

Analyse I – Série 13 : Réponses

Dans ce document, nous donnons les solutions de certains exercices afin que vous puissiez vérifier vos calculs en autonomie (il ne s'agit pas d'un corrigé complet).

Exercice 1.

$$a) \quad (x^2 - 2) \sin(x) + 2x \cos(x) + C$$

L'équation satisfaite par l'intégrale $I_{a,b}$ est la suivante (ensuite, isoler $I_{a,b}$ pour conclure) :

$$b) \quad I_{a,b} = \frac{1}{a} e^{ax} \cos(bx) + \frac{b}{a} \left(\frac{1}{a} e^{ax} \sin(bx) - \frac{b}{a} I_{a,b} \right).$$

Exercice 2.

$$a) \quad I_n = \frac{x^{n-1}}{4} (n \sin(2x) - 2x \cos(2x)) - \frac{n(n-1)}{4} I_{n-2} \quad (\text{calculer aussi } I_0 \text{ et } I_1)$$

$$b) \quad I_n = x \operatorname{Log}(x)^n - n I_{n-1} \quad (\text{calculer aussi } I_0)$$

Exercice 3.

$$a) \quad \operatorname{Arcsin}(x) + C$$

$$b) \quad \operatorname{Arctg}(x) + C$$

$$c) \quad -\operatorname{Log}(1 + e^{-x}) + C$$

$$d) \quad \frac{2(x-1)^{\frac{5}{2}}}{5} + \frac{2(x-1)^{\frac{3}{2}}}{3} + C$$

Exercice 4.

$$a) \quad \frac{8}{15}$$

$$b) \quad 4 - 2\sqrt{3} + \operatorname{Log} \left(\frac{\sqrt{3} + 1}{3(\sqrt{3} - 1)} \right)$$

$$c) \quad 1 - \sqrt{2} - \frac{\pi\sqrt{2}}{4} + \frac{\pi\sqrt{3}}{3}$$

Exercice 5. L'intégrale vaut 0.

Exercice 6.

$$a) \quad f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{10}x^5 + \frac{1}{21}x^7 + x^7\varepsilon(x)$$

$$b) \quad f(x) = x^2 + \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{6}x^6 + x^8\varepsilon(x)$$

Exercice 8. *Indication* : l'aire recherchée est $xy - 2 \int_1^x \sqrt{w^2 - 1} dw$.

Exercice 9. a) Vrai b) Vrai c) Faux d) Vrai e) Faux f) Faux.