Analyse II **Série 7**

MT, MX Réponses

---

1. **a)** $D(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leqslant 1\}$
b) $D(g) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -\frac{1}{2} \leqslant x \leqslant \frac{1}{2} \text{ et } xy \geqslant 0\}$
c) $D(h) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2 - 1\}$

2. La courbe de niveau 0 est la droite $y = 2x + 1$.
La courbe de niveau $c > 0$ est formée de deux droites parallèles $y = 2x + 1 \pm c$.

3. **a)** $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 1$

b) $\widetilde{f}(x,y) = \begin{cases} f(x,y) & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

4. borné et non fermé

5. ouvert

6. $c^{-1/3}$

7. n'existe pas

8. **a)** V **b)** F

9. **a)** F **b)** F **c)** F **d)** F

10. **a)** $D(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geqslant -1\,,\ y \neq \pm x\}$
b) $D(g) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| > |y|\}$
c) $D(h) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2\}$

11. **a)** $D(f) = \mathbb{R}^2$
$D(g) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \neq 0\}$

b) La courbe de niveau $c \geqslant -3$ de f est le cercle de rayon $\sqrt{c+3}$ centré en $(1,0)$ et il n'y a pas de courbe de niveau $c < -3$ de f.
La courbe de niveau 0 de g est la droite $x = 0$, alors que la courbe de niveau $c \neq 0$ de g est la parabole $y = c^{-1}x^2$ dont le sommet est à l'origine.

12. $D(f) = \mathbb{R}^2$.
Si $c \notin \,]0,9]$, il n'y a pas de courbe de niveau c.
La courbe de niveau 9 est réduite à l'origine.
Si $0 < c < 9$, la courbe de niveau c est le cercle centré à l'origine de rayon $\sqrt{9c^{-1} - 1}$.

13. **a)** la fonction f n'admet pas de prolongement par continuité au point $(0,0)$

b) $\widetilde{g}(x,y) = \begin{cases} g(x,y) & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

c) $\widetilde{h}(x,y) = \begin{cases} h(x,y) & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ \frac{1}{2} & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$