Procédés de Production   25 février 2025
Dr.E.Boillat

Série 1.

Exercice 1

On considère deux barres de même longueur ℓ' et faites dans le même matériau. La première est précontrainte (traction σ_1) parce qu'elle a été obtenue par étirage à partir d'une longueur initiale ℓ_0, la seconde n'est pas précontrainte (cf. Fig : 1).

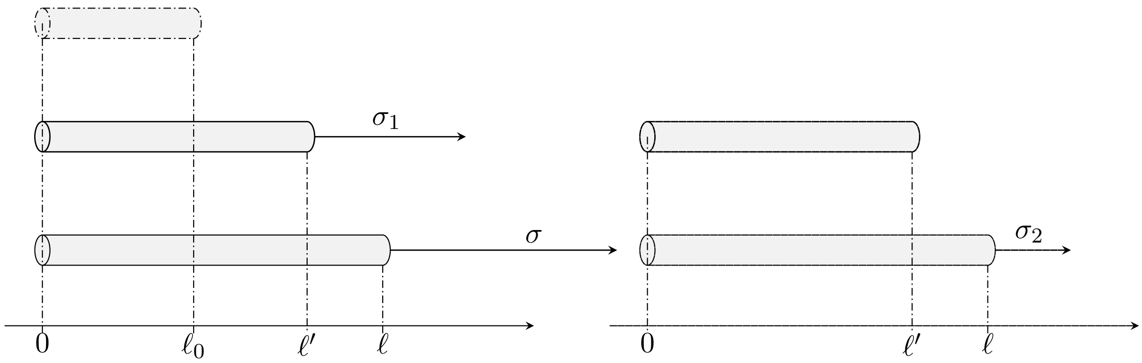

FIGURE 1 – L'expérience des deux barres : une barre précontrainte, une barre non-précontrainte

Les deux barres sont étirées jusqu'à une longueur commune $\ell > \ell'$. Les niveaux de contrainte nécessaires pour que la barre précontrainte, respectivement la barre non précontrainte, atteigne la longueur voulue est σ respectivement σ_2 (cf. Fig : 1).

a) On fait l'hypothèse que toutes les déformations encourues restent dans le domaine élastique.
   1) Utilisez la loi de Hooke
   $$\sigma = E\varepsilon, \quad \varepsilon \leq \varepsilon_\mathrm{e} \tag{1}$$
   pour montrer que les deux barres se laissent déformer de la même manière, c'est à dire que les niveaux de contraintes à ajouter : $\sigma - \sigma_1$ pour la première et σ_2 pour la seconde sont *identiques*.
   Remarque. *D'une manière générale, le fait que la précontrainte ne modifie pas la déformabilité de la matière est une* ***caractéristique fondamentale*** *de l'état de reversibilité des déformations élastiques.*
   2) Remplacez la loi de Hooke (1) par la loi de Hooke linéarisée :
   $$\sigma = Ee, \quad e \leq e_\mathrm{e} \tag{2}$$
   Dans ce cas, montrez que l'une des deux barres est plus facile à déformer que l'autre. Laquelle est-ce ?
   Remarque. *Comme cette observation est absurde, on peut conclure que la loi de Hooke linéarisée (2), si elle est pratique dans certaines situations, est* ***fausse*** *dans l'absolu.*

b) On fait maintenant l'hypothèse que les déformations encourues sont toutes irréversibles et que le matériau suit une loi de Ludwik en plasticité :

$$\sigma = K\varepsilon^n, \quad \varepsilon \geq \varepsilon_{\mathrm{e}} \tag{3}$$

pour un certain coefficient d'écrouissage $0 < n < 1$.

1) Montrer que la barre précontrainte est cette fois **plus facile à déformer** que l'autre, i.e que $\sigma_2 \gg \sigma - \sigma_1$. Pour vérifiez cela vous pouvez vous servir de l'indication ci-dessous.
Remarque. *Le fait que la précontrainte améliore la déformabilité est à nouveau une **caractéristique fondamentale** de la plasticité.*

2) Evaluez la différence entre σ_2 et $\sigma - \sigma_1$ dans le cas du matériau dont les propriétés mécaniques sont données à la Tab. 1 et pour les valeurs suivantes des longueurs : $\ell_0 = 1975\,\mathrm{mm}$, $\ell' = 2000\,\mathrm{mm}$ et $\ell = 2030\,\mathrm{mm}$.

3) Comment le coefficient d'écrouissage n influe-t-il la déformabilité d'une barre plastiquement précontrainte ? Une petite valeur de n est-elle le signe d'une bonne ou d'une mauvaise déformabilité ?

TABLE 1 – Propriétés mécaniques de l'acier considéré

tx. de déf. réel en lim. élas.	**module d'Young**	**coeff. d'écr.**
$\varepsilon_e = 0.01$ -	$E = 300\,\mathrm{GPa}$	$n = 0.26$ -

Indication *Si n est tel que $0 \leq n < 1$ alors la fonction $f : x \to x^n$ est sous-additive (cf. Fig. 2), cela veut dire que*

$$f(x+y) < f(x) + f(y),\ \forall x, y > 0.$$

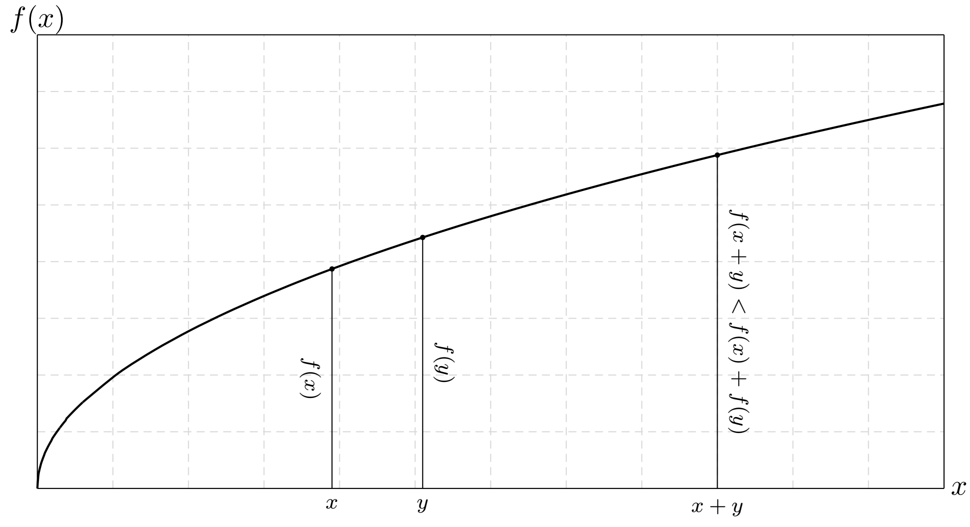

FIGURE 2 – Illustration de la propriété de sous-additivité de la fonction $f(x) = x^n$ avec $0 \leq n < 1$

Exercice 2

Deux matériaux, l'un à fort coefficient d'écrouissage ($n = 0.8$) et l'autre à faible coefficient d'écrouissage ($n = 0.2$) sont disponibles sous forme de barre de $l_0 = 1\,\mathrm{m}$ de long. On aimerait réduire (de façon permanente) le rayon de ces barres d'un facteur 2 en les allongeant.

i) Calculer la longueur jusqu'à laquelle il faut étirer ces barres sachant que les matériaux en question sont quasiment incompressibles et que leurs taux de déformation en limite élastique sont identiques et valent $\varepsilon_e = 0.02$.

ii) Commenter les résultats obtenus.

Exercice 3

L'acier qui vous est livré est caractérisé par la courbe de traction donnée à la Fig. 1.

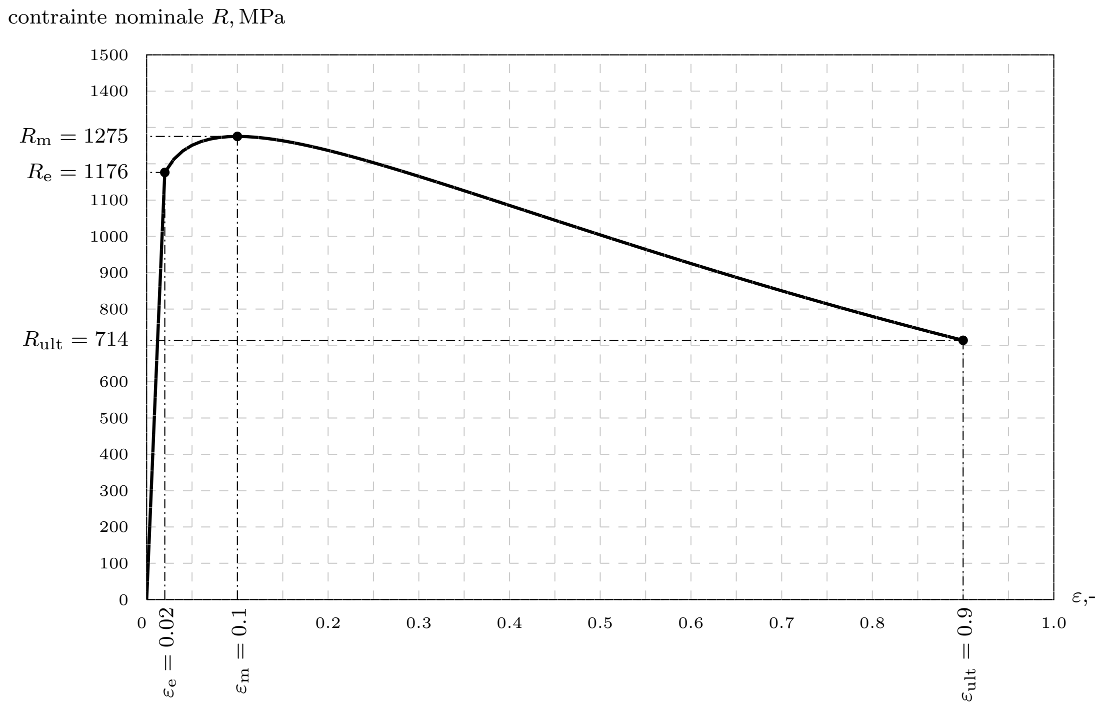

FIGURE 1 – Courbe de traction du matériau dans lequel l'échantillon est fabriqué

Vous devez déformer une barre de section initiale $S_0 = 350\,\mathrm{mm}^2$ faite dans cet acier.

a) Vous montez la barre sur un machine de traction. A partir de quelle charge F_e (mesurée en kN) observerez-vous la plastification du matériau ?

b) Vous possédez en fait plusieurs machines de traction caractérisées chacune par la charge maximale F_{max} qu'elle peut développer (cf. Tab. 1). Quelle machine devez-vous choisir si vous souhaitez amener la barre en rupture ?

machine No	1	2	3	4	5
F_{max}	50 kN	100 kN	500 kN	1 MN	2 MN

TABLE 1 – Charge en fonction de la déformation

c) Au moment de la rupture de la barre, quelle charge la machine applique-t-elle ?

d) Pouvez-vous calculer la valeur exacte du module d'Young du matériau, avec les informations disponibles sur la Fig. 1 ? Si oui faites-le, sinon estimez sa valeur en donnant une marge d'erreur.

e) En admettant que le matériau suive une loi de Ludwik, donnez son coefficient d'écrouissage n.

f) Sur la Fig. 2, esquissez la courbe qui représente la charge F en fonction du taux de déformation réel ε.

FIGURE 2 – Charge en fonction de la déformation