

Série 19 du lundi 28 avril 2025

Exercice 1.

Définissons le triangle $T := \{(x, y) \in \mathbb{R} \times [0, 1] : -2y \leq x \leq y\}$. Calculer

$$\iint_T x^3 y^2 \, dx \, dy. \quad (1.1)$$

Exercice 2.

On considère le parallélogramme $P \subset \mathbb{R}^2$ de sommets $(0, 0)$, $(0, -1)$, $(1, 0)$ et $(1, 1)$. Calculer

$$\iint_P x^2 \sin y \, dx \, dy. \quad (2.1)$$

Exercice 3.

Définissons

- $E := \{(x, y) \in \mathbb{R} \times [0, +\infty[: x^2 + y^2 \leq 1\}$;
- P le parallélogramme de sommets $A := (0, 2)$, $B := (1, 1)$, $C := (3, 2)$ et $D := (2, 3)$;
- f la fonction « ordonnée » définie pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ par $f(x, y) := y$.

Pour $X \in \{E, P\}$, calculer

$$\int_X f. \quad (3.1)$$

Exercice 4.

Notons T le tétraèdre de \mathbb{R}^3 de sommets $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ et $(0, 0, 1)$. Calculer

$$\iiint_T \frac{dx \, dy \, dz}{(x + y + z + 1)^2}. \quad (4.1)$$

Exercice 5.

Notons $D = \{(x, y) \in [0, 4] \times \mathbb{R} : \sqrt{x} \leq y \leq 2\}$. Calculer

$$\iint_D \frac{1}{1 + y^3} \, dy \, dx.$$