GC – Probabilités et Statistique – Série 5

En salle

Exercice 1 Une station service est approvisionnée en essence une fois par semaine. Si son volume de vent hebdomadaire, en milliers de litres, est une variable aléatoire de fonction de densité

$$f(x) = \begin{cases} 5(1-x)^4 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Quelle est la capacité que doit avoir le réservoir pour que la probabilité d'épuiser l'approvisionnement d'une semaine soit égal a 0,01 ?

Exercice 2 Une personne soumise à un test pour déterminer son quotient d'intelligence atteint un score réparti suivant une loi normale de moyenne 100 et d'écart-type 15. Quelle est la probabilité que le score de cette personne

(a) dépasse 125 ?

(b) se situe entre 90 et 110 ?

Exercice 3 Soit X une VA normale de moyenne 12 et de variance 4. Trouver la valeur de c telle que $P(X > c) = 0{,}10$.

À domicile

Exercice 1 Soit c une constante ; la variable aléatoire X a une densité

$$f(x) = \begin{cases} cx^n & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Trouver (a) c et (b) $P(X > x)$, $0 < x < 1$.

Exercice 2 Soit a, b constantes ; la variable aléatoire X a une densité

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Si $E[X] = 0{,}6$, trouver

(a) a, b

(b) $P(X < \frac{1}{2})$

(c) $Var(X)$

Exercice 3 Soient $X_1, \ldots, X_n$ des variables aléatoires indépendantes ayant distribution $N(\mu, \sigma^2)$. Calculer l'espérance et la variance de $\overline{X} = \dfrac{X_1 + \ldots + X_n}{n}$.

Exercice 4 Les scores de Gilles au bowling suivent approximativement une loi normale de moyenne 170 et d'écart-type 20, ainsi que ceux de Jacques mais avec une moyenne de 160 et un écart-type de 15. Si Jacques et Gilles jouent un jeu chacun et, si on suppose leurs scores indépendants, approximer la probabilité que

(a) Jacques batte Gilles.

(b) la somme de leurs scores dépasse 350.