Introduction à la commande des systèmes dynamiques

SIE

Série IV

Dr. Ph. Müllhaupt

Exercice IV.1

Suite de l'exercice I.4 sur les lapins et les renards. La dynamique était donnée sous la forme

$$\begin{aligned}\dot{x} &= r\,x - b_1\,x\,y \\ \dot{y} &= -a\,y + b_2\,x\,y\end{aligned}$$

avec x la densité des lapins et y celle des renards, et r, a, b_1 et b_2 des constantes positives. (application numérique : $a = 1$, $r = 2$, $b_1 = b_2 = \frac{1}{2}$.)

— Linéariser la dynamique autour du point d'équilibre obtenu $x = \frac{a}{b_2}$ et $y = \frac{r}{b1}$.

— Ecrire la représentation d'état.

— A partir de la représentation d'état, calculer la fonction de tranfert du modèle lapins-renards obtenu après linéarisation autour du point d'équilibre. Pour y arriver, utiliser la transformée de Laplace et l'algèbre linéaire et considérer l'entrée comme le taux de variation des lapins (agit directement sur $\dot{x}$). La sortie est le nombre de renards par rapport à la valeur d'équilibre.

Exercice IV.2 Calculer la fonction de transfert $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ en position ($y = x_1$) du moteur électrique

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\left(\frac{b}{I} + \frac{K^2}{IR}\right) x_2 + \frac{K}{IR} u\end{aligned}$$

Soit trois modèles du moteur électrique en position (donner sous la forme de la fonction de transfert) :

$$G_1(s) = \frac{2}{2.33s^2 + s}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{1.5s^2 - s}$$

$$G_3(s) = \frac{10}{s^2 + 10s}$$

Les moteurs sont les trois au repos au temps $t = 0$ et une tension nulle est maintenue pour $t \leq 0$. Calculer la position du moteur après 20 [s] lorsque la tension d'entrée est $u = 10$ [V] pour $t > 0$. Dessiner le graphique de la position en fonction du temps. Selon vous, quels sont les modèles physiquement réalistes ? Justifier votre réponse.

Exercice IV.3
Soit la structure d'irrigation de la série 1 :

$$\begin{aligned} A_1\dot{h}_1 &= A_1 v - \rho h_1 - u - \kappa\sqrt{2g|h_1-h_2|}\text{sign }(h_1-h_2) \\ A_2\dot{h}_2 &= u + \kappa\sqrt{2g|h_1-h_2|}\text{sign }(h_1-h_2) \end{aligned} \tag{1}$$

avec les valeurs numériques suivantes :

Paramètre	Valeur
A_1	100
A_2	5
ρ	0.2
κ	1/400
g	10

On considère les conditions initiales $h_1(0) = 0$ et $h_2(0) = 10$.

1. Linéariser le système autour de la condititon initiale.
2. Trouver la fonction de transfert résultante entre h_1 et la perturbation v.
3. On considère une brêve pluie

$$\{v(t)\} = \{\bar{v}\epsilon(t-100) - \bar{v}\epsilon(t-200)\}$$

Calculer $\{h_1(t)\}$ en fonction du temps à partir du modèle linéarisé. Essayer plusieurs valeurs de $\bar{v}$ et comparer avec la simulation du système non linéaire complet.