Analyse II — Série 9

MT, MX — Réponses

---

1. $\dfrac{\partial h}{\partial x} = \dfrac{\partial g}{\partial x} + \dfrac{\partial g}{\partial z}\dfrac{\partial f}{\partial x}, \quad \dfrac{\partial h}{\partial y} = \dfrac{\partial g}{\partial y} + \dfrac{\partial g}{\partial z}\dfrac{\partial f}{\partial y}$

2. $D_{\hat{e}} f(3,2) = 12$

3. **a)** $D_{\hat{e}} f(0,0)$ existe seulement dans les directions $(\pm 1,0)$ et $(0,\pm 1)$

c) $D_{\hat{e}} f(x_0,y_0)$ existe pour toute direction $\hat{e}$

d) $D_{\hat{e}} f(x_0,y_0)$ existe pour toute direction $\hat{e}$

4. **a)** $\overrightarrow{\nabla} f(3,1) = \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\,, \frac{1}{\sqrt{10}}\right)$

b) $D_{\hat{e}} f(3,1) = \frac{3}{5}$

c) • dérivée maximale dans la direction du gradient, égale à $\left\|\overrightarrow{\nabla} f(3,1)\right\| = 1$

• dérivée minimale dans la direction opposée, égale à $-\left\|\overrightarrow{\nabla} f(3,1)\right\| = -1$

5. **a)** $(0,3)$ est un point de maximum local de f

b) $(1,-2)$ est un point selle de g

c) $\left(-\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right)$ est un point de minimum local de h

6. $\vec{v} = (4,1)$

7. 0

8. 4

9. **a)** F **b)** F **c)** V

12. $D_{\hat{e}} f(1,2) = -\frac{7}{5}$

13. **a)** $D_{\hat{e}} f(0,0)$ existe seulement dans les directions $(\pm 1,0)$ et $(0,\pm 1)$

c) $D_{\hat{e}} g(0,0)$ existe pour toute direction $\hat{e}$

14. **a)** $D_{\hat{e}} f(x,y) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos(x)\,, \qquad$ pour tout $(x,y) \in \mathbb{R}^2$

b) $y + z = \pi$

c) le plan tangent est horizontal si $(x,y) = \left(\frac{\pi}{2} + k\pi, m\pi\right)$, avec $k,m \in \mathbb{Z}$

15. **a)** $\overrightarrow{\nabla} f(1,1) = (5,12)$

b) $D_{\hat{e}} f(1,1) = -\frac{16}{5}$

c) • dérivée maximale dans la direction du gradient, égale à $\left\|\overrightarrow{\nabla} f(1,1)\right\| = 13$

• dérivée minimale dans la direction opposée, égale à $-\left\|\overrightarrow{\nabla} f(1,1)\right\| = -13$

• dérivée nulle dans les directions $\pm\frac{1}{13}(12,-5)$

16. **a)** $(1,1)$ est un point de minimum local de f, $(-1,-1)$ est un point de maximum local de f, alors que $(1,-1)$ et $(-1,1)$ sont des points selle de f

b) $\left(\frac{\pi}{2}+k\pi, 0\right)$ est un point selle de g si k est impair et un point de minimum local de g si k est pair.

c) $(0,0)$ est un point selle de f tandis que $(2,0)$ et $(-2,0)$ sont des points de minimum local de f

d) $(0,0)$, $(3,0)$ et $(0,-6)$ sont des points selle de g alors que $(1,-2)$ est un point de maximum local de g