Introduction à la commande des systèmes dynamiques

SIE

Série IX

Dr. Ph. Müllhaupt

Exercice IX.1 Soit la représentation d'état avec $x \in \mathbb{R}^3$

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1}$$

1. Matrice de gouvernabilité. Déterminer par le calcul (papier/crayon) la gouvernabilité des systèmes suivants, et vérifier ensuite avec Matlab en effectuant le calcul par des commandes Matlab standards et en utlisant la commande `ctrb` :

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 6 & 2 & -3 \\ 7 & 0 & -3 \end{pmatrix} & B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ A_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & -15 & -53 \\ 1 & 5 & 18 \end{pmatrix} & B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{2}$$

2. Forme canonique de gouvernabilité. Pour les deux systèmes, déterminer la forme canonique de gouvernabilité. (INDICATION : calculer le polynôme caractéristique.)
3. Régulateur d'état. Déterminer un régulateur d'état dans chacun des cas qui assigne les valeurs propres de la matrice A aux valeurs -1, -2 et -3. Donner la matrice $\bar{A}$ après régulation du système d'état et vérifer votre résultat en calculant les valeurs propres de la matrice $\bar{A}$. Confirmer en utilisant Matlab. (INDICATION : commencer par déterminer le régulateur sur la forme canonique et calculer ensuite le régulateur dans chacun des cas en utilsant la matrice de passage. La matrice de passage est celle qui relie $\mathcal{C}_i$, $i = 1, 1$ à $\mathcal{C}_c$ où $\mathcal{C}_c$ désigne la matrice de gouvernabilité du système canonique.)

Commande	description
`ctrb`	matrice de gouvernabilité
`poly`	polynôme caractéristique
`eig`	valeurs propores
`inv`	inverse d'une matrice