Vrai / Faux : Il existe une unique solution $y\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de l'équation différentielle

$$y'(x) = 2\sqrt{y(x)}$$

qui vérifie la condition initiale $y(0) = 0$.

☐ VRAI ☐ FAUX

Troisième partie, questions de type ouvert

– Répondre dans l'espace dédié en utilisant un stylo (ou feutre fin) noir ou bleu foncé.
– Votre réponse doit être soigneusement justifiée : toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse.
– Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 30 : *Cette question est notée sur 5 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 *Réservé au correcteur*

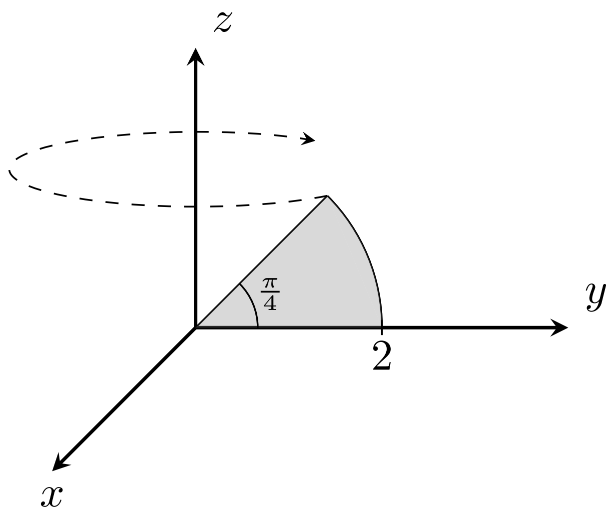
Déterminer la solution maximale $y(x)$ de l'équation différentielle

$$y'(x) + y(x) = \big(y(x)\big)^2 , \qquad \text{telle que} \qquad y(0) = \frac{1}{2} .$$

Question 31 : *Cette question est notée sur 5 points.*

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 *Réservé au correcteur*

Soit D_0 le secteur circulaire grisé suivant (situé dans le plan yz) et D le solide de révolution engendré par rotation de D_0 autour de l'axe z:



(a) Donner une paramétrisation de D en coordonnées sphériques.

(b) Donner une paramétrisation de D en coordonnées cylindriques.

(c) Calculer le volume de D.

Question 32 : *Cette question est notée sur 5 points.*

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 *Réservé au correcteur*

Soit $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ une fonction différentiable en $(0,0)$, telle que $f(0,0)=0$. Montrer que

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y)}{(x^2+y^2)^\alpha} = 0 \qquad \text{pour tout } \alpha < \frac{1}{2}\,.$$