

Troisième partie, questions de type ouvert.

- Justifier vos réponses.
- Répondre dans l'espace dédié en utilisant un stylo (ou feutre fin) noir ou bleu foncé.
- Laisser libres les cases à cocher: elles sont réservées au correcteur.

Question 1. (5 pts) Soit $\{f_n\}_{n \geq 1}$ la suite de Fibonacci, telle que

$$f_1 = f_2 = 1 \quad \text{et} \quad f_{n+2} = f_{n+1} + f_n \quad \text{pour tout } n \geq 1.$$

Démontrer que pour tout $n \geq 1$ on a

$$f_n \geq \left(\frac{3}{2}\right)^{n-2}.$$

Question 2. (8 pts)

1. Donner la définition d'un sous-ensemble compact de \mathbb{R}^n .
2. Démontrer par absurde qu'une fonction continue $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ sur un sous-ensemble compact $E \subset \mathbb{R}^n$ est bornée sur E .
3. Donner un exemple d'une fonction continue $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ sur $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$, telle que f n'est pas bornée sur D .