

## Révision

---

**Exercice 1.** Calculer  $\Delta f$  où

1.  $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2).$$

2.  $f : \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$f(x, y, z) = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}$$

**Exercice 2.** Soit

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2, (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

Calculer

$$\int_{\Delta(ABC)} f \, ds$$

où  $\Delta(ABC)$  est le triangle dans  $\mathbb{R}^3$  avec les sommets

$$A = (1, 0, 0), \quad B = (0, 2, 0), \quad \text{et } C = (0, 1, 1).$$

**Exercice 3.** Calculer

$$\int_S z \, ds$$

où

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4 \text{ et } z \geq 0\}$$

**Exercice 4.** Calculer

$$\int_S y \, ds,$$

où

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 3, \text{ et } 0 \leq z \leq 6\}$$

**Exercice 5.** Calculer

$$\min_{a, b, c \in \mathbb{C}} \int_0^{2\pi} |x^2 - a - be^{ix} - ce^{-ix}|^2 \, dx.$$

**Exercice 6.** Supposon que

$$\begin{cases} \partial_t u - \partial_{xx} u = 0, & t \geq 0, x \in (0, \pi), \\ u(t, 0) = u(t, \pi) = 0, \\ u(0, x) = 2 \sin(2x), & x \in (0, \pi). \end{cases}$$

Montrer que

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t, x) e^{4t} = 2 \sin(2x).$$

**Exercice 7.** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction  $2\pi$ -périodique définie par

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\pi < x \leq 0, \\ 3 & \text{si } 0 < x < \pi. \end{cases}$$

Calculer le série de Fourier de  $f$  et étudier sa convergence à  $x = 0$ .

**Exercice 8.** Soit  $f$  une fonction  $2\pi$ -périodique définie par

$$f(x) = x^2, \text{ si } x \in (0, 2\pi).$$

Calculer le série de Fourier de  $f$ .

Et aussi les exercices suivants :

1. Exercices 3, 5 de série 1.
2. Exercices 5, 6 de série 2.
3. Exercices 2, 3, 4 de série 3.
4. Exercices 4, 5 de série 4.
5. Exercices 1, 3 de série 5.
6. Exercices 2, 3 de série 6.
7. Exercices 2, 5 de série 7.
8. Exercices 2, 4 de série 8.
9. Exercices 1, 3 de série 10.
10. Exercices 1, 4 de série 11.
11. Exercices 2, 3 de série 12.