

GM – PROBABILITÉS ET STATISTIQUE – SÉRIE 9

En salle

Exercice 1 La durée de vie moyenne d'un échantillon de 31 ampoules fluorescentes fabriquées par une usine est estimée à 1570 heures avec un écart-type de $s = 85$ heures.

Tester si la durée de vie moyenne des ampoules produites par l'usine μ est inférieure à 1600 en choisissant un niveau de signification de 0.05 ainsi que 0.01.

Exercice 2 Soient Y_1, \dots, Y_n des variables indépendantes et identiquement distribuées (iid) selon la loi normale de paramètres (μ, σ^2) où l'espérance μ et l'écart-type σ sont *inconnus*.

(a) Rappeler la formule de l'intervalle de confiance de Student avec un indice de confiance de 90% pour le paramètre μ , en fonction de la taille n , de l'estimateur s de σ , de la variable aléatoire \bar{Y} et du 95%-quantile de la loi de Student à $n - 1$ degrés de liberté, noté $t_{n-1,0.95}$.

(b) Quelle est la longueur de l'intervalle de confiance obtenu en (a) ?

(c) On a mesuré dix fois le temps T_A d'écoulement d'un sablier :

30 29 32 31 29 29 28 31 33 28

Déterminer l'intervalle de confiance à 90% correspondant.

Exercice 3 Trouver la droite de régression et l'erreur quadratique moyenne (racine carré, REQM) pour prédire le score de l'examen final en sachant le score du test bonus, sur la base des informations suivantes (vous pouvez supposer que le nuage de points est de forme ovale) :

moyenne score test = 70 ; l'écart-type = 10

moyenne score examen final = 55 ; l'écart-type = 20 ; $r = 0.60$.

Exercice 4 Dans une grande étude d'observation, la droite de régression pour prédire la taille (pouces) en sachant le nombre d'années d'éducation pour les personnes âgées 25–34 ans est donnée par

$$\text{pred. taille} = 0.25 \text{ pouces par an} \times \text{ed.} + 66.75 \text{ pouces}$$

Faites la prédiction de la taille d'un homme de 12 ans d'enseignement (c.à-d. sans l'université), et avec 16 années de scolarité (*i.e.* avec diplôme). Est-ce que le fait d'aller à l'université rend une personne plus grande ? Expliquer.

À domicile

Exercice 1 Les mesures suivantes représentent l'épaisseur (en micron) d'épitaxial au centre des puces de silicium.

1.72	1.67	1.54	1.46	1.62	1.49	1.51	1.46	1.52
1.69	1.54	1.69	1.61	1.39	1.64	1.59	1.36	1.59
1.53	1.63	1.40	1.53	1.76	1.69	1.69		

Calculer un intervalle de confiance à 95% pour la moyenne μ .

Exercice 2 On voudrait comparer deux concepts d'économie d'énergie dans la construction d'habitations.

Concept 1 : énergie solaire

Concept 2 : maison abritée dans le sol

On pose X (respectivement Y) représentant le coût annuel de consommation d'énergie par habitation utilisant le concept 1 (le concept 2, respectivement).

(a) Utiliser le test de Student (t -test) pour tester ($\alpha = 0.05$)

$$H : \mu_x = \mu_y$$

$$A : \mu_x \neq \mu_y$$

pour les données suivantes :

$$n = 12 \quad \bar{x} = \text{Fr. } 400.00 \quad s_x = \text{Fr. } 37.00$$

$$m = 6 \quad \bar{y} = \text{Fr. } 327.00 \quad s_y = \text{Fr. } 36.40$$

(b) Quelles hypothèses sur les variables aléatoires X et Y doit-on faire sous (a) ?

Exercice 3 Pour une certaine expérience, la droite de régression pour prédire la longueur d'un ressort avec un poids attaché est donnée par

$$\text{pred. longueur} = 0.05 \text{ cm par kg} \times \text{poids (kg)} + 439.01 \text{ cm}$$

Faites la prédition de la longueur du ressort lorsque le poids est de 3 kg, et aussi quand il est de 5 kg. Est-ce que le fait d'ajouter plus de poids provoque un rallongement du ressort ? Expliquer.