

## (A1) Intervalle und Boolesche Operationen

- a)  $([-4, -2] \cup [-1, 1] \cup [2, 4]) \cap ]-2, 0[ = [-1, 0[$
- b)  $(]0, 2[)^c \cap [-1, 1] = [-1, 0]$
- c)  $(]-\infty, 1] \cup ]2, +\infty[)^c = ]1, 2]$
- d)  $([0, 2]^c \cap [1, 3])^c \cap [0, +\infty[ = ]3, +\infty[ \cup [0, 2]$

## (A2) Gleichungen

- a) falsch
- b) wahr
- c) falsch
- d) falsch
- e) wahr
- f) falsch
- g) falsch
- h) wahr

## (A3) Ungleichungen

Löse folgende Ungleichungen für die reelle Zahl  $x$  auf:

a)

$$4 - x < 2 + 3x \Leftrightarrow 2 < 4x \Rightarrow x \in \left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$$

b)  $(x - 1)(x - 5) \geq 0$ .

$(x - 1)(x - 5)$  hat die Nullstellen  $x = 1$  und  $x = 5$  und ist eine nach oben offene Parabel.

$$\Rightarrow x \in ]-\infty, 1] \cup [5, +\infty[$$

c)

$$x^2 - 4x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}.$$

d)  $\frac{x-5}{x+3} \geq 0$

Sicherlich muss gelten:  $x \neq -3$ .

**1. Fall:**  $x > -3 \Rightarrow (x + 3) > 0$  : Reduziert sich zu  $x - 5 \geq 0$ . Daher:  $x \in [5, +\infty[$ .

**2. Fall:**  $x < -3 \Rightarrow$  Zähler und Nenner beide negativ, gesamt also  $\geq 0$ .

$$\Rightarrow x \in ]-\infty, -3[ \cup [5, +\infty[$$

e)  $\frac{3x-1}{x+2} \leq \frac{x}{x+2} < \frac{x+1}{x+2}$

**1. Fall:**  $x > -2$ . Reduziert sich zu:

$$3x - 1 \leq x < x + 1$$

Die obere Schranke gilt gewiss, daher bleibt nur

$$3x - 1 \leq x \Leftrightarrow 2x \leq 1 \Rightarrow x \in \left] -2, \frac{1}{2} \right]$$

**2. Fall:**  $x < -2$ . Reduziert sich zu:

$$3x - 1 \geq x > x + 1$$

Untere Schranke ist nicht erfüllt, daher leere Menge.

Insgesamt haben wir also

$$x \in \left] -2, \frac{1}{2} \right]$$

f)  $|x + 3| > 2$

Bemerke, dass  $|x - a| = b$  alle  $x$  mit Abstand  $b$  zum Punkt  $a$  beschreibt.  
Also in diesem Fall: Alle  $x$ , die weiter als 2 vom Punkt  $-3$  entfernt sind:

$$x \in ] - \infty, -5[ \cup ] - 1, +\infty[$$

g)  $|2x - 1| < 3$

$$\Rightarrow x \in ] - 1, 2[$$

h)  $|x - 1| \leq |x + 1|$

$$\Rightarrow x \in [0, +\infty[$$

i)  $1 < |x + 5| < 8$

$$x \in ] - 13, -6[ \cup ] - 4, 3[$$

#### **(A4) Rechenregeln**

Alle Ausdrücke sind gleich  $a^p b^q$  für alle  $a, b > 0$  und  $p, q, \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .