

Résumé

Equilibrage des
efforts d'inertie

Prof. J. Schiffmann

La force d'inertie résultante

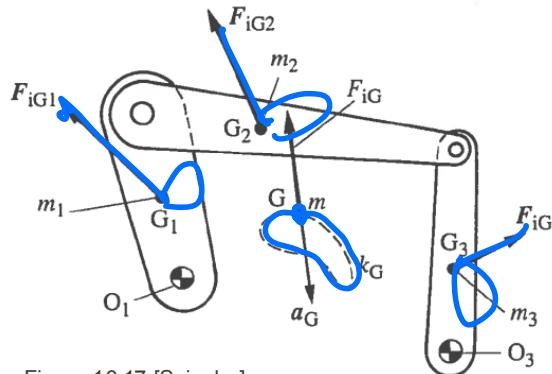


Figure 16.17 [Spinnler]

- Caractéristiques des efforts d'inertie
 - La résultante des n éléments est appliquée au centre de gravité G du mécanisme

$$m = \sum_{k=1}^n m_k$$

↑
Masse du
mécanisme

$$\vec{F}_I = \sum_{k=1}^n \vec{F}_{Ik} = - \sum_{k=1}^n m_k \vec{a}_k = m \vec{a}_G$$

Accélération du centre de
gravité du mécanisme

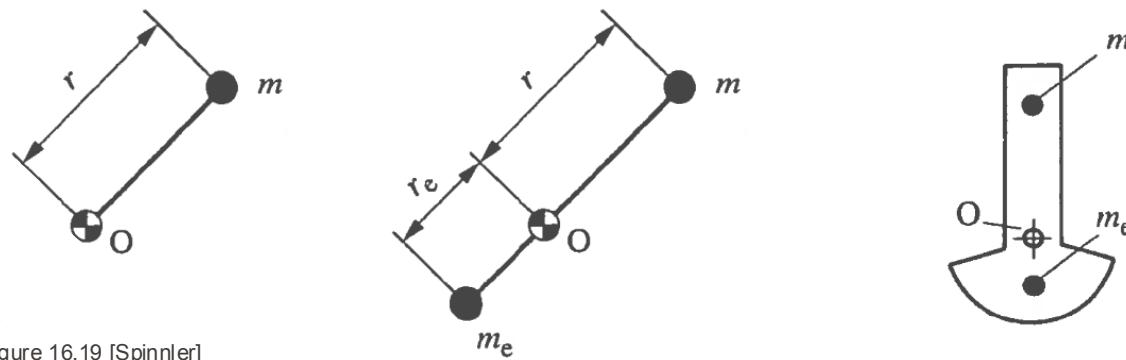
Equilibrage des efforts d'inertie I

- L'équilibrage a comme but d'annuler les efforts d'inertie
 - L'équilibrage parfait est atteint lorsque:

$$\vec{F}_I = 0 \quad M_{I0} = 0$$

- Deux méthodes pour équilibrer les efforts d'inertie
 - Modification de la distribution des masses des éléments mobiles
 - Ajouter des mécanismes auxiliaires qui compensent les efforts du mécanisme principal

- Modification de la distribution des masses des éléments mobiles
 - Les éléments sont intrinsèquement équilibrés
 - Les organes de guidage sont déchargés
 - Généralement le mécanisme est alourdi (m & $J \uparrow$)
→ dynamique du système en souffre!



- Equilibrage par mécanisme auxiliaire

- Un système à came permet de compenser les efforts d'inertie. Le profil de la came doit être adapté au mouvement du centre de gravité du système
- Le système auxiliaire complique, alourdit et renchérit le mécanisme

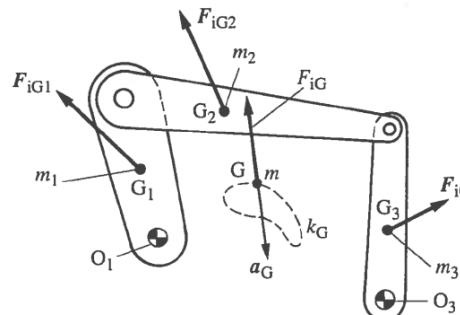


Figure 16.17 [Spinnler]

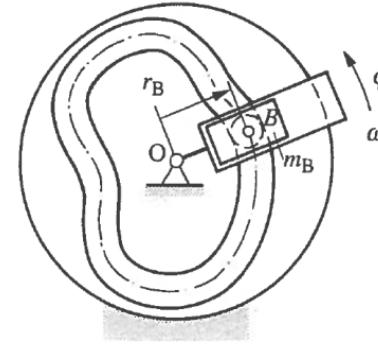
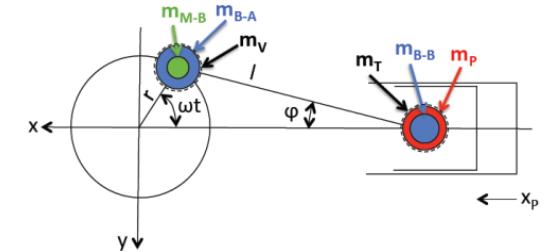


Figure 14.44 [Spinnler]

Machines à piston I



■ Les forces d'inertie

- Composées des effets des masses en rotation et en translation

$$F_{I-x} = -m_V r \omega^2 \cos \omega t - m_T r \omega^2 \left[\cos \omega t + \frac{r}{l} \cos 2\omega t \right]$$

$$F_{I-y} = -m_V r \omega^2 \sin \omega t$$

Composante du mouvement du piston

Force centrifuge de la masse tournante (manivelle + bielle)

■ Equilibrage de la force centrifuge

- Puisque il s'agit d'une force tournante d'intensité constante elle est facilement équilibrée par un simple ajout de masse

Machines à piston II

■ Caractérisation de la force oscillante du piston

- Décomposition de la force oscillante en deux composantes contrarotatives
- S'applique également à la force harmonique de 2^{ième} ordre
- Equilibrage de Lanchester

$$\frac{m_T r \omega^2}{2} \cos(\pm \omega t) \longrightarrow$$

$$\frac{m_T r \omega^2}{2} \frac{r}{l} \cos(\pm 2\omega t) \longrightarrow$$

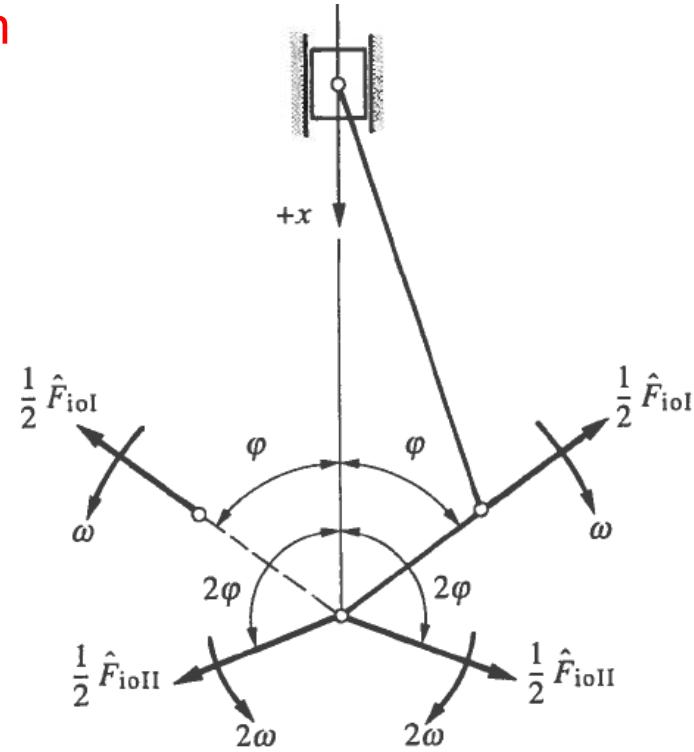


Figure 16.23 [Spinnler]

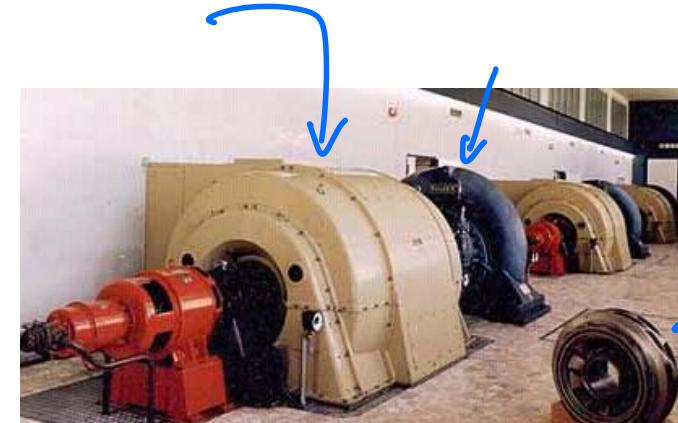


Dynamique des Systèmes Mécaniques

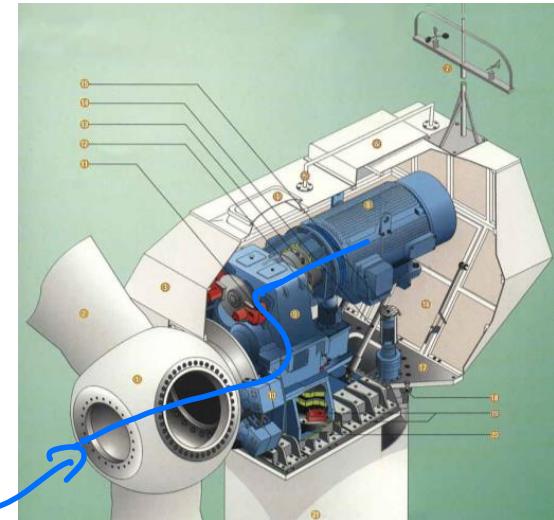
Mouvement de
groupe

Prof. J. Schiffmann

Groupes moteur-machine I



Groupe moteur-pompe du complexe hydroélectrique de la Grande-Dixence

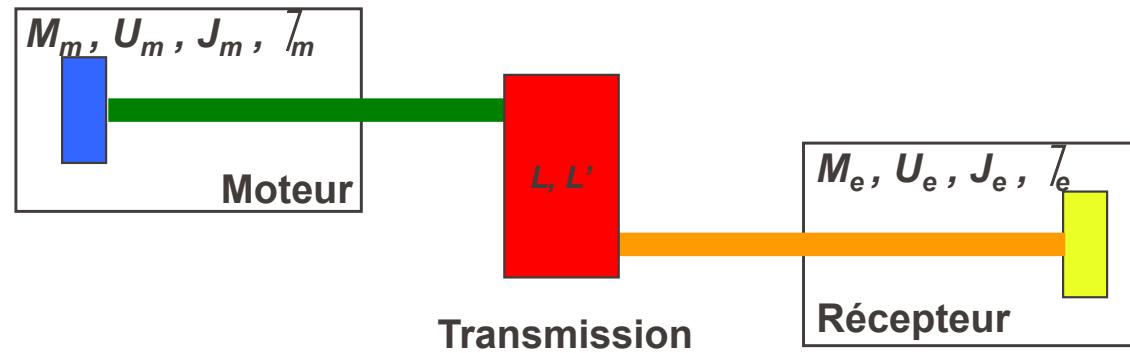


Groupe hélice-générateur d'une centrale éolienne
(www.hi-windkraft.de)



Train de BMW 745d (V8, 242 kW, 750 Nm)

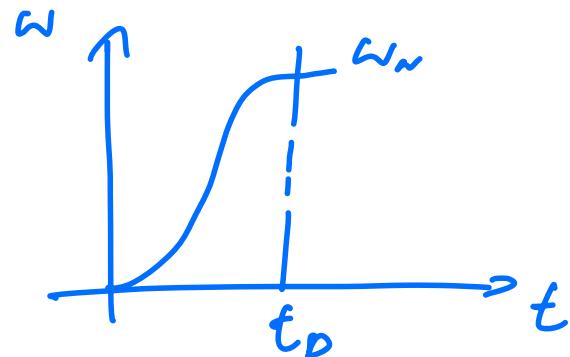
- Définition d'un groupe
 - Moteur-transmission-récepteur



Régimes de mouvement

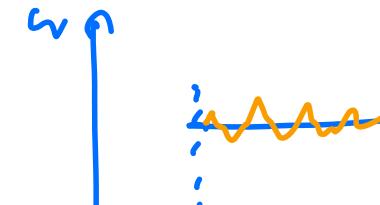
- Démarrage

- Consiste à fournir de l'énergie au groupe
- Achevé lorsque la vitesse nominale moyenne est atteinte



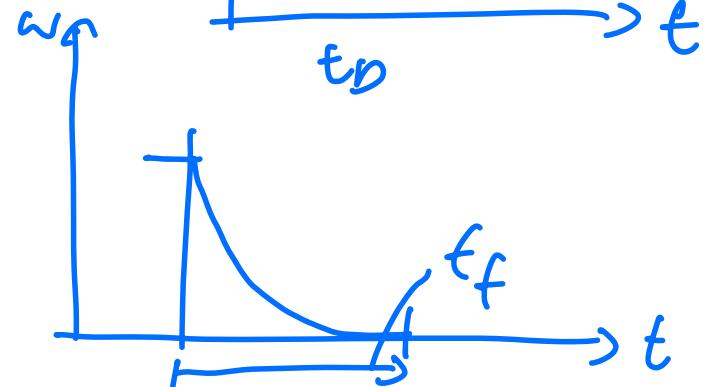
- Régime stationnaire

- Vitesse moyenne constante
- L'effort moteur correspond à l'effort d'entraînement



- Ralentissement

- Consiste à retirer de l'énergie au groupe
- Achevé lorsque le groupe est arrêté

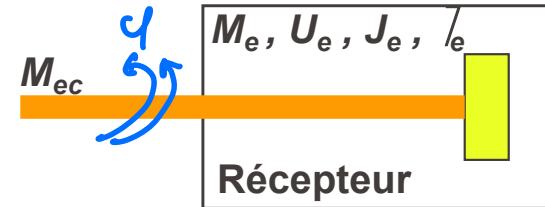


- Effort cinétique pour un groupe rotatif
 - Equation de mouvement générale

$$I(q)\ddot{q} + \frac{1}{2}I'(q)\dot{q}^2 + U'(q) = Q_m^* - Q_e^*$$



- Effort cinétique pour un groupe rotatif
 - Equation de mouvement générale



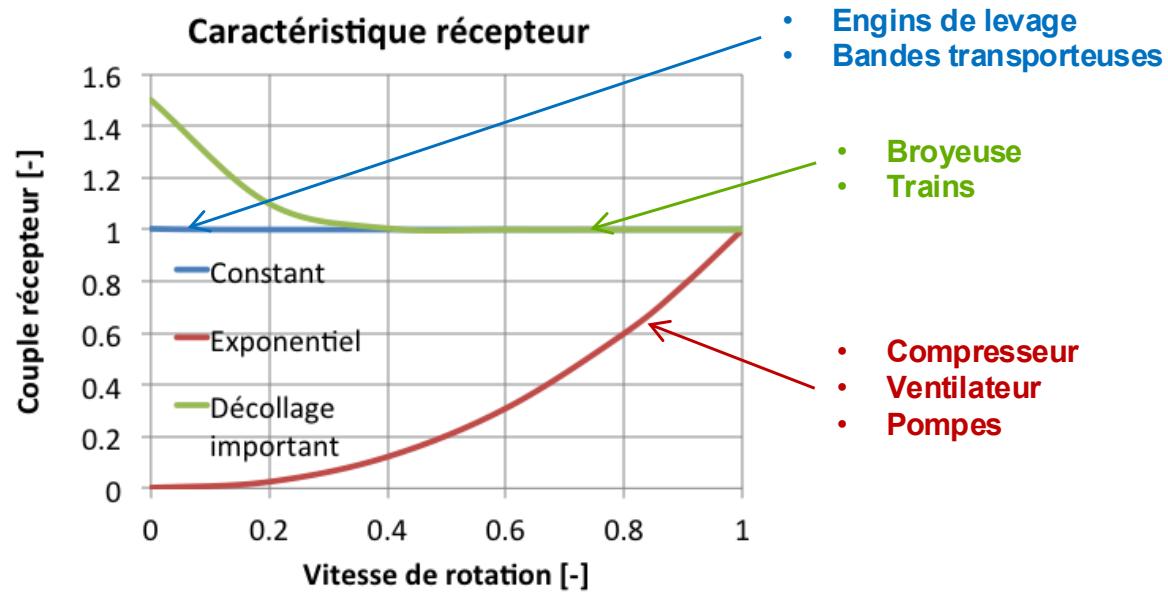
$$I(q)\ddot{q} + \frac{1}{2}I'(q)\dot{q}^2 + U'(q) = Q_m^* - Q_e^*$$

The equation $M_{ec} = J_e(\varphi)\dot{\omega} + \frac{1}{2} \frac{dJ_e(\varphi)}{d\varphi} \omega^2 + \frac{dU_e(\varphi)}{d\varphi} + M_e^*$ is shown with various components labeled:

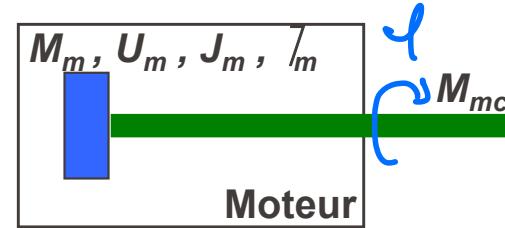
- Couple d'accélération de l'inertie** (Acceleration inertia couple): $J_e(\varphi)\dot{\omega}$, indicated by a green arrow pointing upwards.
- Couple pour varier le mouvement d'éléments avec une transmission non-uniforme** (Variable element movement couple with non-uniform transmission): $\frac{1}{2} \frac{dJ_e(\varphi)}{d\varphi} \omega^2$, indicated by a red arrow pointing upwards.
- Couple d'entraînement permanent** (Permanent drive couple): $\frac{dU_e(\varphi)}{d\varphi}$, indicated by a green arrow pointing downwards.
- Couple d'entraînement statique** (Static drive couple): M_e^* , indicated by a red arrow pointing upwards.

A large red arrow points downwards from the top of the equation towards the first term $J_e(\varphi)\dot{\omega}$.

- Caractéristique de récepteurs



- Effort cinétique pour un groupe rotatif
 - Par l'équation de mouvement cinétique généralisée on obtient



$$M_{mc} = M_m^* - \frac{dU_m(\varphi)}{d\varphi} - \frac{1}{2} \frac{dJ_m(\varphi)}{d\varphi} \omega^2 - J_m(\varphi) \dot{\omega}$$

Diagram illustrating the components of the motor torque M_{mc} :

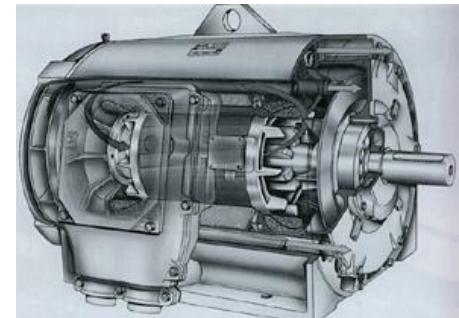
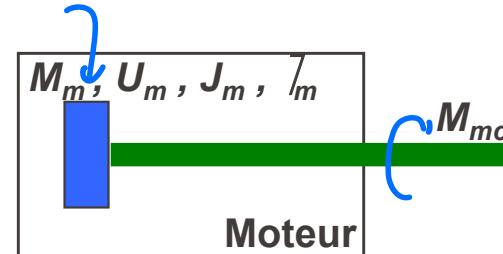
- Couple moteur permanent** (Permanent motor torque): Indicated by a green bracket and arrow pointing to the first term M_m^* .
- Couple pour varier le mouvement d'éléments avec une transmission non-uniforme** (Torque to vary element movement with non-uniform transmission): Indicated by a red bracket and arrow pointing to the second term $\frac{dU_m(\varphi)}{d\varphi}$.
- Couple d'entrainement statique** (Static driving torque): Indicated by a red bracket and arrow pointing to the third term $\frac{1}{2} \frac{dJ_m(\varphi)}{d\varphi} \omega^2$.
- Couple pour d'accélération de l'inertie** (Torque for accelerating inertia): Indicated by a green bracket and arrow pointing to the fourth term $J_m(\varphi) \dot{\omega}$.

Effort moteur II

- Exemple: moteur électrique
 - Système uniforme
 - Sans modification d'énergie potentielle

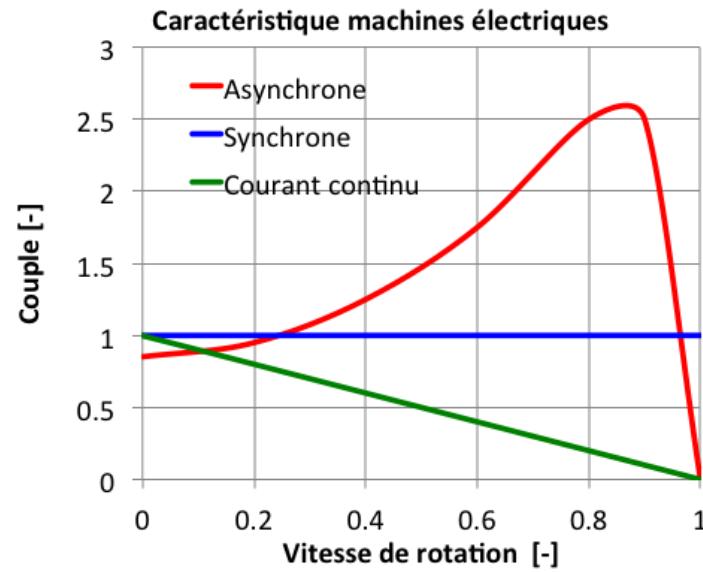
$$n_{nc} = n_m^* - \cancel{U' - \frac{1}{2} J_m^* \omega^2} - J_m^* \dot{\omega}$$

$$n_{nc} = n_m^* - J_m^* \cdot \dot{\omega}$$



www.hak-vk.at

- Caractéristique de moteurs

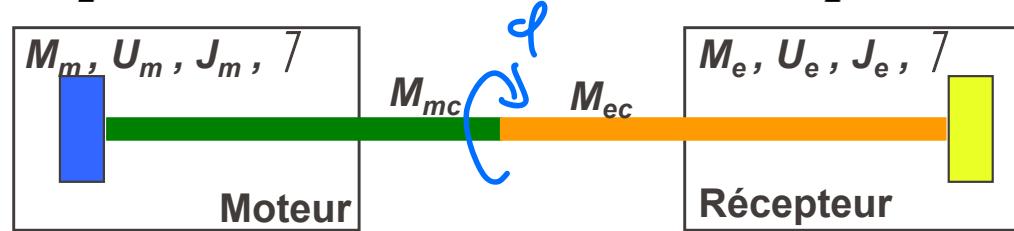


■ Vitesse de rotation instantanée

- Moteur et récepteur reliés et tournent à la même vitesse
- Le couple d'entrainement cinématique correspond au couple moteur cinématique

$$M_m^* - U'_m - \frac{1}{2} J'_m \omega^2 - J_m \dot{\omega} = M_{mc}$$

$$M_{ec} = J_e \dot{\omega} + \frac{1}{2} J'_e \omega^2 + U'_e + M_e^*$$



$$M_{mc} = M_{ec}$$

$$M_m^* - M_e^* = (J_m + J_e) \dot{\omega} + \frac{1}{2} (J'_m + J'_e) \omega^2 + (U'_m + U'_e)$$

- Vitesse de régime stationnaire

- Le groupe accélère si: $M_m^* > M_e^*$
- Le groupe ralentit si: $M_m^* < M_e^*$
- La vitesse en régime stationnaire
→ le point de fonctionnement

$$M_m^*(\omega_0) = M_e^*(\omega_0)$$

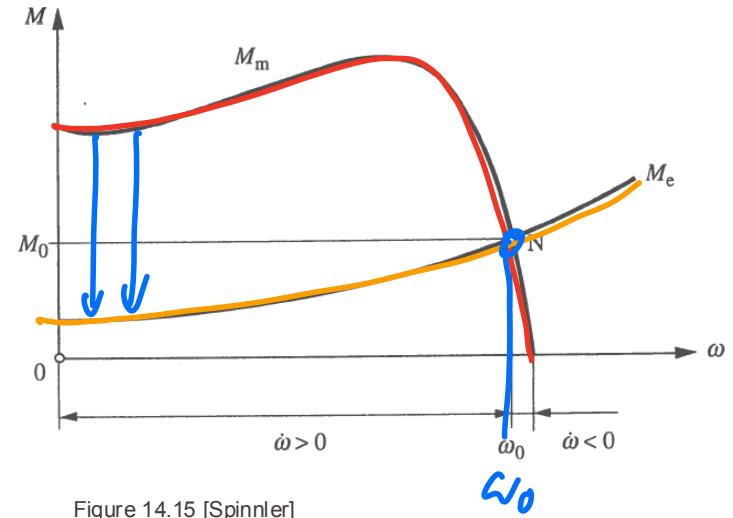


Figure 14.15 [Spinnler]

Stabilité de la vitesse de groupe

■ Vitesse de régime stationnaire

- Qu'est-ce qui se passe lorsque une perturbation écarte la vitesse de rotation du point de fonctionnement?

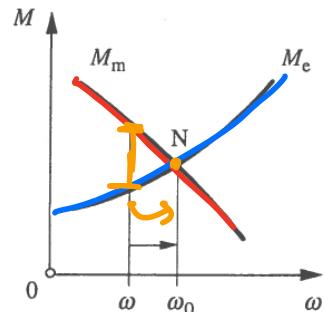


Figure 14.16 [Spinnler]

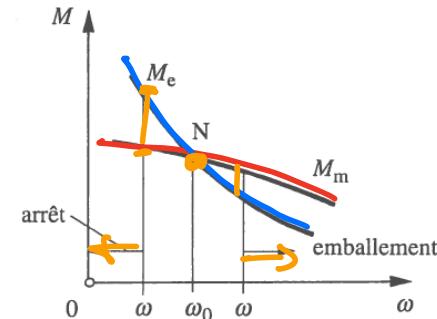
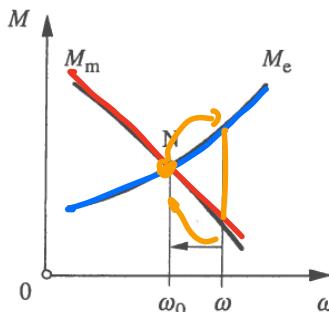


Figure 14.17 [Spinnler]

- Condition de stabilité: $\frac{dM_m^*}{d\omega} < \frac{dM_e^*}{d\omega}$

Sources

- Souvent des groupes présentent des variations d'allure
- Les sources peuvent être des cinématiques non-uniformes cycliques ou des efforts cycliques (\rightarrow compresseur à piston)
- Les énergies cinétique et potentielle varient alors autour d'une valeur moyenne

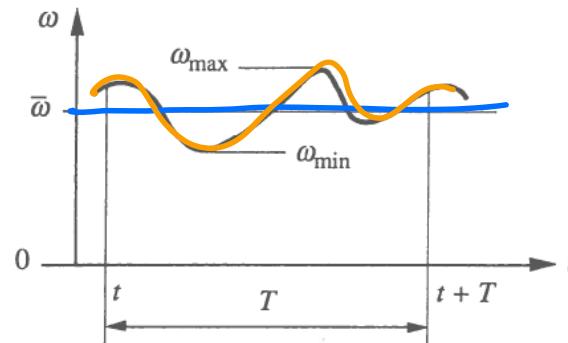


Figure 14.37 [Spinnler]

$$\bar{\omega} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \omega(t) dt$$

- Caractérisation

- Les fluctuations sont exprimées par le facteur d'irrégularité

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\bar{\omega}}$$

- Pour des fluctuations périodiques avec des écarts faibles

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2}(\omega_{\max} + \omega_{\min})$$

$$\delta = 2 \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\max} + \omega_{\min}}$$

Application	δ
Pompes à piston	1/20 ... 1/30
Moteurs à combustion interne	1/80 ... 1/300
Turbomachines	< 1/1000



- Les variations de vitesse ne sont généralement pas souhaitées
 - Perturbation du travail de la machine
 - Source d'efforts dynamiques parasites
 - Vibrations de la chaîne cinématique
 - Surcharge des organes de guidage et fatigue les éléments → limitation de la durée de vie

$$M_m^* - M_e^* = (J_m + J_e)\dot{\omega} + \frac{1}{2}(J'_m + J'_e)\omega^2 + (U'_m + U'_e)$$



- Expression pour l'accélération d'un groupe

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J_m + J_e} \left[(M_m^* - M_e^*) - (U'_m + U'_e) - \frac{1}{2} (J'_m + J'_e) \omega^2 \right]$$

Variations des efforts moteur (\rightarrow moteur à combustion)

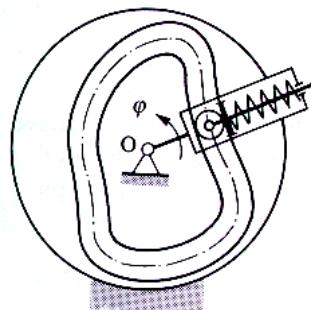
Variations des efforts d'entraînement (\rightarrow compresseur à piston, broyeuse, scie, presse, ...)

Variations des efforts dérivant d'un potentiel

Variations des inerties réduites
 \rightarrow mouvements non-uniformes

- Régularisation de la marche par l'ajout d'un mécanisme supplémentaire
 - Equilibrage de puissance

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J_m + J_e} \left[(M_m^* - M_e^*) - (U'_m + U'_e) - \frac{1}{2} (J'_m + J'_e) \omega^2 + M_B \right]$$

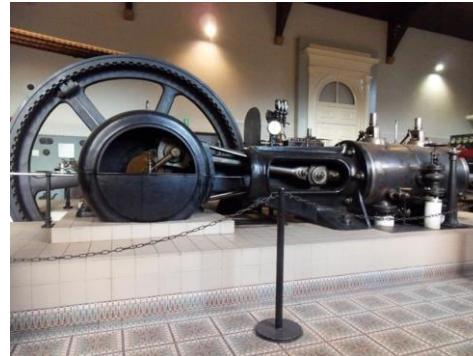


Peut être effectué par une masse pilotée par une came dont la loi de mouvement compense l'irregularité par son moment d'entraînement

- Régularisation de la marche par une augmentation de l'inertie

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J_m + J_e} \left[(M_m^* - M_e^*) - (U_m' + U_e') - \frac{1}{2} (J_m' + J_e') \omega^2 \right]$$

- Ajout d'un volant d'inertie qui stocke de l'énergie lors d'une accélération et la restitue lors d'un ralentissement



Dynamique des Systèmes Mécaniques

Mouvement de
groupe: démarrage
et freinage

Prof. J. Schiffmann

- Consiste à fournir de l'énergie au groupe pour
 - « Décoller » la machine
 - Augmenter l'énergie cinétique des éléments en mouvement
- L'étude de démarrage permet de déterminer
 - Le temps de démarrage
 - L'espace parcouru pendant la phase de démarrage
 - L'évolution de la vitesse au cours du démarrage

Le couple moteur utile est plus faible au démarrage (frottement statique, absence de lubrifiant)

Le couple d'entrainement est souvent plus élevé au démarrage pour les mêmes raisons

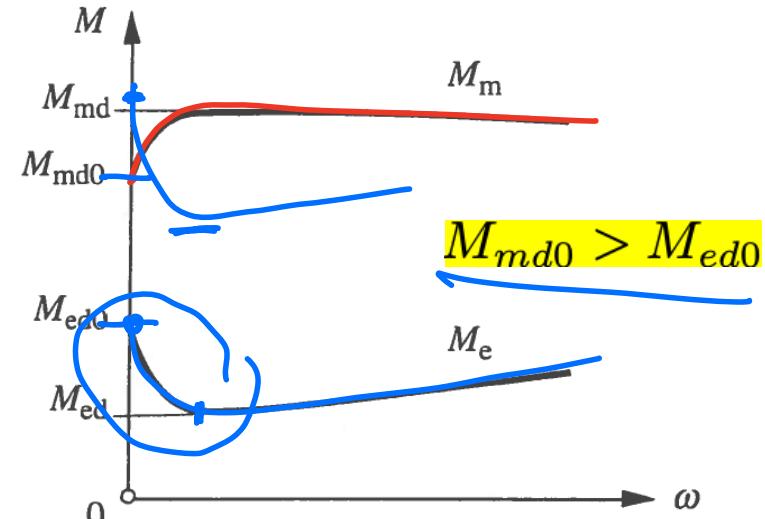


Figure 14.18 [Spinnler]

- Dans certains cas il faut un embrayage ou un coupleur pour permettre un démarrage à vide

Durée de démarrage

- Pour un système uniforme

$$M_m^* - M_e^* = (J_m + J_e) \dot{\omega} + \frac{1}{2} (J'_m + J'_e) \omega^2 + (U'_m + U'_e)$$

- L'accélération instantanée et la durée de démarrage

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{n_m - n_e}{J_m + J_e} \quad \left. \begin{array}{l} \\ f(\omega) \end{array} \right\}$$

$$\frac{J_m + J_e}{n_m - n_e} \cdot d\omega = dt \quad \int$$

$$t_D = (J_m + J_e) \int_0^{\omega_0} \frac{1}{n_m - n_e} d\omega$$

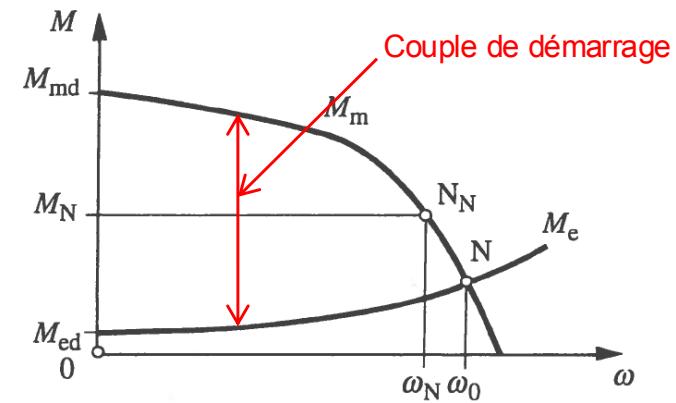


Figure 14.21 [Spinner]

Démarrage avec embrayage

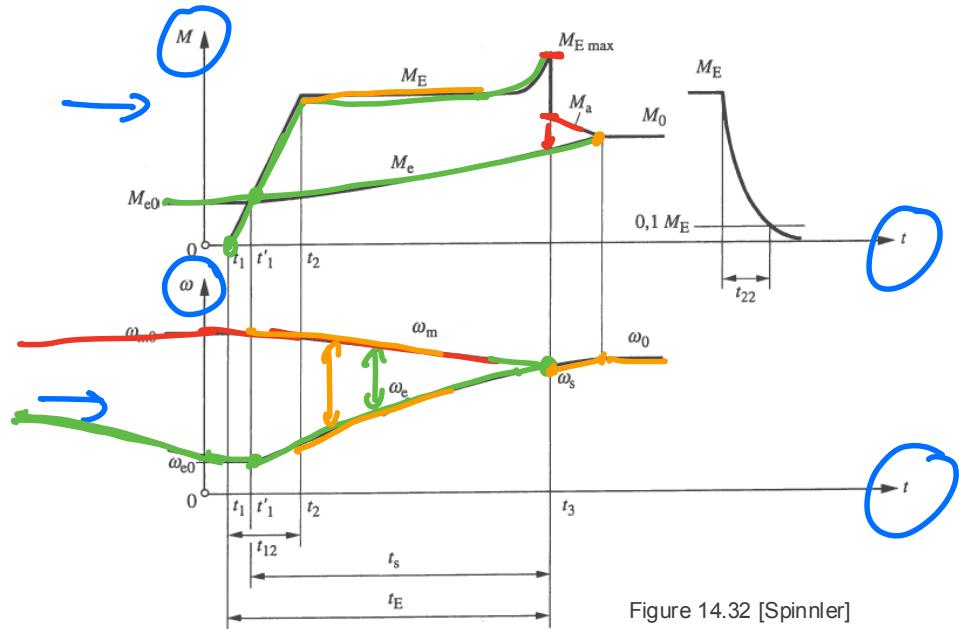


Figure 14.32 [Spinnler]

- Durée de synchronisation
- Puissance dissipée

$$M_E - M_e = J_e \frac{d\omega_e}{dt}$$

$$P = M_E \omega_m - M_E \omega_e$$

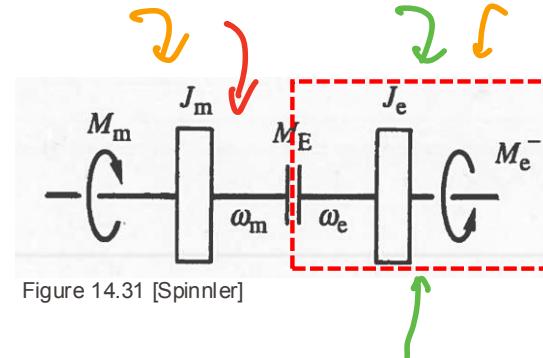
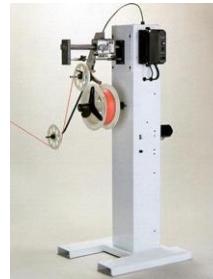


Figure 14.31 [Spinnler]

- Fonctions des freins

- Ralentissement → arrêter une machine
- Réglage de la vitesse
- Frein d'arrêt



- Caractérisation d'un frein

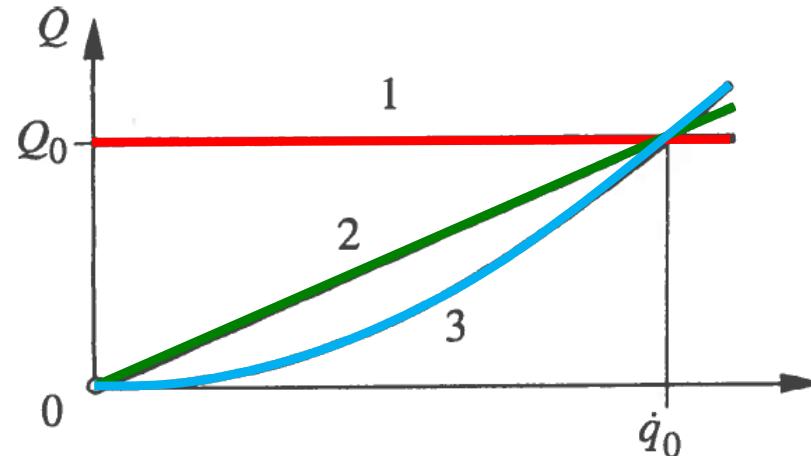


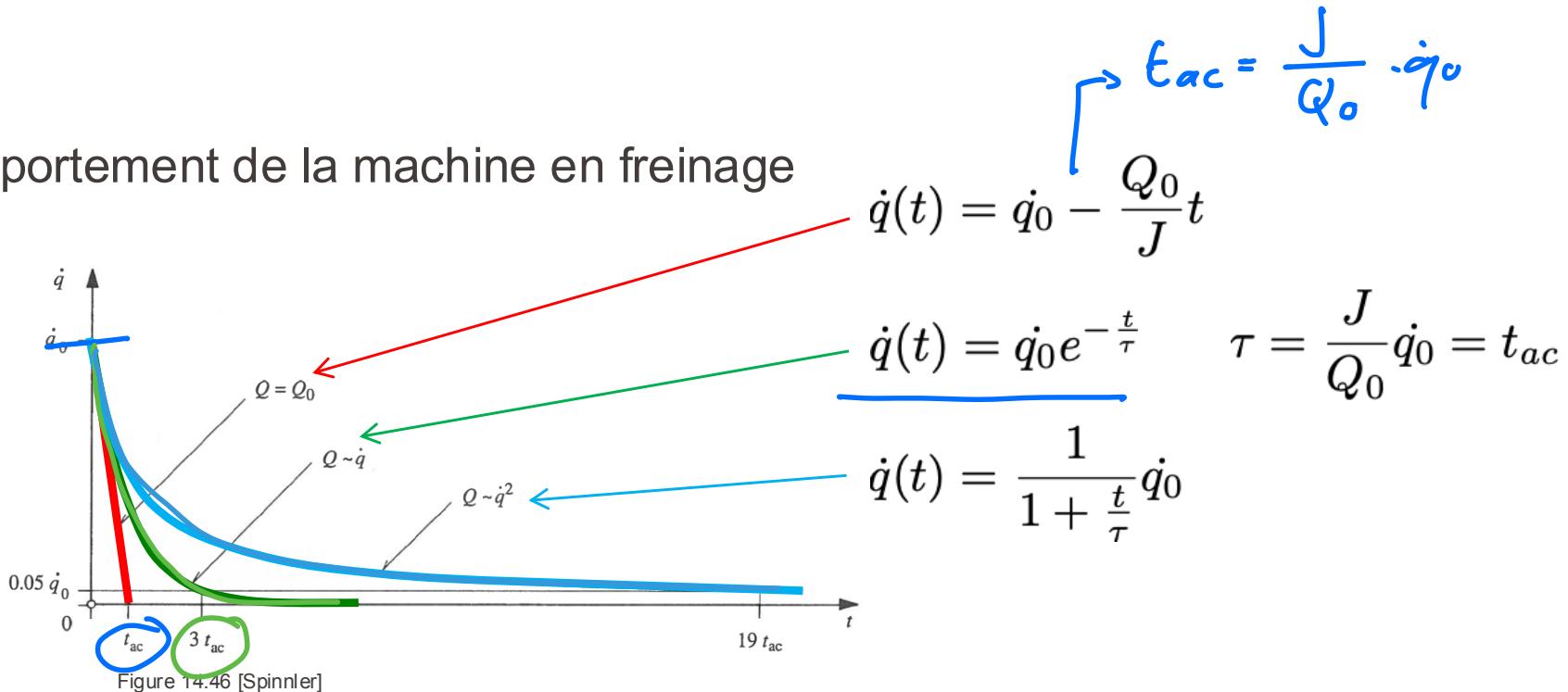
Figure 14.45 [Spinnler]

$$Q(t) = Q_0 \quad \text{Frottement}$$

$$Q(t) = Q_0 \frac{\dot{q}}{\dot{q}_0} \quad \text{Dynamo / frein de Foucault}$$

$$Q(t) = Q_0 \left(\frac{\dot{q}}{\dot{q}_0} \right)^2 \quad \text{Aérodynamique}$$

- Comportement de la machine en freinage



- Le freinage par frottement ou par la montée d'une masse est le plus efficace pour arrêter une machine
- Le frein fonction de la vitesse n'arrête pas le système

Exemples de freins



Frein à disque (frottement)

$$Q(t) = Q_0$$



Frein à Foucault



Parachute de freinage (aérodynamique)

$$Q(t) = Q_0 \frac{\dot{q}}{\dot{q}_0}$$

$$Q(t) = Q_0 \left(\frac{\dot{q}}{\dot{q}_0} \right)^2$$

Energie dissipée?

- Frein à frottement ($Q_0 = \text{cst.}$)

$$M - M_f = (J_f + J) \dot{\omega}$$

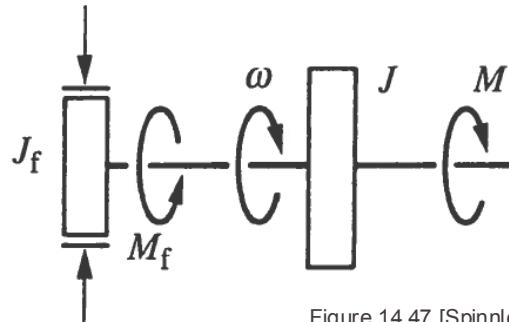


Figure 14.47 [Spinnler]

- L'énergie dissipée par le frein:

$$W_f = \int_0^{t_a} M_f \omega dt = \int_0^{\varphi_a} M d\varphi + \frac{1}{2} (J_f + J) \omega_0^2$$

Travail moteur
Energie cinétique

- Energie dissipée en chaleur → problèmes d'échauffement

- Rapport de vitesse idéal pour le démarrage
- Etude du démarrage d'un rotor d'hélicoptère
- Conception d'un volant d'inertie pour un moteur monocylindre 4 temps