

SÉRIE 7

1. Prouver les points (e) et (f) de la proposition 7.1.
2. Déterminer e^{tA} pour les matrices A suivantes, où $\beta \in \mathbb{R}^*$:

$$(a) A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}; \quad (b) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad (c) A = \begin{pmatrix} 0 & -\beta \\ \beta & 0 \end{pmatrix}.$$

3. (a) Trouver la matrice principale à $t_0 = 0$ de l'équation

$$x' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x.$$

- (b) Résoudre le problème de Cauchy

$$x' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} e^{-t} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

4. Calculer e^{tA} et déterminer la solution générale de l'équation

$$x' = Ax, \quad \text{avec } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Trouver la solution générale de l'équation

$$x' = Ax, \quad \text{avec } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

sans déterminer explicitement e^{tA} .