Introduction à la commande des systèmes dynamiques

SIE

Série VI

Dr. Ph. Müllhaupt

Exercice VI.1

Décomposer en éléments simples les fonctions de transfert suivantes, et déterminer les réponses impulsionnelles associées :

$$\frac{s^3+3s^2+2}{(s+5)(s+6)(s+7)} \tag{1}$$

$$\frac{2s+2}{3s^2+2s+5} \tag{2}$$

$$\frac{s^3+43s^2+12s+3}{s^4+16s^3+94s^2+240s+225} \qquad -3 \text{ est une racine double} \tag{3}$$

$$\frac{3s+2}{s^3-2s^2-3s+10} \qquad -2 \text{ est une racine} \tag{4}$$

Exercice VI.2

En reprenant le système vu au cours

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2+b_1 \\
\dot{x}_2 &= x_3+b_2 \\
\dot{x}_3 &= -x_1-3x_2-3x_3+b_3 \\
y &= x_1
\end{aligned}$$

avec un vecteur B d'entrée à spécifier (coefficients b_1, b_2 et b_3 à spécifier). Déterminer un choix possible afin de faire apparaître une seule simplification pôle zéro dans la fonction de transfert résultante. L'exemple du cours qui conduit à aucune simplification pôle zéro est le cas $b_1=b_2=0$ et $b_3=1$. Est-ce qu'il est possible d'effectuer un autre choix de B qui conduise à la simplification de deux pôles avec les zéros associés ?

Exercice VI.3

Calculer les valeurs propres et les vecteurs propres des matrices A et calculer les fonctions de transfert associées au triplet A, B, C. Est-ce qu'une simplification pôle-zéro a-t-elle eu lieu ? Si oui, proposer une autre sortie pour laquelle cette simplification n'a pas lieu. Dans les deux cas, effectuer une décomposition en éléments simples et confirmer le lien entre les valeurs propres et les éléments simples.

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ C &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \\ C &= \begin{pmatrix} \frac{3}{11} & \frac{4}{11} & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{6}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{7}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix} \tag{8}$$

Exercice VI.4

1. Trouver le maximum des réponses indicielles des fonctions de transfert suivantes :

$$\frac{4}{s^2 + 6s + 25} \tag{9}$$

$$\frac{10}{s^2 + s + \frac{197}{4}} \tag{10}$$

$$\frac{4}{s^2 + 6s + 25} \tag{11}$$

2. — Déterminer l'enveloppe exponentielle qui borne les réponses impulsionnelles des fonctions de transfert données à l'exercice VI.1 et déterminer ainsi la stabilité.
   — Pour quelle raison est-ce qu'il suffit de connaître ces bornes exponentielles pour déterminer la stabilité de n'importe quel signal d'entrée borné ? Ou est-ce qu'il faut restreindre l'entrée à une classe de signaux particuliers ? Justifier votre réponse.