École Polytechnique Fédérale de Lausanne

ME-273 : Introduction à la commande des systèmes dynamiques

Test Intermédiaire - 2021

19.05.2021

1 Problème 1 (2 pts)

Calculer la transformée de Laplace de la quantité suivante :

$$f(t) = e^{-2t}(3\cos(6t) - 5\sin(6t)) \tag{1.1}$$

2 Problème 2 (2 pts)

Calculer la transformée de Laplace inverse de la quantité suivante :

$$F(s) = \frac{e^{-2s}(s+4)}{s^3 + s^2 + 4s + 4} \tag{2.1}$$

3 Problème 3 (5.5 pts, compté sur 5 pts)

Soit le système dynamique suivant :

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{2}x_1 + x_2 + u \tag{3.1}$$

$$\dot{x}_2 = x_2 - 6x_1x_2 \tag{3.2}$$

1. Linéariser le système autour du point $x_1 = 1$ et $x_2 = 0$ afin de trouver les matrices A et B (1.25 pt).
2. Considérons $u = \frac{1}{2}$. $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est un point d'équilibre. Déterminer le second point d'équilibre du système (1.25 pt).
3. Etudier la stabilité du point d'équilibre $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ (1.25 pt).
4. Considérons désormais $u = 0$. Intégrer par écrit (deux pas d'intégration), avec la méthode d'Euler explicite (schéma anticipatif), le système d'équations différentielles. Choisir un pas $h = 0.1$ et les conditions initiales $x_1(0) = 1$ et $x_2(0) = 0$ (1.75 pt).

4 Problème 4 (7 pts, compté sur 6 pts)

Soit le système en boucle fermée suivant, avec α, $\beta \in \mathbb{R}$:

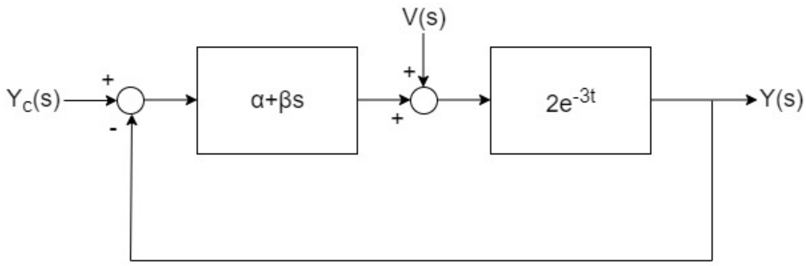

FIGURE 4.1 – Système en boucle fermée

1. Convertir le schéma pour n'avoir que des transformées de Laplace (0.5 pt).
2. La représentation graphique de la réponse $y(t)$, lorsque un saut indiciel $y_c(t) = \epsilon(t)$ est appliqué, est illustrée ci-dessous. Déterminer l'expression algébrique $y(t)$ de la réponse (0.75 pt).

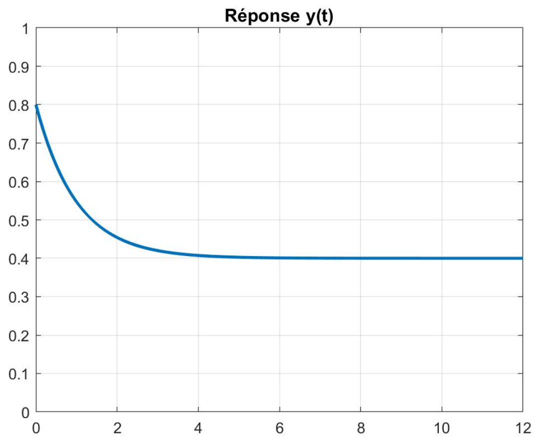

FIGURE 4.2 – Représentation graphique de la réponse $y(t)$

3. Supposons une perturbation nulle (i.e. $v(t) = 0$). En rappelant que l'entrée est un saut indiciel (i.e. $y_c(t) = \epsilon(t)$) et que le système est en boucle fermée d'asservissement, déterminer les valeurs de α et β. Considérer $y(t) = \frac{2}{5}\epsilon(t) + \frac{2}{5}e^{-t}$ si vous n'avez pas réussi le point précédent (3.25 pts).
4. Supposons toujours le schéma en boucle fermée présenté à la Figure 3.1. Considérons toutefois désormais un système en asservissement et régulation. La perturbation est donnée par $v(t) = \epsilon(t-3) - \epsilon(t-4)$. Déterminer le signal d'entrée $y_c(t)$ garantissant une sortie nulle (i.e. $y(t) = 0, \forall t \geq 0$). A cet effet, supposons que la sortie est nulle avant $t = 0$ et que les conditions initiales sont nulles. Choisir $\alpha = 1$ et $\beta = 2$ si vous n'avez pas réussi le point précédent (2.5 pts).