# Analyse II — Série 1

*MT, MX* — 17 février 2025

---

## En classe

**1.** Vérifier que la fonction $y(x) = 16e^{2x} - 10$ est solution de l'équation différentielle
$$y'(x) - 2y(x) = 20$$
avec condition initiale $y(0) = 6$.

**2.** Vérifier que la fonction $y(x) = e^{-2x} + x^2 + 1$ est solution de l'équation différentielle
$$y'''(x) + \frac{3}{2}y''(x) - xy'(x) + 2y(x) = 2xe^{-2x} + 5$$

**3.** Déterminer la solution générale de l'équation différentielle séparable
$$y'(x) = -\frac{x}{\big(y(x)\big)^2}$$

**4.** **a)** Déterminer la solution générale de l'équation différentielle
$$y'(x) = e^{-y(x)}\sin(x)$$

**b)** Déterminer la solution de l'équation différentielle
$$y'(x) = e^{-y(x)}\sin(x)$$
qui satisfait la condition initiale $y(0) = 0$.

**c)** Déterminer la solution de l'équation différentielle
$$y'(x) = e^{-y(x)}\sin(x)$$
qui satisfait la condition initiale $y(0) = 1$.

**5.** La solution $y(x)$ de l'équation différentielle
$$y'(x) + 4x^3\big(y(x)\big)^2 = 0$$
qui satisfait la condition initiale $y(1) = \frac{1}{4}$ vérifie aussi

- ☐ $y(\sqrt{2}) = -\frac{1}{2}$
- ☐ $y(\sqrt{2}) = \frac{e}{4}$
- ☐ $y(\sqrt{2}) = \frac{1}{7}$
- ☐ $y(\sqrt{2}) = \frac{1}{4e}$

**6.** La solution de l'équation différentielle
$$y'(x)\big(y(x) + x^2y(x)\big) = x, \qquad \text{pour } x \in \mathbb{R},$$
qui satisfait la condition initiale
$$y(0) = 2$$
vérifie aussi

- ☐ $y(1) = -\sqrt{4 + \ln(2)}$
- ☐ $y(1) = \sqrt{4 + \ln(2)}$
- ☐ $y(1) = 2 + \sqrt{\ln(2)}$
- ☐ $y(1) = \sqrt{4 + 2\ln(2)}$

**7.** Déterminer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses et justifier votre réponse:

**a)** L'équation différentielle $y'(x) = \sin\big(y(x)\big)$ est une équation séparable.

**b)** L'équation différentielle $y'(x) = e^{x+y(x)}$ est une équation séparable.

➥ **Tourner la page s. v. p.**

## A domicile

**8.** Vérifier que la fonction $y(x) = 8x^6 - 3$ est solution de l'équation différentielle

$$xy'(x) - 6y(x) = 18$$

avec condition initiale $y(1) = 5$.

**9.** Vérifier que la fonction $y(x) = x + \frac{1}{x}$, avec $x > 0$, est solution de l'équation différentielle

$$y''(x) + \frac{y'(x)}{x} - \frac{y(x)}{x^2} = 0$$

**10.** Vérifier que les fonctions

$$y(x) = 1 + x\tan(x) + \frac{C}{\cos(x)}, \qquad \text{avec } x \in \left]-\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{\pi}{2}\right[ \text{ et } C \in \mathbb{R},$$

satisfont l'équation différentielle

$$y'(x) = y(x)\tan(x) + x.$$

**11.** Vérifier que les fonctions

$$y(x) = 2\sin(x) + \frac{1}{2}\cos(2x) - \frac{3}{2} + Ce^{-\sin(x)}, \qquad \text{avec } C \in \mathbb{R},$$

satisfont l'équation différentielle

$$y'(x) + y(x)\cos(x) = \cos^3(x).$$

**12.** Déterminer la solution générale de l'équation différentielle

$$3y'(x) = \frac{4x^3}{y^2(x) - 2y(x) + 1}$$

**13.** Déterminer la solution générale de l'équation différentielle

$$y'(x) = \frac{x}{\big(y(x)\big)^4}$$

**14.** Déterminer la solution générale de l'équation différentielle

$$y'(x) = y(x)\tan(x), \qquad \text{avec } x \in \left]-\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{\pi}{2}\right[.$$

**15.** Déterminer la solution générale de l'équation différentielle

$$\frac{y'(x)}{6x^2} = \sqrt{1 + y(x)}, \qquad \text{avec } x > 0.$$

**Réponses:**

Voir site Moodle: `https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=14837`