

Résumé

Equilibrage des
efforts d'inertie

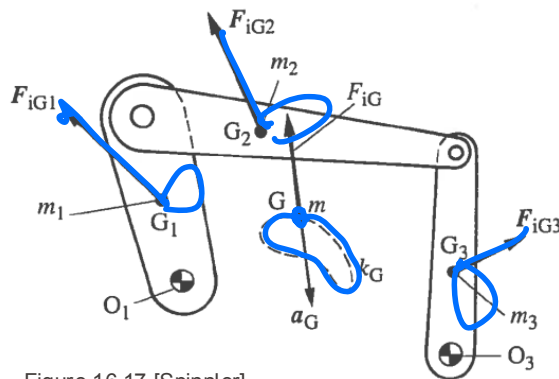


Figure 16.17 [Spinnler]

- Caractéristiques des efforts d'inertie
 - La résultante des n éléments est appliquée au centre de gravité G du mécanisme

$$m = \sum_{k=1}^n m_k$$

↑ Masse du
mécanisme

$$\vec{F}_I = \sum_{k=1}^n \vec{F}_{Ik} = - \sum_{k=1}^n m_k \vec{a}_k = m \vec{a}_G$$

Accélération du centre de
gravité du mécanisme

- L'équilibrage a comme but d'annuler les efforts d'inertie
 - L'équilibrage parfait est atteint lorsque:

$$\vec{F}_I = 0 \quad M_{I0} = 0$$

- Deux méthodes pour équilibrer les efforts d'inertie
 - Modification de la distribution des masses des éléments mobiles
 - Ajouter des mécanismes auxiliaires qui compensent les efforts du mécanisme principal

- Modification de la distribution des masses des éléments mobiles
 - Les éléments sont intrinsèquement équilibrés
 - Les organes de guidage sont déchargés
 - Généralement le mécanisme est alourdi (m & $J \uparrow$)
→ dynamique du système en souffre!

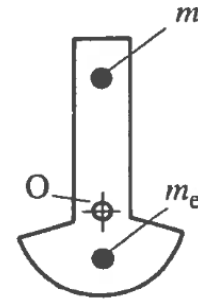
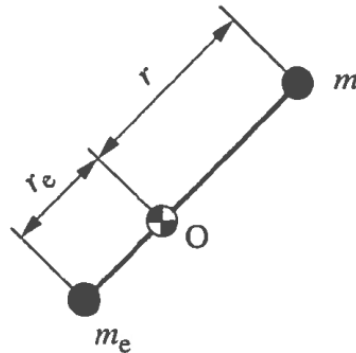
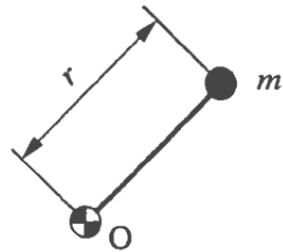


Figure 16.19 [Spinnler]

- Equilibrage par mécanisme auxiliaire
 - Un système à came permet de compenser les efforts d'inertie. Le profil de la came doit être adapté au mouvement du centre de gravité du système
 - Le système auxiliaire complique, alourdit et renchérit le mécanisme

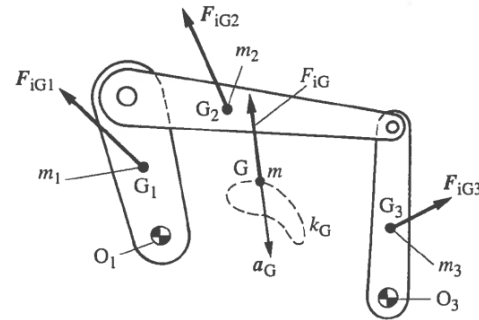


Figure 16.17 [Spinnler]

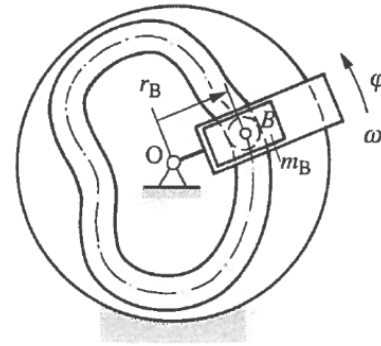
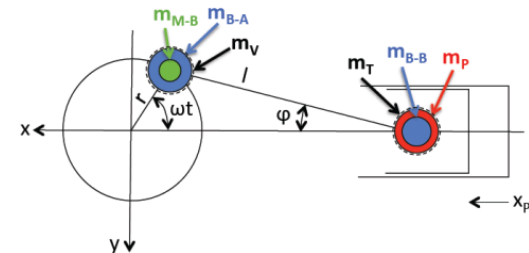


Figure 14.44 [Spinnler]



■ Les forces d'inertie

- Composées des effets des masses en rotation et en translation

$$F_{I-x} = \underbrace{-m_V r \omega^2 \cos \omega t}_{\text{Force centrifuge de la masse tournante (manivelle + bielle)}} - \underbrace{m_T r \omega^2 \left[\cos \omega t + \frac{r}{l} \cos 2\omega t \right]}_{\text{Composante du mouvement du piston}}$$

$$F_{I-y} = \underbrace{-m_V r \omega^2 \sin \omega t}_{\text{Force centrifuge de la masse tournante (manivelle + bielle)}}$$

■ Equilibrage de la **force centrifuge**

- Puisque il s'agit d'une force tournante d'intensité constante elle est facilement équilibrée par un simple ajout de masse

- Caractérisation de la **force oscillante du piston**
 - Décomposition de la force oscillante en deux composantes contrarotatives
 - S'applique également à la force harmonique de 2^{ième} ordre
 - Equilibrage de Lanchester

$$\frac{m_T r \omega^2}{2} \cos(\pm \omega t) \longrightarrow$$

$$\frac{m_T r \omega^2}{2} \frac{r}{l} \cos(\pm 2\omega t) \longrightarrow$$

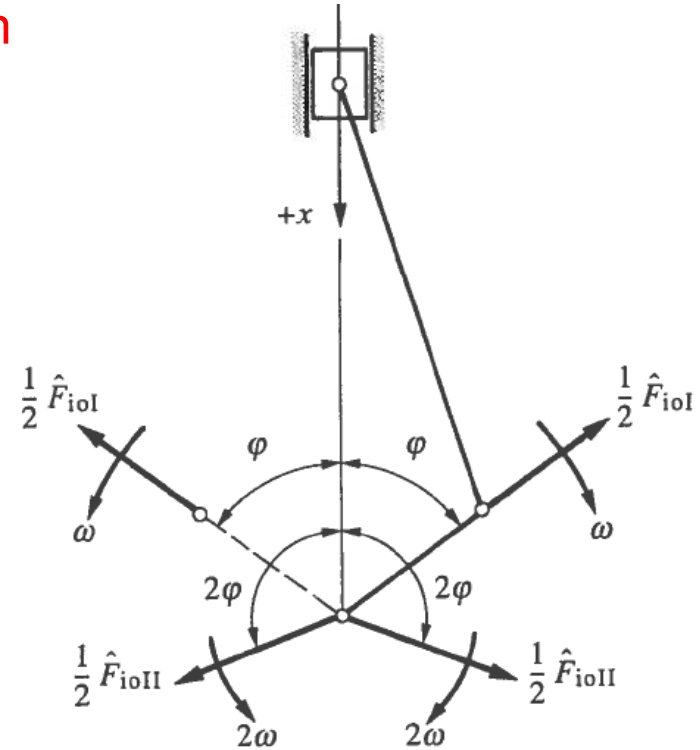


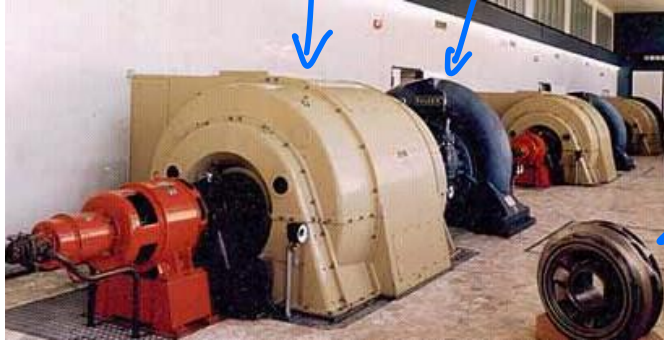
Figure 16.23 [Spinnler]



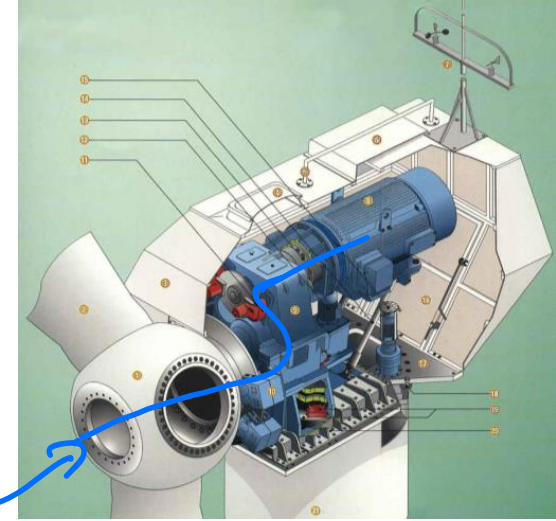
Dynamique des Systèmes Mécaniques

**Mouvement de
groupe**

Groupes moteur-machine I



Groupe moteur-pompe du complexe hydroélectrique de la Grande-Dixence

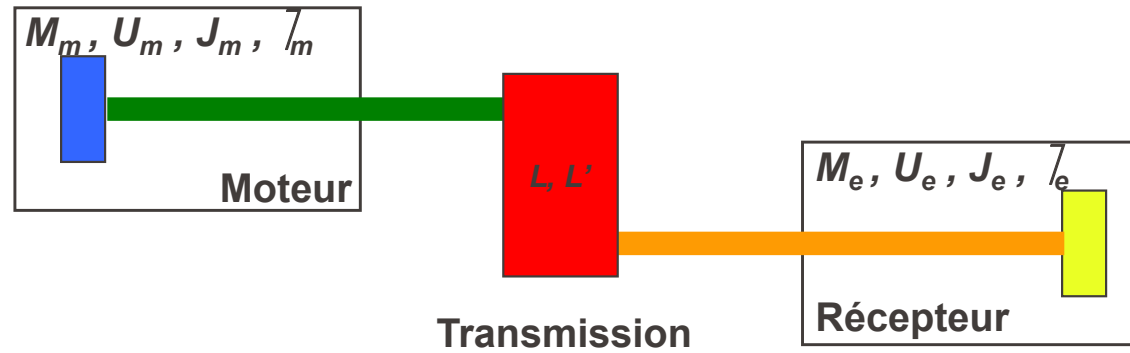


Groupe hélice-générateur d'une centrale éolienne
(www.hi-windkraft.de)



Train de BMW 745d (V8, 242 kW, 750 Nm)

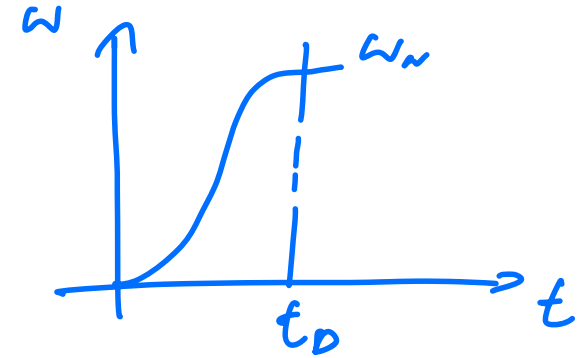
- Définition d'un groupe
 - Moteur-transmission-récepteur



Régimes de mouvement

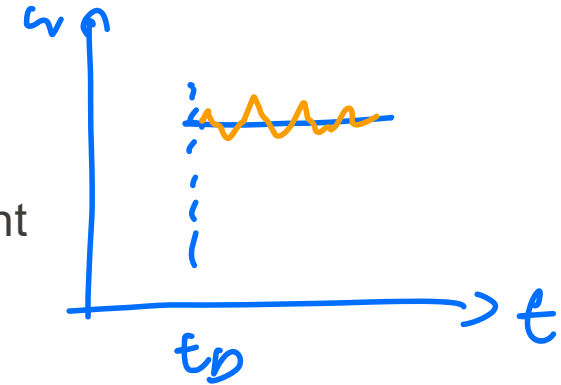
■ Démarrage

- Consiste à fournir de l'énergie au groupe
- Achievé lorsque la vitesse nominale moyenne est atteinte



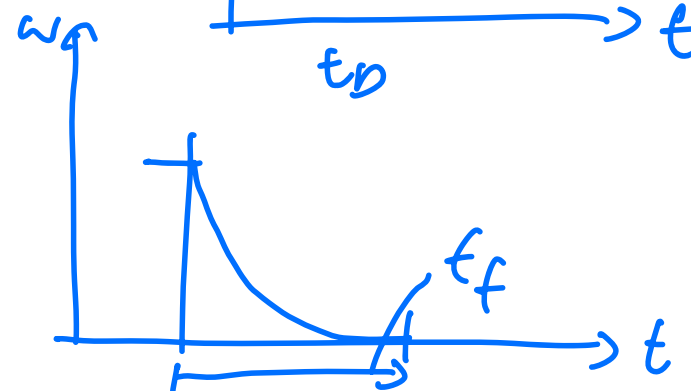
■ Régime stationnaire

- Vitesse moyenne constante
- L'effort moteur correspond à l'effort d'entrainement



■ Ralentissement

- Consiste à retirer de l'énergie au groupe
- Achievé lorsque le groupe est arrêté



- Effort cinétique pour un groupe rotatif
 - Equation de mouvement générale

$$I(q)\ddot{q} + \frac{1}{2}I'(q)\dot{q}^2 + U'(q) = Q_m^* - Q_e^*$$



- Effort cinétique pour un groupe rotatif
 - Equation de mouvement générale

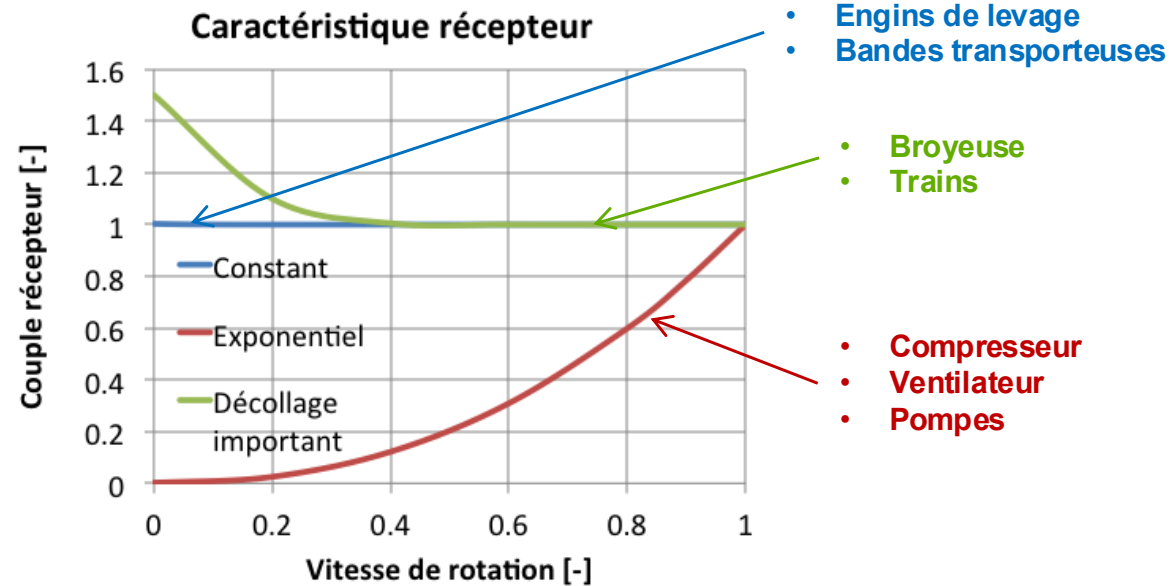


$$I(q)\ddot{q} + \frac{1}{2}I'(q)\dot{q}^2 + U'(q) = Q_m^* - Q_e^*$$

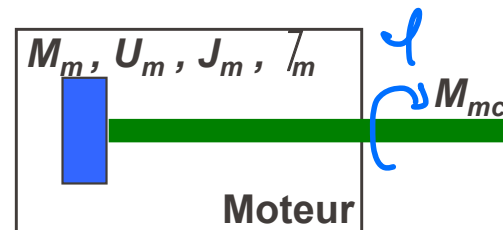
$$M_{ec} = \underbrace{J_e(\varphi)\dot{\omega}}_{\text{Couple d'accélération de l'inertie}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{dJ_e(\varphi)}{d\varphi} \omega^2}_{\text{Couple pour varier le mouvement d'éléments avec une transmission non-uniforme}} + \underbrace{\frac{dU_e(\varphi)}{d\varphi}}_{\text{Couple d'entraînement statique}} + M_e^*$$

Couple d'entraînement permanent

■ Caractéristique de récepteurs



- Effort cinétique pour un groupe rotatif
 - Par l'équation de mouvement cinétique généralisée on obtient



$$M_{mc} = M_m^* - \frac{dU_m(\varphi)}{d\varphi} - \frac{1}{2} \frac{dJ_m(\varphi)}{d\varphi} \omega^2 - J_m(\varphi) \dot{\omega}$$

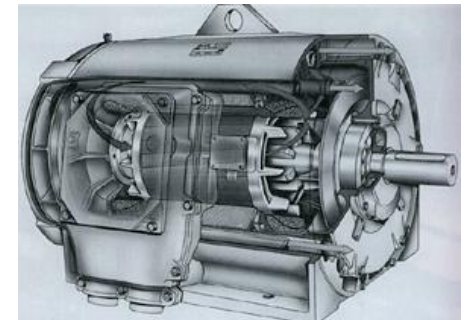
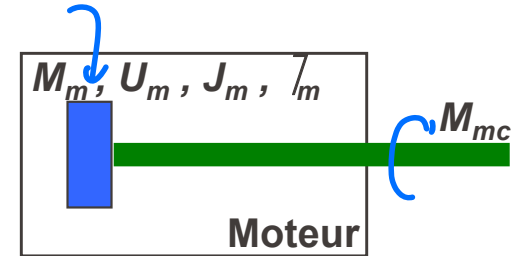
Diagram illustrating the components of the motor torque equation M_{mc} :

- Couple moteur permanent** (Permanent motor torque): Indicated by a green arrow pointing to the term M_m^* .
- Couple d'entrainement statique** (Static driving torque): Indicated by a red arrow pointing to the term $-\frac{dU_m(\varphi)}{d\varphi}$.
- Couple pour varier le mouvement d'éléments avec une transmission non-uniforme** (Couple for varying the motion of elements with a non-uniform transmission): Indicated by a red arrow pointing to the term $-\frac{1}{2} \frac{dJ_m(\varphi)}{d\varphi} \omega^2$.
- Couple pour d'accélération de l'inertie** (Couple for acceleration of inertia): Indicated by a green arrow pointing to the term $-J_m(\varphi) \dot{\omega}$.

- Exemple: moteur électrique
 - Système uniforme
 - Sans modification d'énergie potentielle

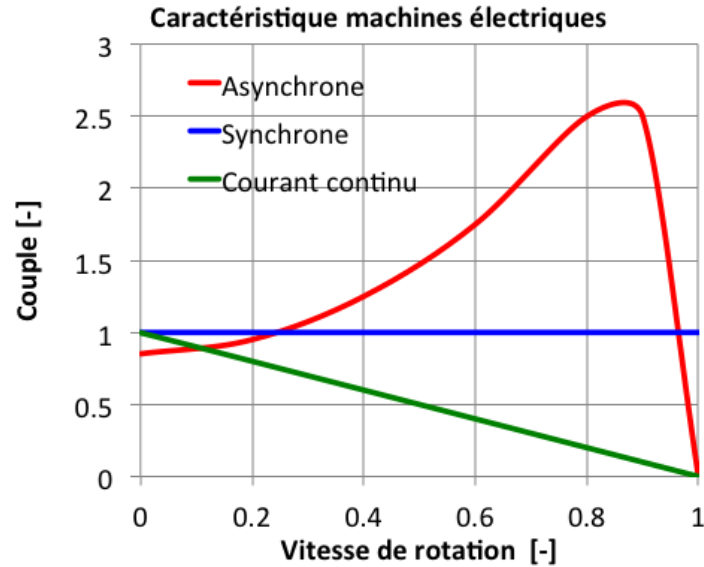
$$N_{mc} = N_m^* - \cancel{U} - \cancel{\frac{1}{2} J_m^* \omega^2} - J_m^* \omega$$

$$N_{mc} = N_m^* - J_m^* \cdot \omega$$



www.hak-vk.at

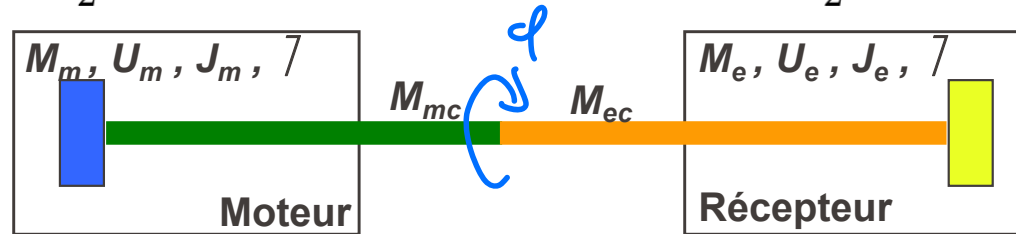
- Caractéristique de moteurs



- Vitesse de rotation instantanée
 - Moteur et récepteur reliés et tournent à la même vitesse
 - Le couple d'entraînement cinématique correspond au couple moteur cinématique

$$M_m^* - U'_m - \frac{1}{2} J'_m \omega^2 - J_m \dot{\omega} = M_{mc}$$

$$M_{ec} = J_e \dot{\omega} + \frac{1}{2} J'_e \omega^2 + U'_e + M_e^*$$



$$M_{mc} = M_{ec}$$

$$\underbrace{M_m^* - M_e^*}_{\text{Cinématique}} = \underbrace{(J_m + J_e) \dot{\omega}}_{\text{Inertie}} + \underbrace{\frac{1}{2} (J'_m + J'_e) \omega^2}_{\text{Énergie cinétique}} + \underbrace{(U'_m + U'_e)}_{\text{Énergie potentielle}}$$

- Vitesse de régime stationnaire
 - Le groupe accélère si: $M_m^* > M_e^*$
 - Le groupe ralentit si: $M_m^* < M_e^*$
 - La vitesse en régime stationnaire
→ le point de fonctionnement

$$M_m^*(\omega_0) = M_e^*(\omega_0)$$

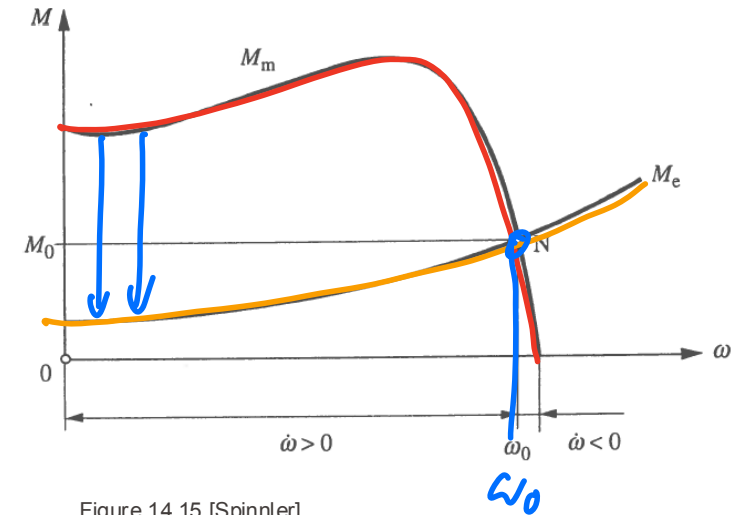


Figure 14.15 [Spinnler]

- Vitesse de régime stationnaire
 - Qu'est-ce qui se passe lorsque une perturbation écarte la vitesse de rotation du point de fonctionnement?

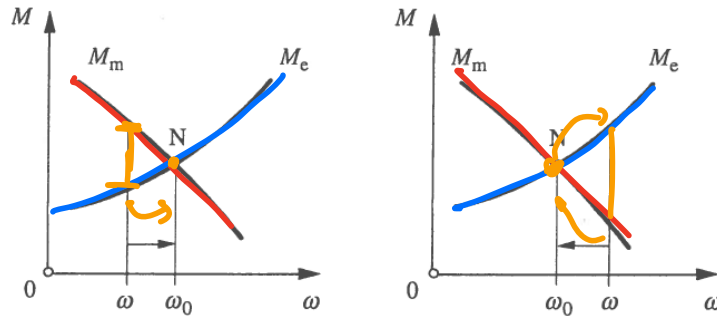


Figure 14.16 [Spinnler]

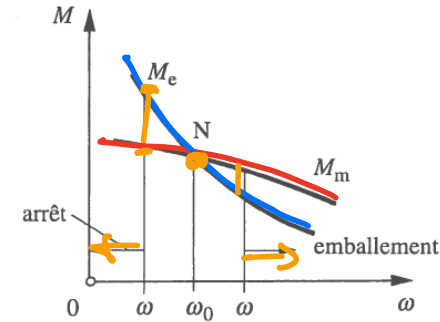


Figure 14.17 [Spinnler]

- Condition de stabilité: $\frac{dM_m^*}{d\omega} < \frac{dM_e^*}{d\omega}$

■ Sources

- Souvent des groupes présentent des variations d'allure
- Les sources peuvent être des cinématiques non-uniformes cycliques ou des efforts cycliques (→ compresseur à piston)
- Les énergies cinétique et potentielle varient alors autour d'une valeur moyenne

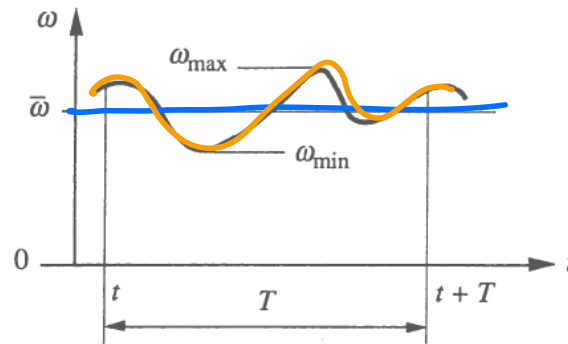


Figure 14.37 [Spinnler]

$$\bar{\omega} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \omega(t) dt$$

■ Caractérisation

- Les fluctuations sont exprimées par le facteur d'irrégularité



$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\bar{\omega}}$$

- Pour des fluctuations périodiques avec des écarts faibles

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2}(\omega_{\max} + \omega_{\min}) \quad \delta = 2 \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\max} + \omega_{\min}}$$

Application	δ
Pompes à piston	1/20 ... 1/30
Moteurs à combustion interne	1/80 ... 1/300
Turbomachines	< 1/1000

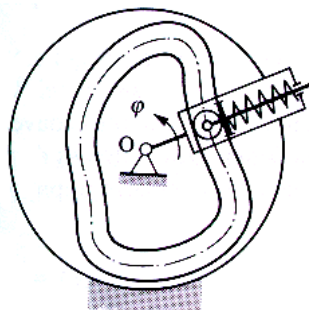
- Les variations de vitesse ne sont généralement pas souhaitées
 - Perturbation du travail de la machine
 - Source d'efforts dynamiques parasites
 - Vibrations de la chaîne cinématique
 - Surcharge des organes de guidage et fatigue les éléments → limitation de la durée de vie


$$M_m^* - M_e^* = (J_m + J_e) \dot{\omega} + \frac{1}{2} (J'_m + J'_e) \omega^2 + (U'_m + U'_e)$$


- $$\dot{\omega} = \frac{1}{J_m + J_e} \left[(M_m^* - M_e^*) - \underbrace{(U'_m + U'_e)}_{\text{Variations des efforts d'entraînement (→ compresseur à piston, broyeuse, scie, presse, ...)}} - \underbrace{\frac{1}{2} (J'_m + J'_e) \omega^2}_{\text{Variations des inerties réduites → mouvements non-uniformes}} \right]$$

- Régularisation de la marche par l'ajout d'un mécanisme supplémentaire
 - Equilibrage de puissance

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J_m + J_e} \left[(M_m^* - M_e^*) - (U'_m + U'_e) - \frac{1}{2} (J'_m + J'_e) \omega^2 + M_B \right]$$



Peut être effectué par une masse pilotée par une came dont la loi de mouvement compense l'irregularité par son moment d'entraînement

- Régularisation de la marche par une augmentation de l'inertie

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J_m + J_e} \left[(M_m^* - M_e^*) - (U'_m + U'_e) - \frac{1}{2} (J'_m + J'_e) \omega^2 \right]$$

- Ajout d'un volant d'inertie qui stocke de l'énergie lors d'une accélération et la restitue lors d'un ralentissement



Dynamique des Systèmes Mécaniques

**Mouvement de
groupe: démarrage
et freinage**

Prof. J. Schiffmann

- Consiste à fournir de l'énergie au groupe pour
 - « Décoller » la machine
 - Augmenter l'énergie cinétique des éléments en mouvement

- L'étude de démarrage permet de déterminer
 - Le temps de démarrage
 - L'espace parcouru pendant la phase de démarrage
 - L'évolution de la vitesse au cours du démarrage

Le couple moteur utile est plus faible au démarrage (frottement statique, absence de lubrifiant)

Le couple d'entraînement est souvent plus élevé au démarrage pour les mêmes raisons

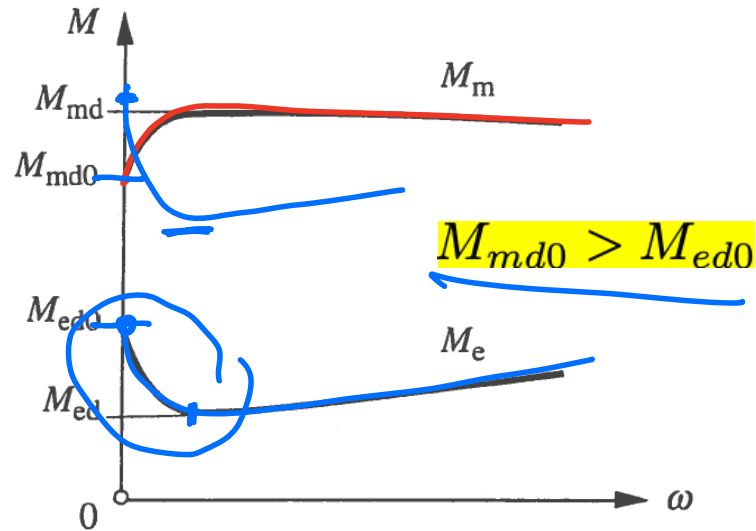


Figure 14.18 [Spinnler]

- Dans certains cas il faut un embrayage ou un coupleur pour permettre un démarrage à vide

- Pour un système uniforme

$$M_m^* - M_e^* = (J_m + J_e) \dot{\omega} + \frac{1}{2} (J'_m + J'_e) \omega^2 + (U'_m + U'_e)$$

- L'accélération instantanée et la durée de démarrage

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{n_m - n_e}{J_m + J_e} \quad f(\omega)$$

$$\frac{J_m + J_e}{n_m - n_e} d\omega = dt \quad \int$$

$$t_0 = (J_m + J_e) \int_0^{\omega_0} \frac{1}{n_m - n_e} d\omega$$

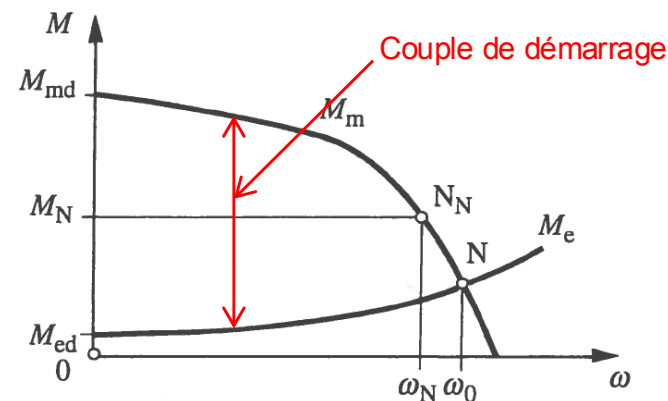
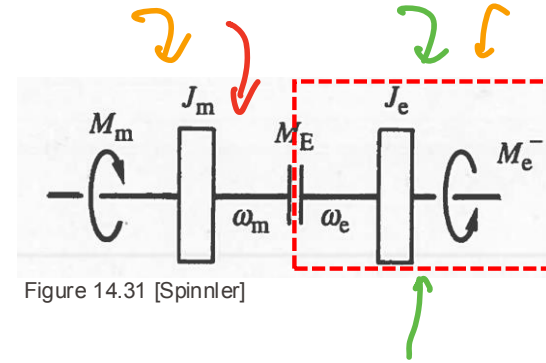
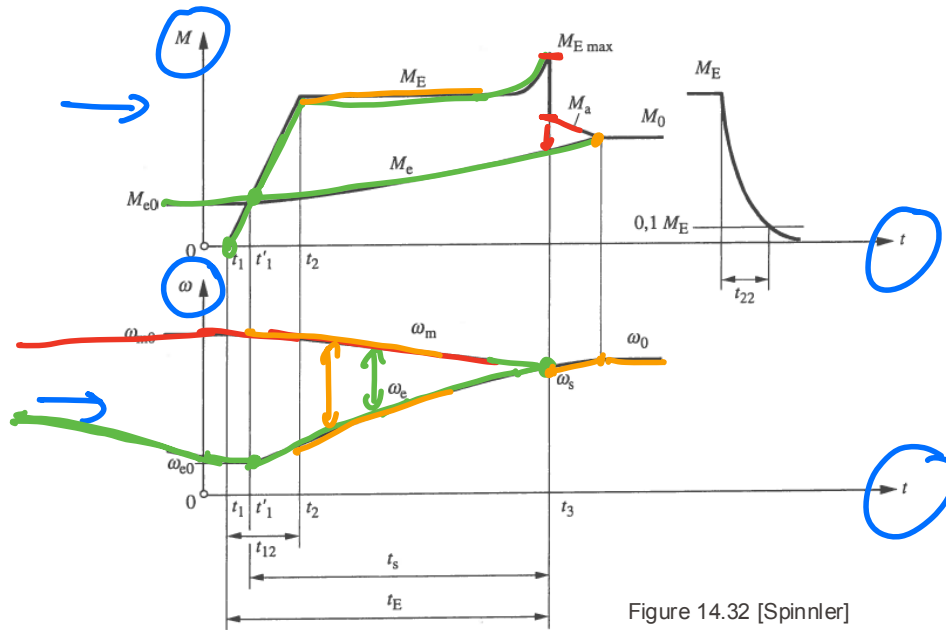


Figure 14.21 [Spinner]

Démarrage avec embrayage

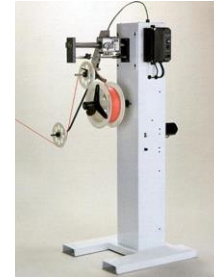


- Durée de synchronisation
- Puissance dissipée

$$M_E - M_e = J_e \frac{d\omega_e}{dt}$$

$$P = M_E \omega_m - M_E \omega_e$$

- Fonctions des freins
 - Ralentissement → arrêter une machine
 - Réglage de la vitesse
 - Frein d'arrêt



- Caractérisation d'un frein

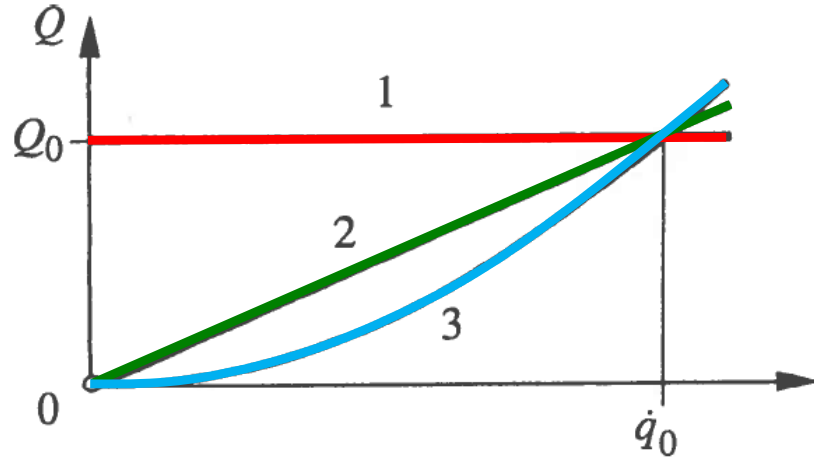


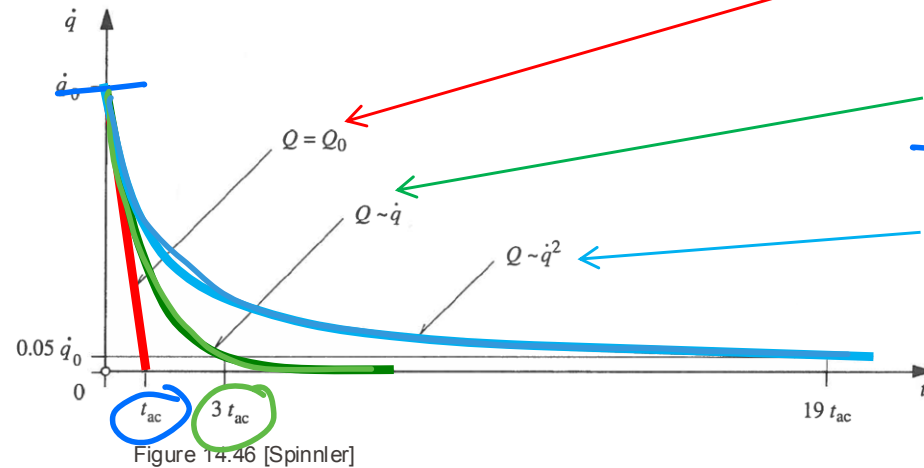
Figure 14.45 [Spinnler]

$$Q(t) = Q_0 \quad \leftarrow \text{Frottement}$$

$$Q(t) = Q_0 \frac{\dot{q}}{\dot{q}_0} \quad \leftarrow \text{Dynamo / frein de Foucault}$$

$$Q(t) = Q_0 \left(\frac{\dot{q}}{\dot{q}_0} \right)^2 \quad \leftarrow \text{Aérodynamique}$$

- Comportement de la machine en freinage



$$\dot{q}(t) = \dot{q}_0 - \frac{Q_0}{J}t$$

$\epsilon_{ac} = \frac{J}{Q_0} \cdot \dot{q}_0$

$$\dot{q}(t) = \dot{q}_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau = \frac{J}{Q_0} \dot{q}_0 = t_{ac}$$

$$\dot{q}(t) = \frac{1}{1 + \frac{t}{\tau}} \dot{q}_0$$

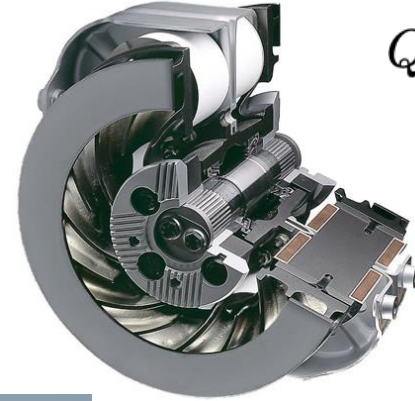
- Le freinage par frottement ou par la montée d'une masse est le plus efficace pour arrêter une machine
- Le frein fonction de la vitesse n'arrête pas le système

Exemples de freins



Frein à disque (frottement)

$$Q(t) = Q_0$$



$$Q(t) = Q_0 \frac{\dot{q}}{\dot{q}_0}$$

Frein à Foucault



Parachute de freinage (aérodynamique)

$$Q(t) = Q_0 \left(\frac{\dot{q}}{\dot{q}_0} \right)^2$$

- Frein à frottement ($Q_0 = \text{cst.}$)

$$M - M_f = (J_f + J) \dot{\omega}$$

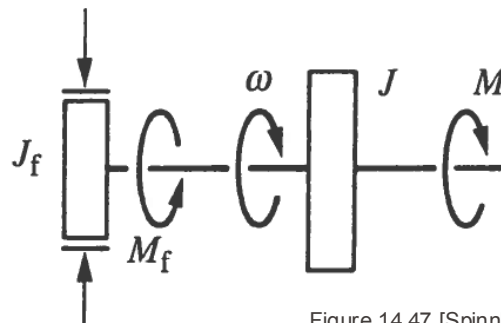


Figure 14.47 [Spinnler]

- L'énergie dissipée par le frein:

$$W_f = \int_0^{t_a} M_f \omega dt = \int_0^{\varphi_a} M d\varphi + \frac{1}{2} (J_f + J) \omega_0^2$$

Travail moteur

Energie cinétique

- Energie dissipée en chaleur \rightarrow problèmes d'échauffement

- Rapport de vitesse idéal pour le démarrage
- Etude du démarrage d'un rotor d'hélicoptère
- Conception d'un volant d'inertie pour un moteur monocylindre 4 temps