

Barème pour le QCM

Question:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Points:	3	3	3	3	3	1	1	1	1	1	20
Score:											

Barème pour l'exercice

Question:	11	12	13	14	15	16	17	18	Total
Points:	3	5	4	2	4	4	4	4	30
Score:									

Lisez cette page maintenant et ne la tournez pas avant que l'on vous autorise à le faire.

Écrivez immédiatement ci-dessus votre nom et prénom et posez votre carte d'étudiant sur la table.

L'examen dure 2 heures et il contient 18 problèmes.

Aucun document n'est autorisé (en particulier les formulaires sont interdits). L'utilisation d'une calculatrice et tout outil électronique est interdit pendant l'épreuve.

Les questions 1 à 5 sont à choix multiples. Il n'y a qu'une seule réponse correcte par question. Pour chaque question, mettez une croix dans la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Pour chaque question, la réponse est valide uniquement lorsqu'une seule case est cochée. Utilisez un crayon et effacez proprement avec une gomme si nécessaire. On comptera : +3 points si la réponse est correcte, 0 si aucune case n'est cochée ou si la réponse est non valide (plus d'une case cochée), (-1) point si la réponse est incorrecte.

Les questions 6 à 10 sont de type vrai-faux. Pour chaque question, mettez une croix (sans faire de ratures) dans la case vrai si l'affirmation est toujours vraie ou dans la case faux si elle n'est pas toujours vraie (c'est à dire, si elle est parfois fausse). Utilisez un crayon et effacez proprement avec une gomme si nécessaire. On comptera : +1 points si la réponse est correct, 0 point si il n'y a pas de réponses, (-1) point si la réponse est incorrecte.

Pour les exercices 11 à 18, rédigez vos réponses en détail et clairement à la suite de chaque énoncé, en utilisant aussi les versos des pages. Pour ces questions, vous pouvez utiliser un crayon ou un stylo. Si nécessaire, vous pouvez demander à un surveillant d'agrafer des pages blanches supplémentaires à la fin du fascicule et continuer votre rédaction sur ces pages supplémentaires. Rendre ce fascicule en entier et agrappé.

Il est interdit de quitter l'auditoire pendant l'examen.

Bon courage!

Première partie

QCM

Questions à choix multiples

Les questions 1 et 2 concernent la fonction $E : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie par $E(x, y, z) = (2x, -y, 2z)$.

1. (3 points) Calculer la divergence de E , on obtient :

- ☐ $\operatorname{div} E(x, y, z) = 0$
- ☐ $\operatorname{div} E(x, y, z) = 1$
- ☐ $\operatorname{div} E(x, y, z) = 2$
- ☐ $\operatorname{div} E(x, y, z) = 3$

2. (3 points) Calculer le rotationnel de E , on obtient :

- ☐ $\nabla \times E(x, y, z) = (0, 0, 0)$
- ☐ $\nabla \times E(x, y, z) = (1, 2, 1)$
- ☐ $\nabla \times E(x, y, z) = (2, -1, 2)$
- ☐ $\nabla \times E(x, y, z) = (0, -2, 0)$

Les questions 3 et 4 concernent la fonction $u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $u(x, y, z) = \sin(x^2 + y^2 + z^2)$.

3. (3 points) Calculer le gradient de u , on obtient :

- ☐ $\nabla u(x, y, z) = \cos(x^2 + y^2 + z^2)(x, y, z)$
- ☐ $\nabla u(x, y, z) = 2 \cos(x^2 + y^2 + z^2)(x, y, z)$
- ☐ $\nabla u(x, y, z) = \cos(x^2 + y^2 + z^2)(1, 1, 1)$
- ☐ $\nabla u(x, y, z) = \tan(x^2 + y^2 + z^2)(1, 1, 1)$

4. (3 points) Calculer le laplacien de u , on obtient :

- ☐ $\Delta u(x, y, z) = 0$
- ☐ $\Delta u(x, y, z) = 3 \cos(x^2 + y^2 + z^2) - 2(x^2 + y^2 + z^2) \sin(x^2 + y^2 + z^2)$
- ☐ $\Delta u(x, y, z) = 6 \cos(x^2 + y^2 + z^2) - 4(x^2 + y^2 + z^2) \sin(x^2 + y^2 + z^2)$
- ☐ $\Delta u(x, y, z) = 3 \cos(x^2 + y^2 + z^2) + 2(x^2 + y^2 + z^2) \sin(x^2 + y^2 + z^2)$

5. (3 points) Soit Σ la surface définie par $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x^2 + 2y^2 + z^2 = 8\}$. Un vecteur normal ν à Σ au point $(1, 1, 2)$ est :

- ☐ $\nu = \sqrt{\frac{3}{8}}(-1, -1, 2)$
- ☐ $\nu = \frac{1}{3}(2, 2, 1)$
- ☐ $\nu = \frac{1}{3}(-2, -2, -1)$
- ☐ $\nu = (1, 1, 1)$

Vrai-Faux

6. (1 point) Soit Γ la courbe définie par $\Gamma = \{(t, \sin t, \sqrt{2} \cos t) \in \mathbb{R}^3 : t \in [0, 1]\}$. La longueur de cette courbe est $\sqrt{3}$.

☐ Vrai ☐ Faux

7. (1 point) Soit Σ la surface définie par $\Sigma = \{(z \cos \theta, z \sin \theta, z) \in \mathbb{R}^3 : \theta \in [0, 2\pi], z \in [0, 1]\}$ et soit $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction telle que $f = 1$ sur Σ . On a alors :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \iint_{\Sigma} f \, ds = \pi.$$

☐ Vrai ☐ Faux

8. (1 point) Soit f la fonction 2π -périodique définie par $f(x) = x - \pi$ pour $x \in [0, 2\pi)$. On a $c_0(f) = 0$.

☐ Vrai ☐ Faux

9. (1 point) Soit f la fonction 2π -périodique définie par $f(x) = 1$ pour $x \in [0, 2\pi)$. On a $c_2(f) = 1$.

☐ Vrai ☐ Faux

10. (1 point) Soit $f \in C^2(\mathbb{R}^3, \mathbb{R})$. On a $\nabla \times (f^n \nabla f) = (1, 1, 1)$ au point $(0, 0, 0)$ pour tout entier naturel $n \geq 1$.

☐ Vrai ☐ Faux

