

---

Série 1

---

**Exercice 1** Calculer la forme cartésienne des expressions suivantes :

1.  $i(2 - i)$
2.  $(3 - i)(3 + i)$
3.  $(i + 1)^2(i - 5)$
4.  $\frac{1}{i}$
5.  $\frac{i-3}{i}$
6.  $\frac{1-i}{1+i}$
7.  $(1 - 2i)^{-2}$

**Exercice 2** Dessiner les solutions des équations suivantes sur le plan complexe :

1.  $z^5 = 1$
2.  $z^4 = -4$
3.  $z^3 = 2 + i$

**Exercice 3** Décrire (avec des formules ou avec des images) la suite  $x_n = z_0^n$  des puissances du nombre complexe  $z_0$  pour les valeurs suivantes :

1.  $z_0 = i$
2.  $z_0 = 2$
3.  $z_0 = 2i$
4.  $z_0 = e^{i \cdot \frac{2\pi}{5}}$
5.  $z_0 = 0.99e^{i \cdot \frac{180\pi}{91}}$
6.  $z_0 = 0.99e^{i \cdot \frac{180\pi}{89}}$
7.  $z_0 = e^{i \cdot \sqrt{2}\pi}$

**Exercice 4** Calculer les composantes réelle et imaginaire des fonctions suivantes :

1.  $f(z) = \bar{z}$
2.  $f(z) = e^z$
3.  $f(z) = \cos(z) = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$
4.  $f(z) = \sin(z) = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$
5.  $f(z) = \cosh(z) = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$
6.  $f(z) = \sinh(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$

**Exercice 5** Pour les fonctions ci-dessus :

1. Utiliser les équations de Cauchy-Riemann pour déterminer si  $f(z)$  est holomorphe.
2. Pour les fonctions holomorphes, calculer  $f'(z)$ .