

(A1) Intervalle und Boolesche Operationen

- a) $([-4, -2] \cup [-1, 1] \cup [2, 4]) \cap]-2, 0[= [-1, 0[$
- b) $(]0, 2[)^c \cap [-1, 1] = [-1, 0]$
- c) $(]-\infty, 1] \cup]2, +\infty[)^c =]1, 2]$
- d) $([0, 2]^c \cap [1, 3])^c \cap [0, +\infty[=]3, +\infty[\cup [0, 2]$

(A2) Gleichungen

- | | |
|-----------|-----------|
| a) falsch | e) wahr |
| b) wahr | f) falsch |
| c) falsch | g) falsch |
| d) falsch | h) wahr |

(A3) Ungleichungen

Löse folgende Ungleichungen für die reelle Zahl x auf:

a)

$$4 - x < 2 + 3x \Leftrightarrow 2 < 4x \Rightarrow x \in \left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$$

b) $(x - 1)(x - 5) \geq 0.$

$(x - 1)(x - 5)$ hat die Nullstellen $x = 1$ und $x = 5$ und ist eine nach oben offene Parabel.

$$\Rightarrow x \in]-\infty, 1] \cup [5, +\infty[$$

c)

$$x^2 - 4x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}.$$

d) $\frac{x-5}{x+3} \geq 0$

Sicherlich muss gelten: $x \neq -3$.

1. Fall: $x > -3 \Rightarrow (x + 3) > 0$: Reduziert sich zu $x - 5 \geq 0$. Daher: $x \in [5, +\infty[$.

2. Fall: $x < -3 \Rightarrow$ Zähler und Nenner beide negativ, gesamt also ≥ 0 .

$$\Rightarrow x \in]-\infty, -3[\cup [5, +\infty[$$

e) $\frac{3x-1}{x+2} \leq \frac{x}{x+2} < \frac{x+1}{x+2}$

1. Fall: $x > -2$. Reduziert sich zu:

$$3x - 1 \leq x < x + 1$$

Die obere Schranke gilt gewiss, daher bleibt nur
 $3x - 1 \leq x \Leftrightarrow 2x \leq 1 \Rightarrow x \in]-2, \frac{1}{2}]$

2. Fall: $x < -2$. Reduziert sich zu:

$$3x - 1 \geq x > x + 1$$

Untere Schranke ist nicht erfüllt, daher leere Menge.

Insgesamt haben wir also

$$x \in \left] -2, \frac{1}{2} \right]$$

Herbst/Winter '24

Prof. J. Krieger

T. Schmid

$$f) |x + 3| > 2$$

Bemerke, dass $|x - a| = b$ alle x mit Abstand b zum Punkt a beschreibt.
Also in diesem Fall: Alle x , die weiter als 2 vom Punkt -3 entfernt sind:

$$x \in]-\infty, -5[\cup]-1, +\infty[$$

$$g) |2x - 1| < 3$$

$$\Rightarrow x \in]-1, 2[$$

$$h) |x - 1| \leq |x + 1|$$

$$\Rightarrow x \in [0, +\infty[$$

$$i) 1 < |x + 5| < 8$$

$$x \in]-13, -6[\cup]-4, 3[$$

(A4) Rechenregeln

Alle Ausdrücke sind gleich $a^p b^q$ für alle $a, b > 0$ und $p, q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.