

**Exercice 1.**

c.f. livre

**Exercice 2.**

c.f. livre

**Exercice 3.**

Comme pour l'exercice 2., on suppose que le problème admet deux solutions,  $u$  et  $v$ , et on note  $w = u - v$ . On a alors

$$\begin{aligned}\Delta w - w &= 0 & (x, y) \in \Omega, \\ \text{grad}(w(x, y)) \cdot \nu(x, y) &= 0 & (x, y) \in \partial\Omega,\end{aligned}$$

et donc, en utilisant l'identité de Green,

$$\int \int_{\Omega} w \Delta w + \text{grad}(w) \cdot \text{grad}(w) = 0.$$

Puisque  $w = \Delta w$ , ceci permet de conclure que

$$\int \int_{\Omega} w^2 = 0$$

et donc  $w = 0$ , comme voulu.

**Exercice 4.**

c.f. livre

**Exercice 5.**

Le point 1. est faux; les autres points sont justes.