Série 14

Exercice 1

Soit $f(\vec{x}) = \frac{1}{2}\vec{x}^T A\vec{x} - \vec{b}^T\vec{x}$, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$

$$A = (n+1)^2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & & & & \\ -1 & 2 & -1 & & (0) & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & (0) & & -1 & 2 & -1 \\ & & & & -1 & 2 \end{pmatrix}, \ \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ \vdots \\ -1 \end{pmatrix}$$

et soit $\Omega = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^n : \vec{x} \geqslant \vec{c}\}$ avec

$$\vec{c} = -0.05 \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

On cherche $\vec{x}^* \in \Omega$ tel que $f(\vec{x}^*) \leqslant f(\vec{x})\ \forall \vec{x} \in \Omega$.

1.a) Ecrire les conditions KKT correspondantes.

1.b) Le fichier `quadip.m` implémente l'algorithme des points interieurs correspondant à ce problème. Complétez le.

1.c) Remplir les tableaux suivants

n	ϵ	nombre d'itérations
19	0.01	
19	0.001	
19	0.0001	

n	ϵ	nombre d'itérations
9	0.0001	
19	0.0001	
39	0.0001	
79	0.0001	
159	0.0001	

Exercice 2

On veut minimiser $-x_1 + x_2 + \cdots + x_n$ sous les contraintes $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1$ et $x_i \geqslant 0$, $i = 1, \cdots, n$.

2.a) Faire un dessin dans le cas $n = 2$.

2.b) Ecrire les conditions KKT.

2.c) Le fichier `linprogip.m` implémente l'algorithme des points interieurs correspondant à ce problème. Complétez le.

2.d) Remplir les tableaux suivants

n	ϵ	nombre d'itérations
19	0.01	
19	0.001	
19	0.0001	

n	ϵ	nombre d'itérations
9	0.0001	
19	0.0001	
39	0.0001	
79	0.0001	
159	0.0001	