Remarque.
Ces exercices sont d'anciens exercices de la partie ouverte d'examens d'analyse II. Ils **ne** représentent **pas** une liste exhaustive de type d'exercices qui peuvent tomber à l'examen.

Exercice 1.
Calculer la solution maximale de l'équation différentielle

$$y(x)y'(x) = (y(x))^2 - 1$$

qui vérifie la condition initiale $y(0) = \frac{1}{2}$.
Donner explicitement le domaine de définition de cette solution.

Exercice 2.
Soit $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + xy + xz + yz.$$

Trouver tous les points stationnaires de f et déterminer leur nature (min local, max local, point-selle).

Exercice 3.
Soit $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x, y) = x^3 - y^3 - 3xy$$

Trouver tous les points stationnaires de f et déterminer leur nature (min local, max local, point-selle).

Exercice 4.
Soit la courbe $\gamma\colon [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$ définie par

$$\gamma(t) = \Big(t\cos(t) - \sin(t), t\sin(t) + \cos(t), t^2\Big).$$

Calculer la longueur de γ.

Exercice 5.
Soit $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 \leq 4,\ 0 \leq z \leq 2\}$.

(a) Calculer l'intégrale $I_1 = \iiint_E xz^2 dxdydz$.

(b) Calculer l'intégrale $I_2 = \iiint_E yz^2 dxdydz$.

(c) Calculer l'intégrale $I_3 = \iiint_E z^3 dxdydz$.

(d) Calculer le barycentre de E si sa densité est donnée par $f(x, y, z) = z^2$.