
Série 4

Exercice 1 Soit γ une courbe simple, fermée et régulière par morceaux. Discuter de la valeur de

$$\int_{\gamma} \frac{5z^2 - 3z + 2}{(z-1)^3} dz$$

en fonction de la courbe γ .

Exercice 2 Calculer les intégrales suivantes.

- (a) $\int_{\gamma} \frac{e^{z^2}}{z} dz$ avec $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$.
- (b) $\int_{\gamma} \frac{z^3 + 2z^2 + 2}{z - 2i} dz$ avec $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - 2i| = \frac{1}{4}\}$.
- (c) $\int_{\gamma} \frac{\sin(2z^2 + 3z + 1)}{z - \pi} dz$ avec $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - \pi| = 1\}$.
- (d) $\int_{\gamma} \frac{3z^2 + 2z + \sin(z+1)}{(z-2)^2} dz$ avec $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - 2| = 1\}$.
- (e) $\int_{\gamma} \frac{e^z}{z(z+2)} dz$ avec $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$.

Exercice 3 Calculer l'intégrale

$$\int_{\gamma} \frac{e^{z^2}}{(z-1)^2(z^2+4)} dz$$

dans les cas suivants :

- (a) γ est le cercle centré en $z = 1$ de rayon 1.
- (b) γ est le bord du rectangle $\{z \in \mathbb{C} : -\frac{1}{2} \leq \operatorname{Re}(z) \leq \frac{1}{2}, 0 \leq \operatorname{Im}(z) \leq 4\}$.
- (c) γ est le bord du rectangle $\{z \in \mathbb{C} : -2 \leq \operatorname{Re}(z) \leq 0, -1 \leq \operatorname{Im}(z) \leq 1\}$.