
Série 1

Exercice 1 Calculer la forme cartésienne des expressions suivantes :

1. $i(2 - i)$
2. $(3 - i)(3 + i)$
3. $(i + 1)^2(i - 5)$
4. $\frac{1}{i}$
5. $\frac{i-3}{i}$
6. $\frac{1-i}{1+i}$
7. $(1 - 2i)^{-2}$

Exercice 2 Dessiner les solutions des équations suivantes sur le plan complexe :

1. $z^5 = 1$
2. $z^4 = -4$
3. $z^3 = 2 + i$

Exercice 3 Décrire (avec des formules ou avec des images) la suite $x_n = z_0^n$ des puissances du nombre complexe z_0 pour les valeurs suivantes :

1. $z_0 = i$
2. $z_0 = 2$
3. $z_0 = 2i$
4. $z_0 = e^{i \cdot \frac{2\pi}{5}}$
5. $z_0 = 0.99e^{i \cdot \frac{180\pi}{91}}$
6. $z_0 = 0.99e^{i \cdot \frac{180\pi}{89}}$
7. $z_0 = e^{i \cdot \sqrt{2}\pi}$

Exercice 4 Calculer les composantes réelle et imaginaire des fonctions suivantes :

1. $f(z) = \bar{z}$
2. $f(z) = e^z$
3. $f(z) = \cos(z) = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$
4. $f(z) = \sin(z) = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$
5. $f(z) = \cosh(z) = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$
6. $f(z) = \sinh(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$

Exercice 5 Pour les fonctions ci-dessus :

1. Utiliser les équations de Cauchy-Riemann pour déterminer si $f(z)$ est holomorphe.
2. Pour les fonctions holomorphes, calculer $f'(z)$.