

Exercice 1.

c.f. livre

Exercice 2.

c.f. livre

Exercice 3.

Comme pour l'exercice 2., on suppose que le problème admet deux solutions, u et v , et on note $w = u - v$. On a alors

$$\begin{aligned}\Delta w - w &= 0 & (x, y) \in \Omega, \\ \text{grad}(w(x, y)) \cdot \nu(x, y) &= 0 & (x, y) \in \partial\Omega,\end{aligned}$$

et donc, en utilisant l'identité de Green,

$$\int \int_{\Omega} w \Delta w + \text{grad}(w) \cdot \text{grad}(w) = 0.$$

Puisque $w = \Delta w$, ceci permet de conclure que

$$\int \int_{\Omega} w^2 = 0$$

et donc $w = 0$, comme voulu.

Exercice 4.

c.f. livre

Exercice 5.

Le point 1. est faux; les autres points sont justes.