GC – PROBABILITÉS ET STATISTIQUE – CORRIGÉS 9 + 10A

À noter : les **raisonnements/justifications** des étapes de résolution sont également importantes (pas seulement le résultat final).

En salle

Exercice 1 Pour réaliser un test d'hypothèse :

1. Le paramètre d'intérêt est μ = la durée de vie moyenne des ampoules produites par l'usine
2. $H : \mu = 1600$
   $A : \mu < 1600$ (selon le problème)
3. $T = (\overline{X} - \mu_H)/(S/\sqrt{n})$, donc $t_{obs} = (1560 - 1600)/(80/\sqrt{16}) \approx -2$
4. (a) Sous H, $T \sim t_{15}$; $t_{15,0.05} = -t_{15,0.95} = -1.753$; (b) $t_{15,0.01} = -t_{15,0.99} = -2.602$
5. (a) En supposant un seuil (niveau) de signification $\alpha = 0.05$:
   $t_{obs} = -2 < -1.753 = t_{15,0.05}$, donc on REJETTE l'hypothèse NULLE H.

   (b) En supposant un seuil (niveau) de signification $\alpha = 0.01$:
   $t_{obs} = -2 > -2.602 = t_{15,0.01}$, donc on NE REJETTE PAS l'hypothèse NULLE H.

Exercice 2 (a) 1. Le paramètre d'intérêt est $\mu_x - \mu_y$ = la différence des moyennes des coûts des deux concepts

2. $H : \mu_x = \mu_y \Rightarrow \mu_x - \mu_y = 0$
   $A : \mu_x \neq \mu_y \Rightarrow \mu_x - \mu_y \neq 0$
3. $s_p^2 = ((n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2)/(n+m-2) = (11(37.00^2) + 5(36.40^2))/16 = 1355.237$,
   donc $s_p = \sqrt{1355.237} \approx 36.8$
   $T = (\overline{X} - \overline{Y})/(S_p\sqrt{(n+m)/nm})$, donc $t_{obs} = (400.00-327.00)/\left(36.8\sqrt{(12+6)/(12\times 6)}\right)$
   ≈ 3.97
4. Sous H (et en supposant que $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$), $T \sim t_{16} t_{16,0.975} = 2.12 < 3.97$ $(= t_{obs})$, donc $p_{obs} \leq \alpha = 0.05$
5. Puisque $p_{obs} \leq \alpha = 0.05$, donc on REJETTE l'hypothèse NULLE H

(b) $X_1, \ldots, X_n \sim iid\, N(\mu_x, \sigma_x^2)$; $Y_1, \ldots, Y_m \sim iid\, N(\mu_y, \sigma_y^2)$; $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$; X et Y indépendantes

Exercice 3 (a) Variable de réponse : literacy rate (taux d'alphabétisation).
Variables explicatrices : number of daily newspaper copies, number of radios, number of TV sets (all per 1000 people in the population of the country).

(b) $\widehat{y} = 0.51486 + 0.00054\, x_1 - 0.00035\, x_2 + 0.00199\, x_3$, où $\widehat{y}$ = predicted literacy rate (taux d'alphabétisation),
x_1 = the number of daily newspaper copies in the country (per 1000 people),
x_2 = the number of radios in the country (per 1000 people),
x_3 = the number of TV sets in the country (per 1000 people).

(c) Pour pays avec le même nombre de radios et le même nombre de télés par 1000 personnes dans la population, For countries with the same number of radios and same number of TV sets per 1000 people in the population, literacy rate est prédit d'être 0.00054 plus haut pour chaque additionnel journal par 1000 personnes dans la population.

(d) D'abord, à vérifier qu'on n'extrapole pas : toute les valeurs des variables explicatrices se situent dans la plage des données collectées, donc on y va. Deuxièmement, assurez-vous d'avoir les bonnes valeurs pour les bons x.

Alors $\hat{y} = 0.51486 + 0.00054 \times 200 - 0.00035\, times\, 800 + 0.00199\, times\, 250 \approx 0.84$
$\Rightarrow$ on prédit 84% taux d'alphabétisation parmi les résidents du pays .

(e) $\hat{b}_3 \pm \boxed{t_{n-p-1,0.975}} SE(\hat{b}_3)$; $n = 10, p = 3$; $\Rightarrow$ $\boxed{0.00199 \pm 2.447 \times 0.00155}$
($\Rightarrow$ $(-0.00180, 0.00578)$)

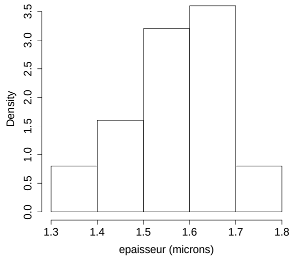
À domicile

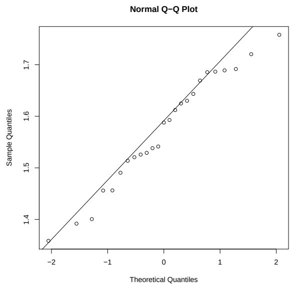
Exercice 1 (a) L'intervalle de confiance correspondant est $[\overline{Y} \pm t_{n-1,0.95}\, s/\sqrt{n}]$

(b) La longueur vaut $\overline{Y} + t_{n-1,0.95}\, s/\sqrt{n} - (\overline{Y} - t_{n-1,0.95}\, s/\sqrt{n}) = 2\, t_{n-1,0.95}\, s/\sqrt{n}$

(c) $t_{9,0.95} = 1.83$, donc pour un IC à 90% on a $[\overline{Y} \pm t_{9,0.95}\, s/\sqrt{n}] = [30 \pm 1.83 \times 1.7/\sqrt{10}]$ $\approx [29.02, 30.98]$

Exercice 2 (a) On propose le modèle $Y_1, \ldots, Y_{25}$ *iid* selon la loi normale de paramètres μ et σ^2.





(b) On obtient les estimations suivantes $\hat{\mu} = \overline{Y} = 1.60$ et $\hat{\sigma}^2 = s^2 = 0.090$

(c) L'intervalle de confiance est $[\overline{Y} \pm t_{24,0.975}\, s/\sqrt{n}] = [1.6 \pm 2.064 \times 0.3/\sqrt{25}] \approx [1.48, 1.72]$