

Série d'exercices 8 : Compensation conditionnelle - circuit oscillant

Pour déterminer la capacité de deux condensateurs, une physicienne a mesuré directement $C_1 = 28.8 \mu F$ et $C_2 = 21.4 \mu F$. Selon son expérience, elle suppose que l'écart-type des mesures de capacité est constant: $\sigma_{C_1} = \sigma_{C_2} = \sigma_C = 0.7 \mu F$. Elle sait que l'appareil est sensible aux conditions ambiantes, qui influencent toutes les mesures prises dans un bref laps de temps, alors elle suppose une corrélation positive $\rho_{C_1, C_2} = 0.5$. Néanmoins, elle aimerait vérifier les résultats de façon indépendante. Alors, elle réalise trois circuits qui incluent une bobine d'induction de $L = 120 mH$, les met en résonance et détermine les capacités de façon indirecte en mesurant la période d'oscillation T avec une précision de $\sigma_T = 12 \mu s$.

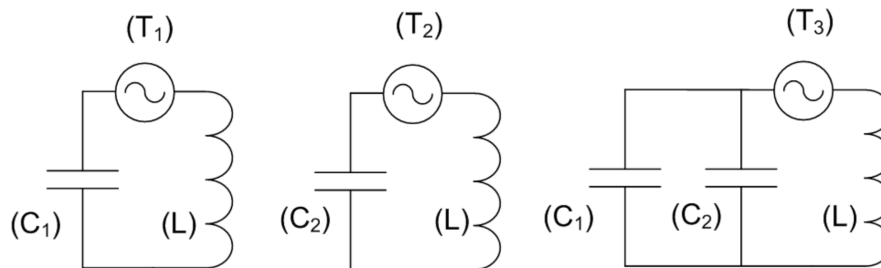


Figure 1: Les 3 circuits, la troisième avec deux condensateurs en parallèle.

- Pour C_1 : $T_1 = 11.76 ms$,
- Pour C_2 : $T_2 = 9.93 ms$,
- Pour C_1 et C_2 en parallèle : $T_3 = 15.39 ms$.

Rappel: on peut calculer de manière indirecte la période d'oscillation d'un circuit "LC", avec la formule : $T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$, sachant que pour la connexion en parallèle $C_{parallèle} = C_1 + C_2$.

Implication: Ainsi on peut poser des conditions entre les mesures directes et indirectes pour chaque période d'oscillation. Confiante dans vos nouvelles compétences en matière d'incertitudes ainsi qu'en compensation, la physicienne fait appel à vous pour **combiner toutes les mesures de façon optimale** et **analyser les résultats** en répondant à ses questions.

Démarche générale

La valeur L est initialement considérée comme parfaite, elle est donc traitée comme une constante!

Même si le code `oscillo.py` résout les étapes 1 à 4, il est demandé de:

- Formuler les observations avec leur modèle stochastique ainsi que les conditions (aussi linéarisées) sur papier,

- Les vérifier avec le code mis à disposition,
- Comprendre le déroulement du programme et d'interpréter les différents résultats (étape 5),
- Faire les adaptations nécessaires dans le code pour ajouter une nouvelle observation dans l'étape 6 et les sauvegarder avec un nom différent (p.ex. `oscillo6.py`),
- Pour la étape 7 compléter le code et le sauvegarder sous un autre nom (p.ex. `oscillo7.py`).
- Il n'y aura pas de nouvel exercice la semaine prochaine (révision), vous avez donc deux semaines pour finaliser cet exercice.

Procédé détaillé

1. Choisissez les conditions et exprimer le modèle fonctionnel pour chaque période d'oscillation du circuit.
2. Calculez les écarts de fermeture w et regardez leur valeurs.
3. Construisez la matrice des dérivées partielles B .
4. Posez le modèle stochastique, construire la matrice $K_{\ell\ell}$.
5. Interprétez les résultats des compensations obtenus :
 - Différences par rapport aux mesures directes de C_1 et C_2 .
 - Écarts-types des valeurs compensées de C_1 et C_2 .
 - Corrélation des valeurs compensées de C_1 et C_2 .
 - Quotient global $q_{glob} = \frac{\sigma_{aposteriori}}{\sigma_{apriori}}$.
6. Vous proposez d'ajouter une mesure indirecte avec les capacités en série qui donne $T_4 = 7.58\text{ ms}$, sachant que : $\frac{1}{C_{série}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

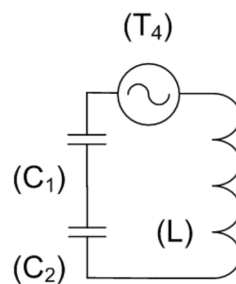


Figure 2: L'ajout d'un nouveau circuit avec deux capacités en série.

- Reparcourir les questions 1 à 5 en adaptant le code et en l'enregistrant avec le nom `oscillo6.py`.
7. La documentation concernant la bobine d'induction spécifie une tolérance de $3 \cdot \sigma_L = 5\text{ mH}$. Dès lors, vous traitez L comme une mesure dans votre compensation.
 - Reparcourir les questions 1 à 5 en adaptant le code et en l'enregistrant avec le nom `oscillo7.py`.