Analyse II — *MT, MX*

Hors-série — Réponses

---

1. **Rappel - Analyse I** Soit $f : \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{|x|}$. Alors

- ☐ f admet un prolongement par continuité en 0, noté $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, et $g(0) = 1$
- ■ f n'admet pas de prolongement par continuité en 0
- ☐ f admet un prolongement par continuité en 0, noté $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, et $g(0) = 0$
- ☐ f admet un prolongement par continuité en 0, noté $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, et $g(0) = -1$

2. **Rappel - Analyse I** Soit $f : \left]-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right[\to \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(3) + \ln\left(\sqrt{2x+1} + 2\right) & \text{si } -\frac{1}{3} < x < 0, \\ \alpha x & \text{si } 0 \leqslant x < \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Alors f est dérivable sur $\left]-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right[$ pour :

- ☐ $\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$
- ☐ $\alpha = \dfrac{1}{2}$
- ■ $\alpha = \dfrac{1}{3}$
- ☐ aucun $\alpha \in \mathbb{R}$

3. **Rappel - Analyse I** Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos\left(\dfrac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0, \\ 0 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

Alors

- ☐ $\lim\limits_{x\to 0} f'(x) = 0$
- ■ f est dérivable en $x = 0$ et $f'(0) = 0$
- ☐ $\lim\limits_{x\to 0} f'(x) = f'(0)$
- ☐ f est dérivable en $x = 0$ et $f'(0) = 1$

4. La solution $y(x)$ de l'équation différentielle

$$y'(x) + 2xy(x) = 4xe^{-x^2}$$

qui satisfait la condition initiale $y(1) = 0$ vérifie aussi

- ☐ $y(0) = 1 - e^2$
- ☐ $y(0) = e^{-2} - 1$
- ■ $y(0) = -2$
- ☐ $y(0) = 2$

5. La solution $y(x)$ de l'équation différentielle linéaire homogène

$$y'' + 6y' + 25y = 0$$

qui satisfait les conditions initiales $y(0) = -3$ et $y'(0) = 4$ est

- ☐ $y(x) = \dfrac{13}{4} e^{3x} \sin(4x) - 3e^{3x}\cos(4x)$
- ☐ $y(x) = -\dfrac{8}{3} e^{-4x} \sin(3x) - 3e^{-4x}\cos(3x)$
- ☐ $y(x) = \dfrac{16}{3} e^{4x} \sin(3x) - 3e^{4x}\cos(3x)$
- ■ $y(x) = -\dfrac{5}{4} e^{-3x} \sin(4x) - 3e^{-3x}\cos(4x)$

➥ **Tourner la page s. v. p.**

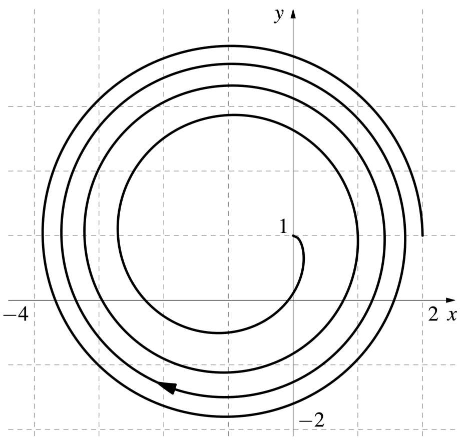
6. Déterminer laquelle, parmi les fonctions suivantes, est une paramétrisation de la courbe représentée ci-contre.

☐ $\vec{f}(t) = \begin{pmatrix} -1-(1+\frac{1}{2}t)\cos(\pi t) \\ 1+(1+\frac{1}{2}t)\sin(\pi t) \end{pmatrix}$, $t \in [0,4]$

■ $\vec{f}(t) = \begin{pmatrix} -1+(1+\sqrt{t})\cos(2\pi t) \\ 1-(1+\sqrt{t})\sin(2\pi t) \end{pmatrix}$, $t \in [0,4]$

☐ $\vec{f}(t) = \begin{pmatrix} -1+(1+t)\cos(\pi t) \\ 1-(1+t)\sin(\pi t) \end{pmatrix}$, $t \in [0,2]$

☐ $\vec{f}(t) = \begin{pmatrix} -1+(1+\sqrt{t})\cos(2\pi t) \\ 1+(1+\sqrt{t})\sin(2\pi t) \end{pmatrix}$, $t \in [0,2]$



7. Soient une courbe ainsi que sa projection sur le plan x-y illustrées dans la figure ci-dessous.

Laquelle parmi les suivantes pourrait être une paramétrisation de cette courbe ?

☐ $(x,y,z) = \big(2\cos(2\pi t),\ \sin(2\pi t),\ t\big)$, avec $t \in [0,5]$

☐ $(x,y,z) = \big(t\cos(2\pi t),\ t\sin(2\pi t),\ t\big)$, avec $t \in [0,5]$

☐ $(x,y,z) = \big(t\cos(2\pi t),\ 2t\sin(2\pi t),\ t\big)$, avec $t \in [0,5]$

■ $(x,y,z) = \big(2t\cos(2\pi t),\ t\sin(2\pi t),\ t\big)$, avec $t \in [0,5]$