

## En salle

**Exercice 1** Soient  $X_1, \dots, X_n$  iid  $N(\mu, \sigma^2)$ .

(a) Trouver le biais de  $\hat{\mu} = \bar{X}$

(b) Trouver le biais de  $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n}$

(utiliser le fait que le biais de  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = 0$ , c.-à-d.  $E(S^2) = \sigma^2$ ).

(c) Trouver le biais asymptotique de  $\hat{\sigma}^2$  de la partie (b)).

**Exercice 2** Soient  $X_1, \dots, X_n$  iid  $Pois(\lambda)$  variables aléatoires, et  $Y_1, \dots, Y_m$  iid  $Pois(2\lambda)$  variables aléatoires, indépendants de  $X_1, \dots, X_n$ . Trouver

(a)  $L(\lambda)$

(b)  $\ell(\lambda)$

(c)  $\hat{\lambda}_{EMV}$

(d)  $J(\lambda)$

(e)  $I(\lambda)$

(f) Est-ce que  $\hat{\lambda}_{EMV}$  est biaisé ?

(g) Donner un intervalle de confiance approximatif à 95% pour  $\lambda$ .

---

## À domicile

**Exercice 1** Soient  $X_1, \dots, X_n$  iid  $Pareto(a, b)$ ; c.-à-d.,  $f(x) = \frac{a b^a}{x^{a+1}}$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $b \leq x < \infty$ . Supposons que la valeur de  $b$  est connue.

Calculer  $L(a)$ ,  $\log L(a)$ ,  $\hat{a}_{EMV}$ . Vérifier qu'il s'agit d'un maximum.

**Exercice 2** Soient  $Y_1, \dots, Y_n$  iid  $Exp(\lambda)$ ; c.-à-d.,  $f(y) = \lambda e^{-\lambda y}$ ,  $\lambda > 0$ .

(a) Calculer  $L(\lambda)$ ,  $\log L(\lambda)$ ,  $\hat{\lambda}_{EMV}$ . Vérifier qu'il s'agit d'un maximum.

(b) Calculer  $J(\lambda)$  et  $I(\lambda)$ , et donner la forme d'un IC approximatif de 95% pour  $\lambda$ .

**Exercice 3** Soient  $Y_1, \dots, Y_n$  iid  $Bernoulli(p)$ . Trouver l'EMV de  $p(1-p)$ .