Introduction à la commande des systèmes dynamiques

SIE

Série VII

Dr. Ph. Müllhaupt

Exercice VII.1

On considère un système du premier ordre, instable en boucle ouverte, de fonction de transfert

$$G(s) = \frac{1}{s-a}$$

avec $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ (application numérique $a = 2$).

On considère un bouclage en asservissement avec un gain proportionnel $K(s) = K_p$, $K_p \in \mathbb{R}$.

1. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée et déterminer le(s) pôle(s) en fonction de a et K_p.
2. Est-ce qu'il est possible de stabiliser la boucle fermée en utilisant ce régulateur proportionnel ? Si oui, pour quelles valeurs du gain K_p ?
3. Déterminer dans le plan complexe $G(i\,\omega)$ pour $\omega \in]-\infty; +\infty[$. INDICATION :La courbe est un cercle et commencer par prendre $\omega = -\infty$, $\omega = -a$ et $\omega = +a$ et $\omega = 0$. Dans chacun des cas, calculer le nombre complexe correspondant et représenter le dans le plan complexe. Déterminer le centre du cercle et le rayon du cercle. FACULTATIF : Confirmer l'observation en écrivant l'équation du cercle en posant x pour la partie réelle et y pour la partie imaginaire.

Exercice VII.2

Cet exercice nécessite Matlab. Vérifier que la toolbox Control Systems soit installée. Vous pouvez vérifier ceci en tapant

```
help nyquist
```

Un texte descriptif de la commande devrait apparaître une fois la Toolbox bien installée.

commande	description	remarques et exemple
`nyquist`	diagramme de Nyquist	`nyquist(tf(num,den))`
`tf`	fonction de transfert	`tf(num,den)` avec $G(s) = \frac{\text{num}}{\text{den}}$
`tfdata`		`[num,den]=tfdata(G,'v')`
`feedback`	connection par feedback	`feedback(K*G,1)` calcule $\frac{KG}{1+KG}$
`conv`	produit de convolution	produit de polynômes
`step`	réponse indicielle	

Table 1 – Table des commandes Matlab utiles pour cet exercice

Remarque 1 *Les polynômes dans Matlab sont donnés sous forme d'un vecteur de coefficients des puissances de la variable de Laplace s. Par exemple*

$$A = s^3 + 5s^2 + 8s + 9$$

s'écrit

```
A = [1 5 8 9]
```

On reprend l'exercices précédent, le VIII.1, et on vérifie les calculs obtenus à l'aide des commandes Matlab. Le tableau suivant décrit les commandes qui seront utilisées dans cet exercice.

1. Ecrire la fonction de transfert sous form d'un polynôme numérateur et un polynôme dénominateur et calculer la fonction de transfert en boucle ouverte en utilisant la commande `tf`.
2. Dessiner le diagramme de Nyquist de la fonction de transfert $G(s)$ à l'aide de la commande `nyquist` et vérifier le résultat par rapport à ce que vous avez obtenu à l'exercice VII.1. Utiliser le cas numérique $a = 2$.
3. Choisir $K_p = 3$ et vérifier par le critère de Nyquist que la boucle fermée est stable.
4. Calculer les fonctions de transfert d'asservissement et de régulation en boucle fermée à l'aide de la commande `feedback`. ATTENTION : la branche de retour possde la fonction de transfert unité 1 dans notre cas. Taper `help feedback` et vérifier les conventions.
5. La commande `conv` donne le produit de convolution. Il permet de trouver les coefficients de la multiplication de deux polynômes (elle permet d'obtenir ainsi le produit de deux polynômes en s en effectuant la convolution des vecteurs qui représentent les polynômes). Déterminer les polynômes $B(s)$, $A(s)$, $S(s)$ et $R(s)$ du cours qui décrivent $G(s)$ et $K(s)$. Calculer à l'aide de `conv` les polynômes $B\,S$, $B\,R$ et $A\,R + B\,S$. Comparer les résultats obtenus avec les résultats de `feedback` du point précédent.
6. A l'aide de `step` dessiner la réponse indicielle en boucle fermée d'asservissement. Déterminer la valeur du régime permanent et confirmer la valeur de celui-ci en utilisant le théorème de la valeur asymptotique du calcul de Laplace.

Exercice VII.3

Soit la fonction de transfert :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2 - 0.1}$$

Soit un régulateur proportionnel dérivée $K(s) = K_p(1 + sT_d)$ avec $T_d = 1$. A l'aide du critère de Nyquist, déterminer le gain K_p minimum pour garantir la stabilité de le boucle fermée.

Utiliser la commande `nyquist` pour examiner la forme du tracé de Nyquist avant d'entreprendre les calculs. N'oublier pas que le design s'effectue en examinant la boucle ouverte $K(s)G(s)$, bien que l'on vise la stabilité de la boucle fermée !