie	Rigidité section 1	k_{c1}	
Courroie	Rigidité section 2	k_{c2}	
Courroie	Rigidité section 3	k_{c3}	
Courroie	Rigidité section 4	k_{c4}	
Courroie	Rigidité section 5	k_{c5}	
Courroie	Rigidité section 6	k_{c6}	
Courroie	Rigidité section 7	k_{c7}	

Que pouvez-vous dire de la rigidité des lames selon z ? Quelle hypothèse peut-on faire ?

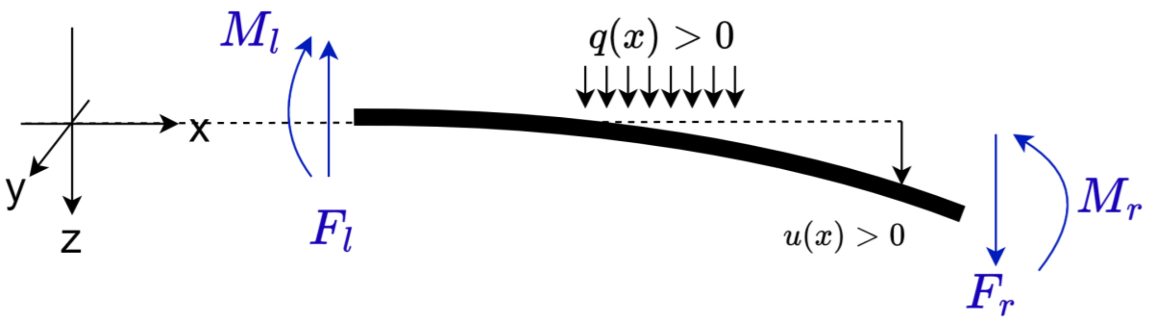
Discussion

Précisions

L'équation pour la rigidité des lames est dépendante de leurs conditions aux limites, que l'on peut ici considérer comme encastrées. Utilisez Euler-Bernoulli pour identifier la rigidité des lames lorsque elles est soumis à une force laterale.



Rappel: Théorie des poutres Euler Bernoulli



Pour une poutre d'Euler-Bernoulli, il est vrai que $\frac{d^2}{dx^2}\left(EI\frac{d^2}{dx^2}u(x)\right) = q(x)$

Où $u(x)$ est le déplacement de la poutre le long de l'axe z, et q est la charge répartie.

Pour calculer la rigidité des lames, puisque EI est constant le long de x et que l'on sait qu'une force F agit à l'extrémité de la poutre, nous pouvons écrire l'équation d'Euler-Bernoulli sous la forme d'une équation différentielle du troisième ordre:

$$EI\frac{d^3}{dx^3}u(x) = -F$$

Utilisez cette équation pour trouver la rigidité demandée.

NOTE : Le système de coordonnées indiqué ici est différent du système global se référant au rotor. Le système global du rotor a les axes x et z corrects, le long desquels vous devez calculer la rigidité latérale.

Le système de poutre local introduit dans cette section se réfère uniquement aux équation différentielle ci-dessous et n'est utile que pour expliquer la poutre d'Euler-Bernoulli.

Pour plus d'informations : https://en.wikipedia.org/wiki/Euler%E2%80%93Bernoulli_beam_theory .

2. Accélération du groupe d’entraînement

Schéma du modèle cinématique réduit

Courbe d’accélération du groupe

+

Système d’entraînement	Rapport de transmission moteur - courroie	i_{mc} / m^{-1}	
Système d’entraînement	Rapport de transmission moteur - poulies	i_{mp} / -	
Système d’entraînement	Rapport de transmission moteur - rotor	i_{mr} / -	
Moteur	Vitesse stationnaire	ω_{ms} / kRPM	
Moteur	Moment d’inertie réduit	J_{mz}* / kg*mm^2	
Poulies	Moment d’inertie réduit	J_{pz}* / kg*mm^2	
Rotor	Moment d’inertie réduit	J_{rz}* / kg*mm^2	
Rotor	Coef. a couple rotor	a_r / N*m*s	
Rotor	Coef. b couple rotor	b_r / N*m	
Rotor	Coef a couple rotor réduit	a_r* / N*m*s	
Rotor	Coef b couple rotor réduit	b_r* / N*m	
Système d’entraînement	Coef a couple réduit	a* / N*m*s	
Système d’entraînement	Coef b couple réduit	b* / N*m	
Système d’entraînement	Moment d’inertie réduit	J_z* / kg*mm^2	
Système d’entraînement	Temps de démarrage	$t_{99\%}$ / s	

Discussion

Précisions

Couple moteur :	$T_m(\omega_m) = T_m = cst$
Couple résistant du rotor :	$T_r(\omega_r) = a_r\omega_r + b_r$
Principe de réduction :	$T_r^*(\omega_m)\omega_m = T_r(\omega_r)\omega_r$
Couple résistant du rotor réduit :	$T_r^*(\omega_m) = a_r^*\omega_m + b_r^*$
Couple global réduit :	$T^*(\omega_m) = a^*\omega_m + b^*$
Equation de mouvement cinématique :	$J_z^*\dot{\omega}_m = T^*(\omega_m)$

3. Analyse dynamique du groupe d’entraînement

Schéma du modèle dynamique réduit

Schéma du modèle dynamique réduit et simplifié

Justification de la simplification

Courroie	Rigidité section 1 réduite	k_{c1}* / N*m*rad^{-1}	
Courroie	Rigidité section 2 réduite	k_{c2}* / N*m*rad^{-1}	
Courroie	Rigidité section 3 réduite	k_{c3}* / N*m*rad^{-1}	
Courroie	Rigidité section 4 réduite	k_{c4}* / N*m*rad^{-1}	
Courroie	Rigidité section 5 réduite	k_{c5}* / N*m*rad^{-1}	
Courroie	Rigidité section 6 réduite	k_{c6}* / N*m*rad^{-1}	
Courroie	Rigidité section 7 réduite	k_{c7}* / N*m*rad^{-1}	
Système d’entraînement	Vitesse critique minimale	$\omega_{m0,min}$ / kRPM	
Système d’entraînement	Pulsation relative maximal	$\beta_{m,max}$ / %	
Système simplifié	Erreur relative sur la vitesse critique minimale	ε_{ω} / %	

Discussion

Précisions

Utilisez le modèle simplifié **uniquement** pour calculer l'erreur sur la fréquence naturelle.

4. Réponse forcée du rotor

Schéma du modèle dynamique

Courbes de déplacement et d'accélération des supports

Balourd	Plage	U / mg*mm	
Support	Masse minimale	m_s / g	
Système RS	Masse	m / g	
Système RS	Moment d'inertie selon y	J_y / kg*mm^2	
Système RS	Rigidité selon x	k_{xx} / kN*m^{-1}	
Système RS	Rigidité selon θ	$k_{\theta\theta}$ / N*m*rad^{-1}	
Système RS	Première vitesse critique	ω_{r01} / kRPM	
Système RS	Seconde vitesse critique	ω_{r02} / kRPM	
Système RS	Sensibilité capteur dépl.	Sensi. / nm	

Discussion